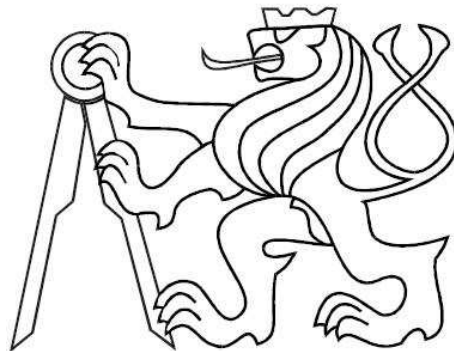


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA ŘÍDICÍ TECHNIKY



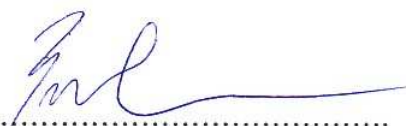
BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Návrh PID regulátorů frekvenčními metodami

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze, dne 11. 7. 2008.....


.....
podpis

Poděkování

Dovoluji si na tomto místě poděkovat všem, kdo mi pomáhali při tvorbě této práce, ať už přímo nebo nepřímo. Zvláště pak děkuji Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za vedení bakalářské práce, vstřícný přístup a podnětné konzultace.

Velice také děkuji svým rodičům, sourozencům a přítelkyni, protože mi v průběhu studia i psaní této práce poskytovali veškerou podporu.

Abstrakt

Předkládaná bakalářská práce je členěna do dvou částí. První část se zabývá vytvořením souboru procedur pro návrh PID regulátorů a regulátorů typu Lead-Lag frekvenčními metodami splňující požadavek na hodnotu fázové bezpečnosti. Soubor procedur pro návrh jednotlivých regulátorů byl použit pro vytvoření dvou funkcí v prostředí MATLAB. Ze zadaného přenosu popisující dynamický systém a fázové bezpečnosti se frekvenční metodou vypočtou konstanty regulátorů.

Druhá část bakalářské práce je zaměřena na porovnání chování navržených regulátorů na systémech s různou dynamikou z hlediska její kvality (parametry regulace, potlačení šumu, robustnost). Tato druhá část slouží k diskusi přínosu složitějších metod návrhu Lead-Lag regulátoru.

Abstract

My bachelor thesis is divided into two parts. The first part is focused on the creation collection procedures for the designing of PID controllers and Lead-Lag types of controllers by frequency methods satisfying the demands of value phase margins. Filed procedures for the designing of the controllers were used to create two functions in MATLAB environment. From the specified transfer function describing a dynamic system, and phase margin, the constants of regulators will be calculated by using frequency method.

The second part of my bachelor thesis is focused on a comparing of conduct of designed controllers on systems with different dynamics in terms of its quality (the parameters of compensation, noise suppression, robustness). This second part is determined to be used for the discussion of benefits of more sophisticated methods of the Lead-Lag designed controllers.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická
Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Petr Bubla**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (bakalářský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: **Návrh PID regulátorů frekvenčními metodami**

Pokyny pro vypracování:

1. Vytvořte soubor procedur pro návrh PID regulátorů a regulátoru typu leadlag frekvenčními metodami splňující požadavek na hodnotu fázové bezpečnosti.
2. Porovnejte chování navržených regulátorů na systémech s různou dynamikou z hlediska její kvality (parametry regulace, potlačení šumu, robustnost) a diskutujte přínos složitějších metod návrhu.

Seznam odborné literatury:

G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini: Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice Hall, 2006

Vedoucí: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2008/2009

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



n. a. M. Develoní
doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 25. 2. 2008

Obsah

Seznam obrázků	viii
Seznam tabulek	x
1 Úvod	1
2 Regulační obvod	2
2.1 Spojitý regulační obvod	2
2.2 PID regulátor	4
2.3 Lead-Lag regulátor	8
2.3.1 Lead regulátor	8
2.3.2 Lag regulátor	11
2.3.3 Lead-Lag regulátor	13
3 Frekvenční metody syntézy	15
3.1 Frekvenční metody syntézy	15
3.1.1 Přesnost a kvalita regulace	16
3.1.1.1 Přesnost regulace v ustáleném stavu	16
3.1.1.2 Kvantitativní ukazatel kvality regulace	18
3.1.2 Amplitudová a fázová bezpečnost	20
3.2 Návrh PID regulátoru frekvenční metodou	22
3.3 Návrh Lead-Lag regulátoru frekvenční metodou	24
3.3.1 Postup návrhu Lead-Lag regulátoru	25
3.3.2 Zesílení regulátoru	27
3.3.3 Vytvoření Bodeho frekvenčních charakteristik	27
3.3.4 Fázová bezpečnost neregulovaného systému	29
3.3.5 Určení ϕ_{\max} a α_d	29

3.3.6	Určení z_{cd} a p_{cd}	30
3.3.7	Určení α_g	31
3.3.8	Určení z_{cg} a p_{cg}	32
4	Porovnání navržených regulátorů	34
4.1	Vhodná volba poměru integrační a derivační zlomové frekvence PID regulátoru	34
4.2	Porovnání navržených regulátorů	36
5	Závěr	49
Literatura		51
A	Popis vytvořených funkcí v Matlabu	I
B	Obsah přiloženého CD	II

Seznam obrázků

2.1	Základní blokové schéma spojitého regulačního obvodu	2
2.2	Frekvenční charakteristika ideálního PID regulátoru	7
2.3	Frekvenční charakteristika PID regulátoru s filtrací D složky	8
2.4	Frekvenční charakteristika Lead regulátoru	9
2.5	Závislost maxima fáze Lead regulátoru na poměru předstihu	11
2.6	Frekvenční charakteristika Lag regulátoru	12
2.7	Frekvenční charakteristika Lead-Lag regulátoru	13
3.1	Ukazatele kvality regulace z přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu	18
3.2	Ukazatele kvality regulace z frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu	19
3.3	Fázová a amplitudová bezpečnost na Bodeho diagramu	21
3.4	Amplitudová a fázová bezpečnost zobrazena na Nyquistově charakteristice	22
3.5	Bodeho frekvenční charakteristika po splnění požadavku na odchylku v ustáleném stavu	28
3.6	Bodeho frekvenční charakteristika po návrhu Lead regulátoru	31
3.7	Bodeho frekvenční charakteristika po návrhu Lead-Lag regulátoru	33
4.1	Bodeho frekvenční charakteristiky PID regulátoru pro různý poměr mezi zlomovými frekvencemi	35
4.2	Frekvenční charakteristika otevřené smyčky s navrženými PID regulátory pro (4.1) pro různý poměr mezi zlomovými frekvencemi	35
4.3	Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky s navrženými PID regulátory pro (4.1) pro různý poměr mezi zlomovými frekvencemi	36
4.4	Frekvenční charakteristiky navržených regulátorů pro přenos (4.1)	37
4.5	Frekvenční charakteristika otevřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.1)	38

4.6	Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.1)	38
4.7	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.1)	39
4.8	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.1), při přítomnosti šumu v obvodu	40
4.9	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.1), při změně parametrů tohoto přenosu	41
4.9	Frekvenční charakteristiky navržených regulátorů pro přenos (4.5)	42
4.11	Frekvenční charakteristika otevřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.5)	42
4.12	Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.5)	43
4.13	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.5)	43
4.14	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.5), při přítomnosti šumu v obvodu	45
4.15	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.5), při změně parametrů tohoto přenosu	45
4.16	Frekvenční charakteristiky navržených regulátorů pro přenos (4.9)	46
4.17	Frekvenční charakteristika otevřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.9)	47
4.18	Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.9)	47
4.19	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.9)	48
4.20	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.9), při přítomnosti šumu v obvodu	49
4.21	Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.9), při změně parametrů tohoto přenosu	50

Seznam tabulek

2.1	Asymptoty frekvenční charakteristiky ideálního PID regulátoru	7
3.1	Typické testovací referenční signály	17
3.2	Konstanty ustálené odchylky	18
4.1	Snížení fáze otevřené smyčky na frekvenci ω_D	34
4.2	Srovnání navržených regulačních obvodů pro (4.1)	39
4.3	Srovnání navržených regulačních obvodů pro (4.2)	44
4.4	Srovnání navržených regulačních obvodů pro (4.3)	48

Kapitola 1

Úvod

Bakalářská práce se zabývá vytvořením souboru procedur pro návrh PID regulátorů a regulátorů typu Lead-Lag frekvenčními metodami splňující požadavek na hodnotu fázové bezpečnosti. Dále má za úkol porovnat chování navržených regulátorů na systémech s různou dynamikou z hlediska její kvality. Tato práce vznikla za účelem zjištění přínosu složitějších metod návrhu.

První kapitola nás seznamuje s obsahem bakalářské práce a s motivem, proč tato bakalářská práce vznikla.

Druhá kapitola se zabývá popisem regulačního obvodu a vlastnostmi ústředního členu regulátoru resp. PID regulátoru a regulátoru typu Lead-Lag.

V kapitole 3 je popsána frekvenční syntéza regulačního obvodu. Kapitola je rozdělena na dvě základní části. V první části je popsán návrh PID regulátoru frekvenčními metodami za použití Bodeho charakteristik tak, aby byl splněn požadavek na fázovou bezpečnost. V druhé části je pak popsán postup návrh regulátoru typu Lead-Lag splňující požadavek na fázovou bezpečnost, přechodovou frekvenci a odchylku v ustáleném stavu.

V kapitole 4 je pak porovnání chování jednotlivých regulátorů, které jsou navrženy dle postupu v kapitole 3. Jednotlivé navržené regulátory jsou použity na systémech s různou dynamikou a porovnání je provedeno z hlediska kvality regulace (parametry regulace, potlačení šumu, robustnost).

Kapitola 5 obsahuje zhodnocení dosažených výsledků a diskutuje přínos složitějších metod návrhu.

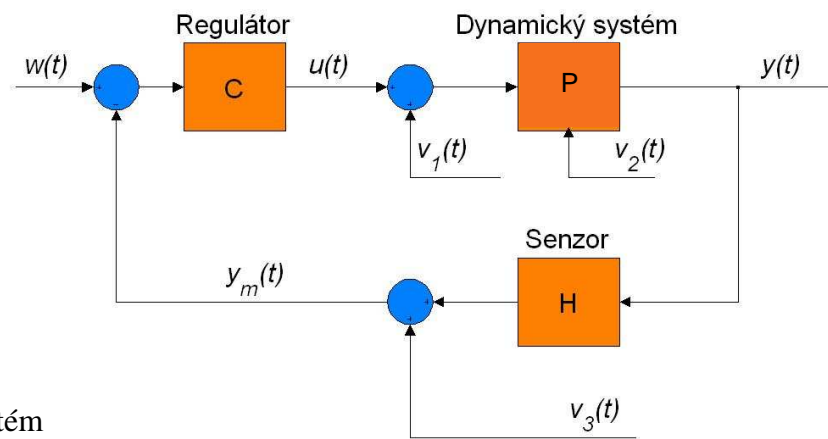
V této bakalářské práci je předpokládána čtenářova základní znalost z teorie řízení.

Kapitola 2

Regulační obvod

2.1 Spojitý regulační obvod

Regulační obvod vzniká zpětnovazebním připojením regulátoru k regulované soustavě. Regulace umožňuje udržování určitých fyzikálních veličin na stanovených hodnotách. V průběhu regulace se zjišťují hodnoty těchto veličin a srovnávají se s hodnotami, které mají mít. Podle zjištěných odchylek, které jsou mírou přesnosti regulace, se zasahuje do



C regulátor

P řízený systém

H senzor

$w(t)$ řídicí veličina

$y(t)$ regulovaná veličina

$u(t)$ akční veličina regulátoru

$e(t)$ regulační odchylka

$y_m(t)$... výstup ze senzoru regulované veličiny

$v_1(t)$ porucha na vstupu regulované soustavy

$v_2(t)$ porucha, vstupující do soustavy v libovolném místě

$v_3(t)$ chyba měření (šum senzoru)

Obrázek 2.1: Základní blokové schéma spojitého regulačního obvodu

regulovaného procesu tak, aby tyto odchylky byly udržovány na co možná nejnižší hodnotě. Systém se zápornou zpětnou vazbou dokáže kompenzovat vliv poruchy a neurčitosti modelu, dokáže také stabilizovat nestabilní soustavu a dále umožňuje lepší přechodové chování a přesnější ustálené chování.

Nyní si definujme důležité přenosy, které vyplývají z obr.2.1. Přenos sériové kombinace regulátoru C a regulované soustavy P se nazývá přenosem otevřené smyčky

$$L(s) = P(s) \cdot C(s) = \frac{B_P(s)}{A_P(s)} \cdot \frac{B_C(s)}{A_C(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (2.1)$$

Přenos žádaná hodnota $w(t) \rightarrow$ regulovaná veličina $y(t)$ za podmínky $v=0$ se nazývá přenosem řízení (přenos uzavřené smyčky regulačního obvodu, doplňková citlivost)

$$T(s) \Big|_{v=0} = \frac{Y(s)}{W(s)} \Big|_{v=0} = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{\frac{B_P(s)B_C(s)}{A_P(s)A_C(s)}}{1 + \frac{B_P(s)B_C(s)}{A_P(s)A_C(s)}} = \frac{B_P(s)B_C(s)}{A_P(s)A_C(s) + B_P(s)B_C(s)} \quad (2.2)$$

Velmi zajímavý je také přenos žádaná hodnota $w(t) \rightarrow$ odchylka $e(t)$, tzv. přenos odchylky (citlivost)

$$S(s) = \frac{E(s)}{W(s)} = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{1}{1 + \frac{B(s)}{A(s)}} = \frac{A(s)}{A(s) + B(s)} \quad (2.3)$$

Jak již bylo napsáno, cílem zpětnovazebního řízení je, aby řídicí veličina $u(t)$ vyrovnávala skutečnou hodnotu regulované veličiny $y(t)$ úměrně změnám žádané hodnoty regulované veličiny $w(t)$ tak, aby veličina $y(t)$ sledovala veličinu $w(t)$ a dále aby byly kompenzovány nežádoucí poruchové veličiny $v(t)$ tj. aby v ideálním případě platilo:

$$y(t) = w(t) \text{ a tedy } T(s) = 1$$

Přenos citlivosti $S(s)$ zřejmě vyjadřuje redukci citlivosti, dosaženou pomocí ZV, z tohoto důvodu se chce aby S bylo malé. S je citlivost relativní změny CL přenosu T na relativní změnu (chybu) modelu soustavy. Vliv poruchy bude malý pro malé S a vliv

šumu měření bude malý pro malé T . Ideální návrh by byl tedy aby se zajistilo malé S a současné i malé T , to ale bohužel nejde jelikož platí následující podmínka

$$T(s) + S(s) = 1 \quad (2.4)$$

Toto je vážné omezení pro návrh regulátoru, který má současně zajistit stabilitu, chování a robustnost. Po dosazení $s = j\omega$ platí $T(j\omega) + S(j\omega) = 1$. Z tohoto důvodu se musejí volit priority pro jednotlivé frekvenční rozsahy. Tomu se říká tvarování frekvenční charakteristiky (loop shaping).

2.2 PID regulátor

Funkci ideálního PID (Proporcionálně – Integračně - Derivačního) regulátoru, jehož vstupem je regulační odchylka $e(t)$ a výstupem akční veličina $u(t)$, popisuje integro-diferenciální rovnice – tzv. PID regulační zákon – ve tvaru:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.5)$$

Za předpokladu nulových počátečních podmínek můžeme rovnici (2.8) po Laplaceově transformaci upravit na přenos ideálního PID regulátoru ve tvaru:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_p \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right] \quad (2.6)$$

kde $T_D [s] = \frac{k_d}{k_p}$ je konstanta derivační vazby PID regulátoru

$T_I [s] = \frac{k_p}{k_i}$ je konstanta integrační vazby PID regulátoru

rovnice (2.9) je základním přenosem ideálního PID regulátoru, kterou následujícími úpravami můžeme přepsat na tvar, z kterého se nám lépe budou vypočítávat konstanty PID regulátoru v kapitole 3 . Rovnici (2.6) se také někdy říká učebnicové rovnice PID regulátoru, je to z toho důvodu, že se opomíjí fyzikální realizovatelnost (kauzalita systému) a také filtrace D složky.

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_p s + k_i + k_d s^2}{s} = \frac{k_d \left(s^2 + \frac{k_p}{k_d} s + \frac{k_i}{k_d} \right)}{s} = \frac{k_d \left(s^2 + (\omega_I + \omega_D) s + \omega_I \omega_D \right)}{s} =$$

$$= \frac{k_d (s + \omega_D)(s + \omega_I)}{s} = \frac{k_i (T_I s + 1)(T_D s + 1)}{s} \quad (2.7)$$

kde ω_I, ω_D [rad/sec] jsou integrační a derivační úhlové frekvence. A vztahy mezi těmito zlomovými frekvencemi a zesílením jednotlivých složek jsou:

$$\omega_I + \omega_D = \frac{k_p}{k_d} \text{ a } \omega_I \cdot \omega_D = \frac{k_i}{k_d}. \quad (2.8)$$

V přenosu (2.7) se dále vyskytují ještě časové konstanty (derivační časová konstanta $T_D = 1/\omega_D$ a integrační časová konstanta $T_I = 1/\omega_I$).

PID regulátor současně využívá znalosti současné, minulých i budoucích hodnot odchylky, které jsou získány lineární extrapolací. P regulátor je reprezentována konstantou k_p , která je přímo úměrná velikosti regulační odchylky $u(t) = k_p e(t)$. Obecně lze říci, že při zvýšení konstanty k_p se zvýší i odezva systému. Ale na druhou stranu, je-li proporcionální konstanta příliš vysoká, regulační obvod může začít oscilovat. Nevýhodou P regulátoru je, že při regulaci má regulační obvod trvalou regulační odchylku. Jinými slovy regulátor „udrží“ regulovanou veličinu jen v určitých mezích, které se nazývají pásmo proporcionality.

Integrační regulátor, akční veličina je úměrná integrálu regulační odchylky $u(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau$. Nastane-li na vstupu integračního regulátoru taková odchylka, která vyvolá regulační pochod, pak se výstupní veličina začne měnit určitou rychlostí tak dlouho, dokud odchylka vstupní veličiny nezmizí.

Derivační regulátor, akční veličina je úměrná derivaci regulační odchylky $u(t) = k_d \frac{de(t)}{dt}$. Činnost tohoto regulátoru je opačná než činnost regulátoru I. Velikost výstupního signálu je úměrná rychlosti změny vstupního signálu.

Regulátor PID poté sdružuje všechny vlastnosti uvedených 3 členů. Má schopnost rychle odstranit odchylku regulované veličiny vlivem členu D a také odstranit regulační odchylku členu P přesněji doregulovat regulovanou veličinu vlivem členu I. Stabilitu zaručuje člen P. Rychlost regulace zajišťuje člen D.

Ideální PID regulátor je v praxi nepoužitelný. Je velký rozdíl mezi jednoduchým akademickým tvarem PID regulátoru a skutečnou implementací akceptovatelnou v průmyslové praxi. Například ideální derivace příliš zesiluje šумы. Proto se regulátory

s derivačním kanálem doplňují filtrem, který zamezuje přílišnému zesilování vysokofrekvenčních šumů. Derivace přítomná v D složce regulátoru zesiluje vysokofrekvenční šum přítomný v reálných systémech.

Z tohoto důvodu se zavádí do D složky filtr prvního řádu tak, aby se omezil zisk na vyšších frekvencích. Filtr se při návrhu aplikuje na celý přenos, i když při realizaci jím bude ovlivněna pouze derivační složka. Přenosová funkce D regulátoru s filtrem je

$$C_D(s) = \frac{k_p T_D s}{\frac{T_D}{N} s + 1}, N \in (5 - 20) \quad (2.9)$$

Hodnota N se musí správně zvolit. Z (2.9) je jasně vidět, že s rostoucím N je derivace snížena na nefiltrovanou verzi ($T_D / N \rightarrow 0$). Naopak s klesajícím faktorem N je derivace filtrována více. Filtrační konstanta je často vybírána na základě toho, kolik šumu se vyskytuje v měření.

Přenos PID regulátoru s filtrací D složky pak bude

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + T_D s / N} \right) = \frac{k_d (s + \omega_D)(s + \omega_I)}{s(s + \omega_f)} = \frac{k_i (T_D s + 1)(T_I s + 1)}{s(T_f s + 1)} \quad (2.10)$$

kde $T_f = T_D / N$. Přenos (2.10) má konstantní zesílení

$$\lim_{s \rightarrow \infty} C(s) = k_p (1 + N)$$

na vysokých frekvencích. Z toho může vyplynout diskuze o robustnosti, jelikož je vysoce žádané aby regulátor měl konstantní zesílení na vysokých frekvencích. Toho může být dosaženo přidáním dodatečného dolnoproustního filtru

$$F(s) = \frac{1}{(1 + T_f s)^n}$$

kde T_f je časová konstanta filtru a n je řád filtru. Volba časové konstanty filtru je kompromisem mezi filtrující kapacitou a výkonem. Hodnota T_f může být k regulátoru připojena stejným způsobem jako pro D složku s filtrem.

PID regulátor může být pak implementován jako

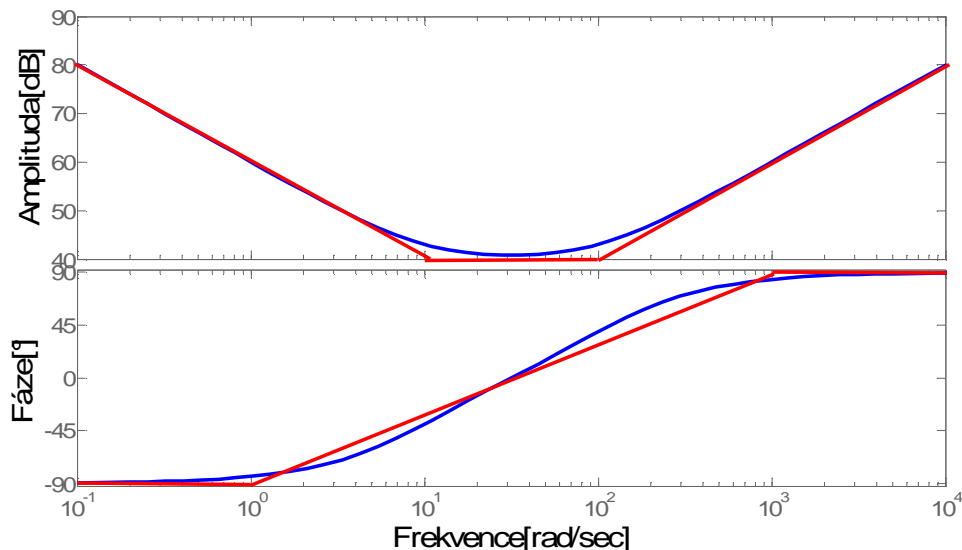
$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \frac{1}{(1 + T_D s / N)^2}. \quad (2.11)$$

Tato struktura má nespornou výhodu v tom, že může být vyvinuta metoda výpočtu konstant ideálního PID regulátoru a pak se iteračně bude opakovat postup návrhu. Nejdříve se navrhne regulátor pro systém $P(s)$, tímto návrhem se získá hodnota časové derivační konstanty. Poté se návrh opakuje pro systém $P(s)/(1+T_D s/N)^2$, kde již známe hodnotu T_D . Tato procedura také dává jasný obraz o vzájemném porovnání účinku filtrace a výkonu. [1]

V praxi se obvykle navrhují PID regulátory s filtrem, tak aby zlomová frekvence časové konstanty filtru $T_f = T_D / N$ měla zlomovou frekvenci o dekádu výše než je zlomová frekvence D složky regulátoru. Na obr.2.2 je uvedena Bodeho frekvenční charakteristika v logaritmických souřadnicích ideálního PID regulátoru. Modul (amplituda) frekvenční charakteristiky ideálního PID regulátoru v logaritmických souřadnicích má následující asymptoty:

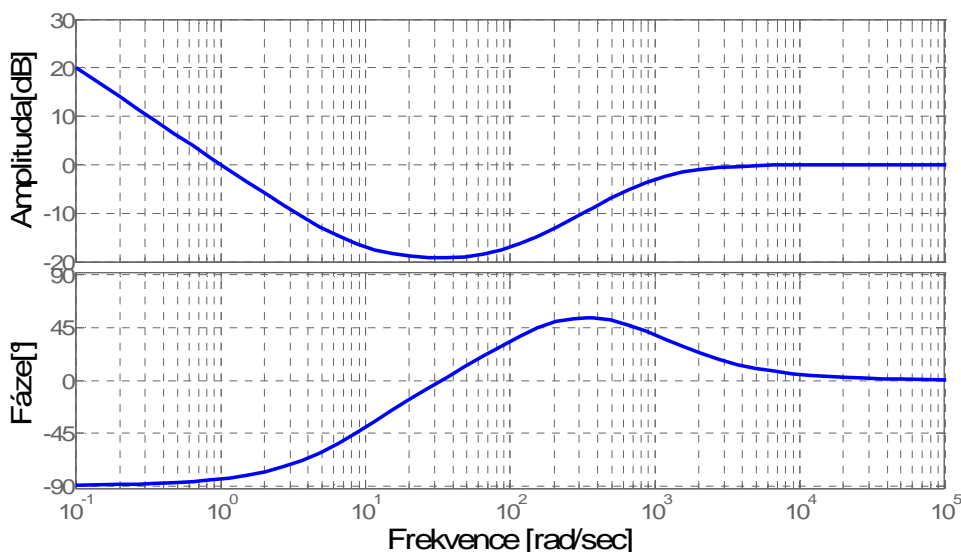
Tabulka 2.1: Asymptoty frekvenční charakteristiky ideálního PID regulátoru

Rozsah frekvencí	Asymptota	Sklon
$0 < \omega < \omega_I$	$20 \log(k_i / \omega)$	-20dB/dek
$\omega_I < \omega < \omega_D$	$20 \log(k_i / \omega_I) = 20 \log(k_d \cdot \omega_D)$	0dB/dek
$\omega > \omega_D$	$20 \log(k_d \cdot \omega)$	20dB/dek



Obrázek 2.2: Frekvenční charakteristika ideálního PID regulátoru, $\omega_I = 10, \omega_D = 100, k_p = 1$

Na obr.2.3 je zobrazena frekvenční charakteristika v logaritmických souřadnicích PID regulátoru s filtrací D složky a tedy omezení přílišného zesilování frekvencí nad jistou hodnotou a vystavování tak regulátoru problémům se zahlcováním vysokofrekvenčními šумы. Pro tento případ byla zvolena časová konstanta filtru $T_f = 1/\omega_f = 0.001$, činitel filtrace $N = 10$. Do frekvence $\omega_D = 100$ rad/sec je frekvenční charakteristika prakticky stejná jako pro regulátor bez filtrace, vyšší frekvence jsou oproti regulátoru bez filtrace zatlumeny.



Obrázek 2.3: Frekvenční charakteristika PID regulátoru s filtrací D složky,
 $\omega_I = 10, \omega_D = 100, \omega_f = 1000, k_p = 1$

2.3 Lead-lag regulátor

V první části této podkapitoly je věnována pozornost Lead regulátoru, druhá část je pak zaměřena na Lag regulátor a třetí část obsahuje Lead-Lag regulátor, který je sériovou kombinací Lead a Lag regulátoru a sdružuje i jejich vlastnosti.

2.3.1 Lead regulátor

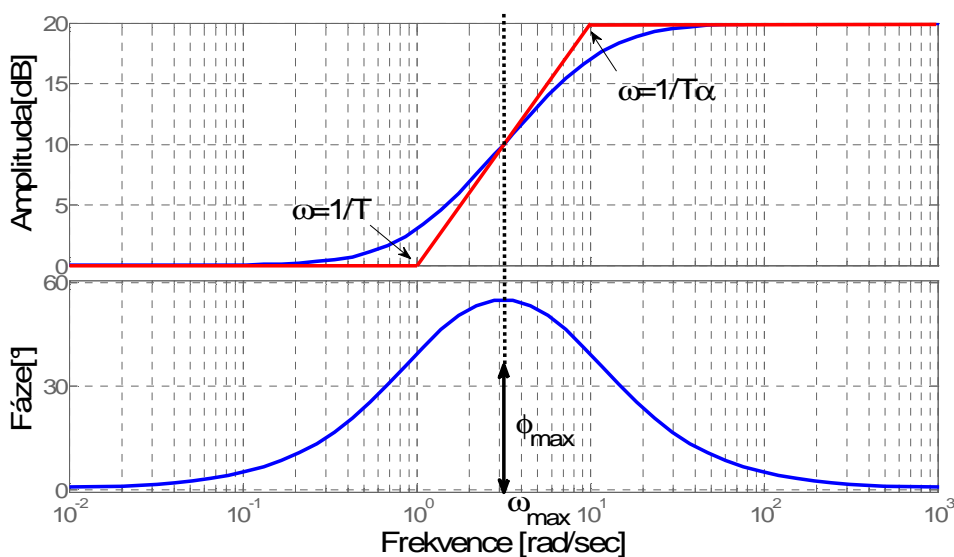
Název Lead regulátoru je odvozen od tvaru frekvenční charakteristiky a také podle toho, že kompenzace probíhá fázovým předstihem (Lead – kladný fázový posuv). K tomu, aby se potlačily vysokofrekvenční šумы, které propouští a zesiluje ideální PD regulátor, se přidá jeden pól do přenosu PD regulátoru, jehož zlomová frekvence bude podstatně vyšší než zlomová frekvence PD regulátoru. Nastane tak zvýšení fáze, ale s menším

zesílením na vyšších frekvencích a vysokofrekvenční šumy již nebudou systémem procházet. Lead regulátor tedy zmírňuje zesílení na vysokých frekvencích tím, že přidá druhý zlomový bod dostatečně za prvním. Aproximuje ideální PID regulátor a odstraňuje jeho nedostatek, tedy zesilování na vysokých frekvencích.

Lead regulátor přidává fázový předstih mezi dvěma zlomovými frekvencemi, které jsou obvykle vybrány tak, aby přechodová frekvence ležela mezi nimi. Přenos lead regulátoru pak tedy vypadá následovně:

$$C(s) = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}, \alpha < 1 \quad (2.12)$$

kde $1/\alpha$ je poměr mezi zlomovou frekvencí pólu a nuly. Obrázek 2.4 ukazuje frekvenční charakteristiku Lead regulátoru. Je možno si všimnout významného poskytnutí fázového předstihu a také omezení zesílení na vysokých frekvencích. Lead regulátor je obecně používán, kdy je požadováno podstatné zlepšení tlumení systému, zrychluje odezvu systému a snižuje dobu náběhu a překmit.



Obrázek 2.4: Frekvenční charakteristika Lead regulátoru

Fáze, kterou přispívá Lead regulátor je dána vztahem

$$\phi = \tan^{-1}(T\omega) - \tan^{-1}(\alpha T\omega) \quad (2.13)$$

a maximum fáze je na frekvenci

$$\omega_{\max} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \quad (2.14)$$

velikost příspěvku poté je

$$\sin \phi_{\max} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \phi_{\max} = \sin^{-1} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (2.15)$$

nebo naopak

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}. \quad (2.16)$$

Maximální fáze nastane na frekvenci ,která leží uprostřed mezi dvěma zlomovými frekvencemi pólu a nuly v logaritmickém měřítku tomu pak odpovídá

$$\log \omega_{\max} = \log \frac{1/\sqrt{T}}{\sqrt{\alpha T}} = \log \frac{1}{\sqrt{T}} + \log \frac{1}{\sqrt{\alpha T}} = \frac{1}{2} \left[\log \left(\frac{1}{T} \right) + \log \left(\frac{1}{\alpha T} \right) \right] \quad (2.17)$$

což je také možno odečíst z obr 2.4.

Přenos lead regulátoru se také může přepsat do formy s vyjádřeným pólem a nulou

$$C(s) = \frac{s+z}{s+p}, \quad (2.18)$$

kde $p > z$ neboli $-p < -z$.

Reálný pól je nalevo od nuly, proto nula má větší vliv než pól. Pokud by se pól dále posouval doleva (rostla by hodnota pólu), Lead regulátor by se blížil ideálnímu PD regulátoru. Pomocí přenosu (2.18) lze také vyjádřit přírůstek fáze

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{|z|} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{|p|} \right) \quad (2.19)$$

potom maximum fáze je na frekvenci

$$\omega_{\max} = \sqrt{|z||p|} \quad (2.20)$$

a

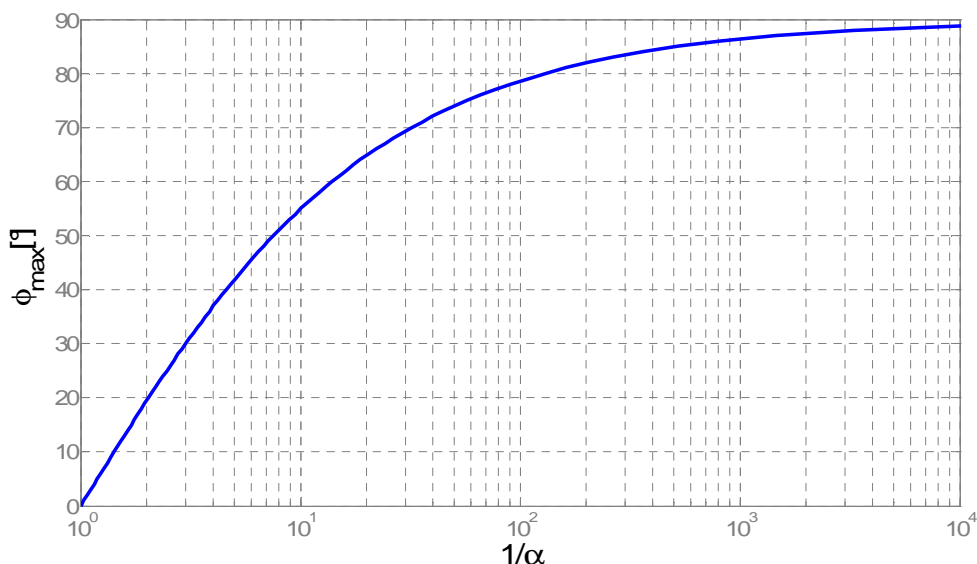
$$\log \omega_{\max} = \frac{1}{2} (\log |z| + \log |p|). \quad (2.21)$$

Tyto výsledky souhlasí s předchozími tvrzeními jestliže je zachována rovnost $z = -1/T$ a $p = -1/\alpha T$ v rovnici (2.12) a (2.17).

Množství fázové předstihu závisí pouze na hodnotě α v rovnici (2.15) tato závislost je ukázána na obrázku 2.8. Z obrázku je možno si povšimnout toho, že pro fázi blíží se 90° je potřeba velkého poměru předstihu $1/\alpha$ (lead ratio), jeho zvyšováním by bylo možno dosáhnout až $\phi_{\max} = 90^\circ$ ale za cenu příliš velkého zesílení pro vysoké frekvence. Úkolem návrháře tedy je aby vybral kompromis mezi přijatelnou fázovou bezpečností a přijatelnou citlivostí na šum v pásmech vysokých frekvencích. Obvykle se

používá fázový předstih maximálně do 60° . Jestliže je potřeba větší fázový předstih lead regulátoru používá se dvojitý lead regulátor s přenosem

$$C(s) = \left(\frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \right)^2. \quad (2.22)$$



Obrázek 2.5: Závislost maxima fáze lead regulátoru na poměru předstihu

2.3.2 Lag regulátor

Název Lag regulátoru je také odvozen z průběhu jeho frekvenční charakteristiky (Lag – záporný fázový posuv). Přenos Lag regulátoru vypadá následovně

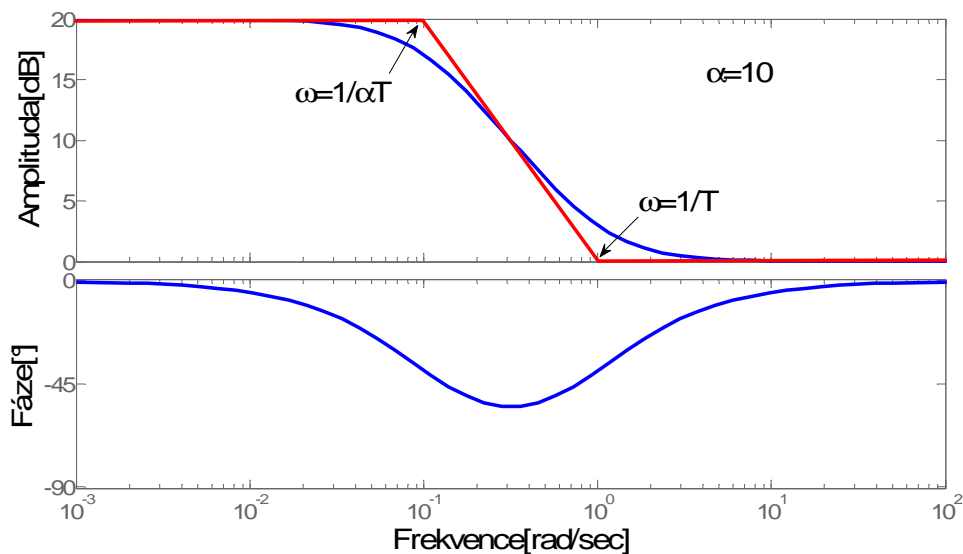
$$C(s) = K \left[\frac{1}{\alpha} \frac{s+z}{s+p} \right] = K \frac{(s/z+1)}{(s/p+1)} = K \frac{(\tau s+1)}{(\alpha \tau s+1)}, \quad (2.23)$$

kde

$$\alpha = \frac{z}{p} > 1 \Rightarrow p < z \text{ neboli } -p > -z, \tau = \frac{1}{z} = \frac{1}{\alpha p}.$$

Lag regulátor aproximuje PI regulátor. Nula má menší vliv než pól. Regulátor se blíží ideálnímu PI s klesajícím p (pól se posouvá doleva, tedy nula se „relativně“ posouvá doprava). Lag regulátor vylepšuje ustálenou přesnost. Na obr.2.5 je zobrazena frekvenční charakteristika Lag regulátoru. Lag kompenzace typicky poskytuje pomalejší odezvu než Lead kompenzace. Ačkoli rovnice (2.23) vypadá velmi podobně jako rovnice Lead regulátoru (2.12), skutečnost že $\alpha > 1$ má za následek, že pól má nižší zlomovou frekvenci než nula. Proto pro nízké frekvence roste zesílení tzn. obvod má integrál-

ní charakter, což je žádoucí. Ale na druhou stranu mezi dvěma zlomovými frekvencemi klesá fáze, což je nežádoucí.



Obrázek 2.6: Frekvenční charakteristika Lag regulátoru

Typický cíl návrhu Lag kompenzace je poskytovat dostatečné zesílení α na nízkých frekvencích a přitom o moc nesnížit PM. Z tohoto důvodu pól i nuly umísťujeme na mnohem nižší frekvence než je přechodová, aby se omezil vliv na snížení fázové bezpečnosti. Pokud se umístí p a z dost blízko sebe a blízko k počátku (to je, jestli hodnota T je velká), zvýší se nízkofrekvenční zisk (a tedy K_p , K_v , nebo K_a) faktorem α bez znatelného posunu pólů uzavřeného regulačního obvodu. Přechodová odezva se skoro nezmění a přitom se zlepší ustálená odezva.

Lag regulátor tedy zvyšuje zesílení v otevřené smyčce a tím zlepšuje odchylku v ustáleném stavu, bez významné změny přechodové odezvy. V podstatě Lag regulátor snižuje hodnotu $\frac{\omega_c}{L(0)}$ ($= \frac{\omega_c}{K_v}$ pro systém typu 1). To znamená, že jestli bude přechodová frekvence stejná, nízkofrekvenční zisk se zvýší. Podobně se může tvrdit, že jestli je nízkofrekvenční zisk stejný, pak přechodová frekvence se sníží. Pokud by se navrhnul Lead a Lag regulátor pro libovolný dynamický systém, došlo by se k závěru, že při regulaci Lead regulátorem je šířka pásma vyšší než při regulaci Lag regulátorem v řádu jednotek.

2.3.3 Lead-Lag regulátor

Základní Lead-Lag regulátor se skládá ze zesílení, dvou pólů a nul a z přenosového hlediška se jedná o sériovou kombinaci Lag regulátoru a Lead regulátoru. Přenos regulátoru je

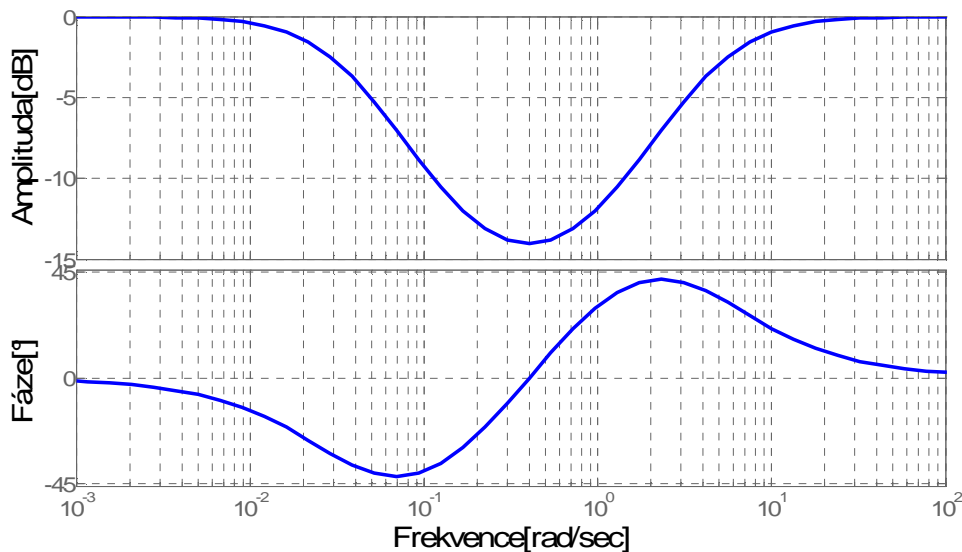
$$\begin{aligned} C_{\text{lead_lag}}(s) &= K_c \cdot \left[\frac{1}{\alpha_d} \cdot \frac{(s + z_{cd})}{(s + p_{cd})} \right] \cdot \left[\frac{1}{\alpha_g} \cdot \frac{(s + z_{cg})}{(s + p_{cg})} \right] \\ &= K_c \frac{(s/z_{cd} + 1)}{(s/p_{cd} + 1)} \cdot \frac{(s/z_{cg} + 1)}{(s/p_{cg} + 1)} \\ &= K_c \frac{(\tau_d s + 1)}{(\alpha_d \tau_d s + 1)} \cdot \frac{(\tau_g s + 1)}{(\alpha_g \tau_g s + 1)}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

kde

$$\begin{aligned} z_{cd} > 0, \quad p_{cd} > 0, \quad \alpha_d = \frac{z_{cd}}{p_{cd}} < 1, \quad \tau_d = \frac{1}{z_{cd}} = \frac{1}{\alpha_d p_{cd}} \\ z_{cg} > 0, \quad p_{cg} > 0, \quad \alpha_g = \frac{z_{cg}}{p_{cg}} > 1, \quad \tau_g = \frac{1}{z_{cg}} = \frac{1}{\alpha_g p_{cg}} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Dolní index d aplikovaný na různé proměnné signalizuje Lead regulátor a dolní index g aplikovaný na různé proměnné signalizuje Lag regulátor. Na obr.2.6 je zobrazena amplitudová a fázová Bodeho frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích typického Lead-Lag regulátoru. Hodnoty v tomto případě jsou následující:

$$\begin{aligned} K_c &= 1, \quad p_{cg} = 0.032, \quad z_{cg} = 0.2, \quad p_{cd} = 5, \quad z_{cd} = 0.8 \\ \alpha_g &= 0.2/0.032 = 6.25, \quad \alpha_d = 0.8/5 = 0.16 \end{aligned}$$



Obrázek 2.7: Frekvenční charakteristika Lead-Lag regulátoru

Změna zisku pouze pohybuje amplitudovou křivkou do $20 * \log_{10} |K_c|$. Volba $\alpha_d = 1 / \alpha_g$ pro tento graf byla udělána pro usnadnění: není to požadavek pro postup při návrhu. Významnější charakteristické rysy Lead-Lag regulátoru jsou velikost zmenšení amplitudy na prostředních frekvencích a pozitivní fázový posuv na mírně vyšších frekvencích. Maximální fázový posuv nastane na frekvenci $\omega = \omega_{\max}$, která je geometrickou střední hodnotou úměrnou p_{cd} a z_{cd} . Minimální hodnota na amplitudové charakteristice nastane (přibližně) na frekvenci odpovídající geometrické střední hodnotě úměrné z_{cd} a z_{cg} . Velký záporný fázový posuv, který je vidět na středních frekvencích je nežádoucí, ale nevyhnutelný. Návrh regulátoru vyžaduje umístit póly a nuly regulátoru tak, že výhody pro pozitivní fázový posuv a velikost zmenšení amplitudy jsou získány na správné frekvenci, bez záporného fázového posuvu způsobující problémy. Následující kapitola ukáže, jak to může být uděláno.

Kapitola 3

Frekvenční metody syntézy

3.1 Frekvenční metody syntézy

Návrh zpětnovazebního řízení vychází ze dvou základních požadavků, kladených na regulační proces. Je jím jednak požadavek na stabilitu chování uzavřené regulační smyčky, sledující, aby chování uzavřeného regulačního obvodu vyvedeného z rovnovážného stavu vlivem působení poruch nebo vlivem změny hodnoty žádané veličiny mělo konvergentní charakter, tedy aby se ustálilo v původním popř. novém rovnovážném stavu. Druhým je požadavek na splnění předem stanovených parametrů časového průběhu regulované veličiny (nejčastěji přechodové charakteristiky) popř. frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu, které se souhrnně označují jako ukazatele přesnosti a kvality regulačního pochodu.

Frekvenční metody návrhu se snaží upravit frekvenční charakteristiku otevřené smyčky $L(j\omega)$ tak, aby výsledná frekvenční charakteristika uzavřené smyčky $T(j\omega)$ měla požadovaný průběh. Mezi $L(j\omega)$ a $T(j\omega)$ existuje jednoznačný vztah (3.1)

$$T(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)}. \quad (3.1)$$

Typický přenos uzavřené smyčky bude vypadat jako dolní propust – bude mít $|T(s)| \cong 1$ až do jisté frekvence a od této frekvence dále bude amplituda přenosu klesat, $|T(s)| < 1$. V ideálním případě by měl mít jednotkovou amplitudu na všech frekvencích (za předpokladu nulové fáze by pak přenášel libovolně rychlé změny reference $w(t)$ v podstatě

bez přechodového děje na výstup $y(t)$ viz. obr.2.1), to však není reálně uskutečnitelné a navíc by se tím přenášely na výstup i nežádoucí vysokofrekvenční šумы.

3.1.1 Přesnost a kvalita regulace

Cílem a smyslem regulace je navrhnout takový regulační obvod, který by zajistil, aby regulovaná veličina věrně sledovala změny žádané hodnoty a aby byl potlačen vliv poruchových veličin na regulovanou soustavu. Aby se mohlo posoudit, jak se zvolené řešení blíží k tomuto cíli, je nezbytné definovat jisté exaktní kvantitativní ukazatele. Těmito ukazateli jsou přesnost regulace v ustáleném stavu a kvantitativní ukazatele kvality regulace.

3.1.1.1 Přesnost regulace v ustáleném stavu

Přesnost regulace je dána regulační odchylkou v ustáleném stavu (ustálená odchylka – steady-state error) při daném typizovaném průběhu žádané nebo poruchové veličiny. Přesnost regulace je dána typem regulačního obvodu a považuje-li se regulovaná soustava za neměnný systém, je požadovaná přesnost dosažena pouze volbou vhodného typu regulátoru.

O přesnosti regulace v ustáleném stavu, tedy po odeznění přechodových dějů, má smysl uvažovat pouze u stabilních regulačních obvodů, neboť chování nestabilních regulačních obvodů či regulačních obvodů na mezi stability nekonverguje k ustálenému stavu.

V regulačním obvodu je žádoucí, aby se regulační veličina $y(t)$ při změně hodnoty žádané veličiny $w(t)$ přizpůsobila tak, aby v ustáleném stavu platilo $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} w(t)$, a tedy aby regulační odchylka vyvolaná změnou hodnoty žádané veličiny byla v ustáleném stavu nulová, tj. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_w(t) = 0$. Rovněž se požaduje, aby byla zcela vykompenzovaná změna regulované veličiny $y(t)$ způsobená poruchou $v(t)$, tedy aby v ustáleném stavu platilo $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} w(t)$ a regulační odchylka vyvolaná poruchou v byla v ustáleném stavu nulová, tj. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_v(t) = 0$.

Jednou z důležitých úloh řízení je sledování vstupního (referenčního) signálu, kdy cílem je, aby výstup soustavy co nejlépe sledoval požadovaný referenční signál (tracking problem). Používá se hlavně pro řízení polohy. Základní mírou kvality sledování je

právě zmíněná ustálená odchylka. Ustálená odchylka je tedy rozdíl mezi vstupem a výstupem pro $t \rightarrow \infty$ při předepsaném testovacím vstupním (referenčním) signálu.

Tabulka 3.1: Typické testovací referenční signály

Tvar	Název	Fyzikální interpretace	Funkce	L obraz
	skok	konstantní poloha	$1 \times 1(t)$	$\frac{1}{s}$
	rampa	konstantní rychlost	$t \times 1(t)$	$\frac{1}{s^2}$
	parabola	konstantní zrychlení	$\frac{1}{2} t^2 \times 1(t)$	$\frac{1}{s^3}$

Zda jsou tyto požadavky splněny či nikoli záleží na typu regulačního obvodu. Soustava se zpětnou vazbou může při nulovém vstupu (nulová odchylka) sledovat referenční signál, jen když je ho schopná sama vygenerovat (bez vstupu jen z počátečních podmínek).

Při zjišťování velikostí ustálené regulační odchylky vyvolané změnou žádané veličiny vycházíme z přenosu žádané veličiny na regulační odchylku (obr.2.1):

$$S(s) = \frac{E(s)}{W(s)} \Rightarrow E(s) = S(s)W(s) = \frac{W(s)}{1+L(s)} = \frac{W(s)}{1+\frac{B(s)}{A(s)}} \quad (3.2)$$

pro ustálenou hodnotu regulační odchylky vyvolané změnou žádané hodnoty potom platí:

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_w(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sL\{e_w(t)\} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+L(s)} W(s). \quad (3.3)$$

Pro ustálené odchylky jsou odvozeny následující vztahy

$$\begin{aligned} e_{step}(t) &= \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} L(s)} = \frac{1}{1 + K_p} \\ e_{rampa}(t) &= \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sL(s)} = \frac{1}{K_v} \\ e_{parabola}(t) &= \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 L(s)} = \frac{1}{K_a} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Limitám se říká konstanty ustálené odchylky. Konstanty specifikují chování v ustáleném stavu, a tak patří mezi specifikace v časové oblasti. Platí např.

$$K_i = 0 \Rightarrow e_i(\infty) = \infty$$

$$K_i = \infty \Rightarrow e_i(\infty) = 0, \text{ kde } i = p, v, a - \text{ např.}$$

$$K_p = \text{konečná nenulová} \Rightarrow e_{step}(\infty) = 1 / (1 + K_p), \text{ atd.}$$

Obecně se dá říci, že čím vyšší je typ regulačního obvodu, tím lepší vlastnosti má uzavřený regulační obvod v ustáleném stavu. Zhoršují se však jeho stabilní vlastnosti. Je proto vždy nezbytné hledat kompromis mezi požadavky na přesnost regulace a požadavky na dynamické vlastnosti regulačního obvodu.

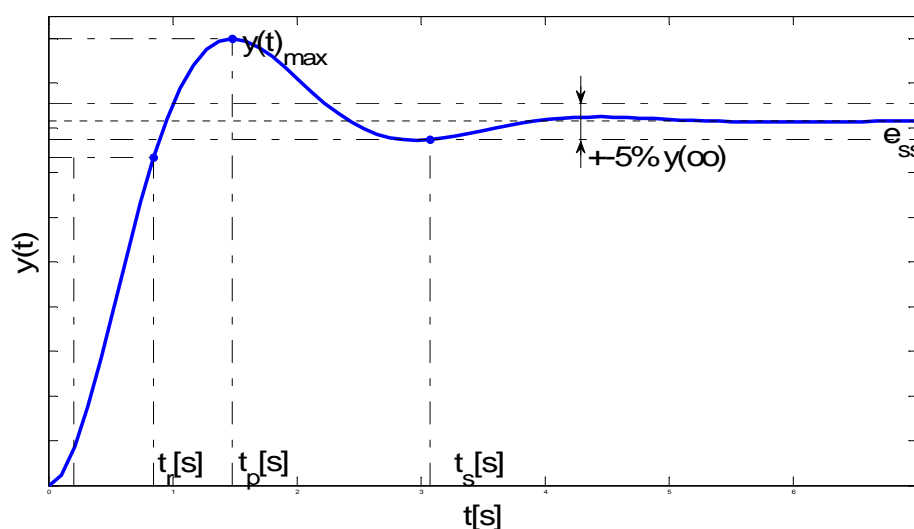
Tabulka 3.2: Konstanty ustálené odchylky

Typ systému	Reference		
	Skok(konstanta polohy)	Rampa(konstanta rychlosti)	Parabola(konstanta zrychlení)
Systém 0.typu	$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} L(s)$	0	0
Systém 1.typu	∞	$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s)$	0
Systém 2.typu	∞	∞	$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2L(s)$

3.1.1.2 Kvantitativní ukazatele kvality regulace

Kvantitativní ukazatele kvality regulace mohou mít nejrůznější charakter. Tato práce je zaměřena pouze na základní ukazatele kvality regulace vycházející z přechodové a frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu.

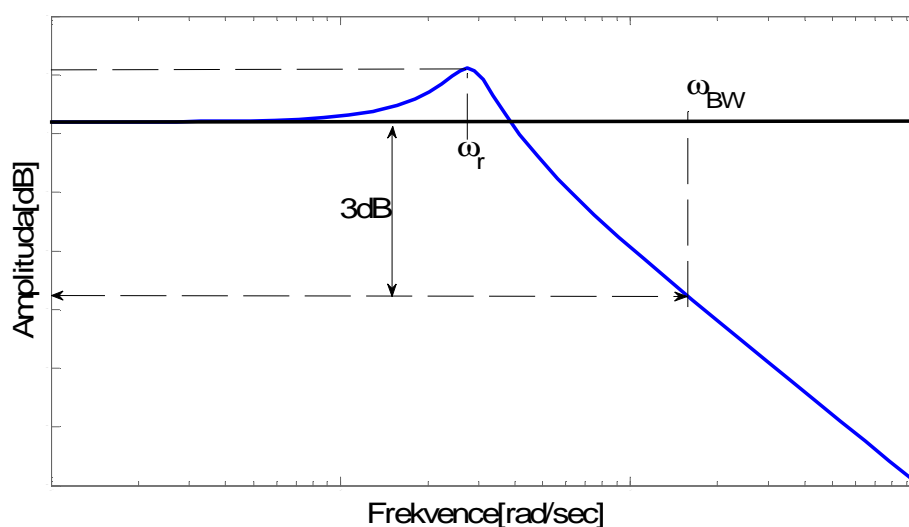
V praxi se nejčastěji zjišťují ukazatele kvality regulace z průběhu přechodové charakteristiky regulované veličiny (obr.3.1).



Obrázek 3.1: Ukazatele kvality regulace z přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu

Z ní se obvykle zjišťuje maximální překývnutí regulované veličiny $y(t)_{\max}$ v čase t_p , doba regulace t_s , která se rovná době, za kterou regulační odchylka (rozdíl mezi skutečnou a žádanou hodnotou regulované veličiny) trvale klesne pod 5% ustálené hodnoty výstupní veličiny $y(t)$. Dále se také zjišťuje doba náběhu t_r a ustálená hodnota odchylky e_{ss} .

Kvalita regulace vyplývající z frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu (obr.3.2), je dána zejména rezonančním převýšením $A_r(\omega_r)$, úhlovým kmitočtem rezonančního převýšení ω_r a šířkou propustného pásma ω_{BW} .



Obrázek 3.2: Ukazatele kvality regulace z frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu

Rezonanční převýšení je maximální hodnota zesílení na frekvenční charakteristice. Velké rezonanční převýšení znamená velký překmit na přechodové charakteristice. Většina řídicích systémů se v praxi s rezonančním převýšením (1 až 3 dB) navrhuje, protože různé nelinearity typu necitlivost, které nejsou lineárním modelem popsány, totiž překmity zpravidla utlumí. Pokud by se vyžadovalo rezonanční převýšení nulové, tedy bez překmitu, byla by ve skutečnosti odezva zpětnovazebního řídicího systému zbytečně pomalá.

Šířka přenášeného pásma je definována jako frekvence, na níž poklesne zesílení o 3dB oproti zesílení na nízkých frekvencích. Širší propustné pásmo znamená rychlejší odezvu systému, tj. kratší dobu náběhu přechodové charakteristiky (dobu, za kterou přejde výstup z 10% na 90% ustálené hodnoty). Na druhou stranu větší šířka přenášené-

ho pásma však znamená, že systém může reagovat i na vysokofrekvenční rušení zpravidla přítomné na vstupech systému a variace parametrů. Menší šířka pásma znamená pomalejší odezvu, ale robustnější systém.

3.1.2 Amplitudová a fázová bezpečnost

Z Nyquistova kritéria, které vychází Cauchyho principu argumentu [4, 7, 8] vyplývají dvě bezpečnostní meze. Amplitudová bezpečnost (gain margin GM) říká, kolikrát se ještě může zvětšit zesílení v otevřené smyčce, než se zpětnovazební systém dostane na mez stability. Pokud systém $L(s)$ přenáší signály na jisté frekvenci ω_{180} s fázovým posunutím -180° , dostane se tak výstup do protifáze se vstupem (bude mít záporné znaménko). Zápornou zpětnou vazbou pak tento signál se přivede zpět na vstup $L(s)$, kde se však v tomto případě sečte se signálem původním. Pokud má zpětnou vazbou vrácený signál nižší amplitudu než signál budící, zůstane výstup omezený a zpětnovazební obvod stabilní. Nastane-li opačný případ, tj. bude zesílen, zpětnovazební signál bude nestabilní. Je-li zesílení pro frekvenci ω_{180} jednotkové, obvod je na hranici stability. Při návrhu zpětnovazebního řízení je dobré vědět, kolikrát ještě můžeme zvýšit zesílení, než se dostane obvod na mez stability.

Zvětšuje-li se zesílení, fáze zůstává stejná, amplituda roste, „rezerva“ v zesílení klesá, až klesne na nulu, graf $L(s)$ protne kritický bod a CL systém bude na mezi stability.

Faktor GM je definovaný jako

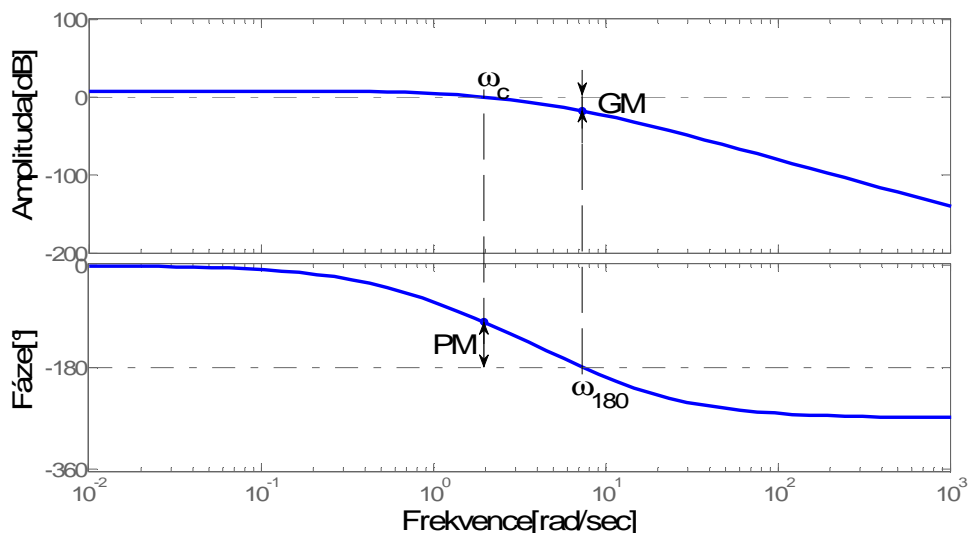
$$GM = 1/|L(j\omega_{180})|, \text{ kde fáze } \angle L(j\omega_{180}) = -180^\circ \quad (3.5)$$

Vynásobí-li se zesílení systému $L(s)$ právě faktorem GM, CL systém se dostane na mez stability. GM tedy udává mez, do které se stability při zvětšení zesílení neztratí.

Fázová bezpečnost (phase margin PM) podobně říká, o jak velké zpoždění (fázi) si můžeme dovolit zpoždit vstupní signál na frekvenci ω_c (gain crossover frequency – přechodová frekvence), pro kterou má přenos $L(s)$ jednotkové zesílení, než se fáze obrátí na -180° a zpětnovazební systém se tak dostane na hranici stability. Jestliže se zmenšuje fáze (např. přidání dopravního zpoždění), amplituda zůstává stejná, fáze roste, „rezerva“ ve fázi klesá až klesne na nulu, graf $L(s)$ protne kritický bod a CL systém je na mezi stability. Faktor PM je definovaný jako

$$PM = 180^\circ + \angle L(j\omega_c), \text{ kde } |L(j\omega_c)| = 1. \quad (3.6)$$

Frekvence ω_c na které se odečítá faktor PM se také někdy značí ω_{PM} . Zvětšíme-li negativní fázi (zpoždění) o hodnotu PM, CL systém se právě dostane na mez stability. Udává tedy mez, do které se stabilita při zmenšení fáze (zvětšení zpoždění) neztratí.



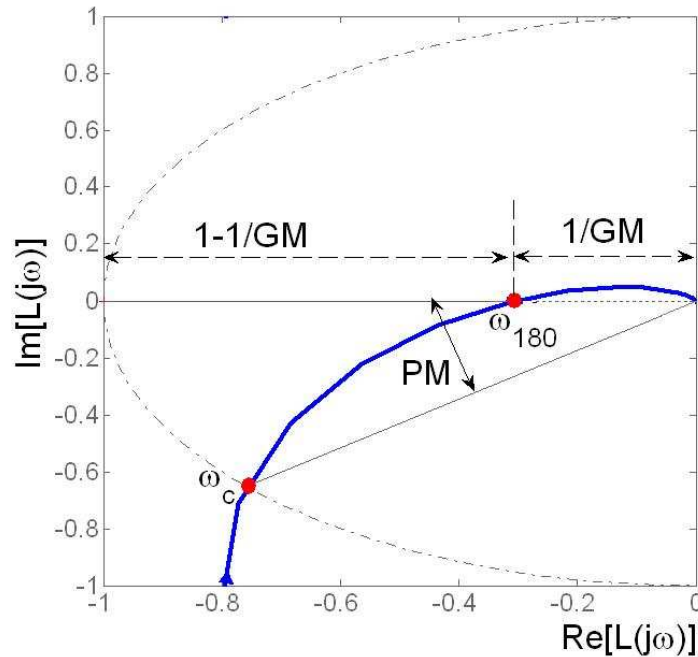
Obrázek 3.3: Fázová a amplitudová bezpečnost na Bodeho diagramu

Jedním z parametrů při návrhu regulátoru pak může být předem určená fázová bezpečnost otevřené smyčky. Její hodnota souvisí s relativním tlumením, pro systém druhého řádu a hodnoty $PM < 70^\circ$ lze aproximovat vztahem

$$\zeta = \frac{PM}{100} \quad (3.7)$$

podle ,kterého lze přibližně zvolit PM při požadovaném tlumení ζ .

V praxi se model nebo získána frekvenční charakteristika řízené soustavy nikdy nebude přesně shodovat s realitou, a proto při návrhu řízení na modelu se zvolí dostatečná fázová bezpečnost, aby se zajistilo, že i při aplikaci na reálném, ne zcela totožném systému bude zajištěna stabilita uzavřené smyčky. PM je ochrana proti neurčitosti dopravního zpoždění, v praxi se typicky používá fázová bezpečnost $PM > 30^\circ$. GM je ochrana proti nejistotě v ustáleném zesílení, typicky $GM > 2(6\text{dB})$. Hodnoty fázové a amplitudové bezpečnosti lze snadno nalézt na Bodeho diagramu, který je znázorněn na obr.3.3 a nebo na Nyquistově charakteristice v GKR na obr.3.4.



Obrázek 3.4: Amplitudová a fázová bezpečnost zobrazena na Nyquistově charakteristice

3.2 Návrh PID regulátoru frekvenční metodou

Přenos PID regulátoru (2.7)

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d \left(s^2 + \frac{k_p}{k_d} s + \frac{k_i}{k_d} \right)}{s} = \frac{k_d (s^2 + (\omega_I + \omega_D) s + \omega_I \omega_D)}{s} = \frac{k_d}{s} (s + \omega_I) (s + \omega_D)$$

kde vztahy mezi zlomovými frekvencemi a zesíleními jednotlivých složek jsou (2.8)

$$\omega_I + \omega_D = \frac{k_p}{k_d} \text{ a } \omega_I \cdot \omega_D = \frac{k_i}{k_d}$$

Při návrhu PID regulátoru se postupuje podobně jako u PD regulátoru. PID regulátor se použije tehdy, bude-li se chtít rozšířit propustné pásmo uzavřené smyčky a zvýšit tím rychlost odezvy systému na vstupní signál, to zajistí D složka. I složka zajistí nulovou ustálenou regulační odchylku, integrační složka však sníží fázi uzavřené smyčky na jistých frekvencích (zvýší se zpoždění signálu), čímž se prodlouží doba regulace. Z tohoto důvodu se frekvence ω_I zvolí taková, aby se vliv integrační korekce na frekvenci $\omega_D = \omega_{PM}$, kde budeme měřit fázovou bezpečnost, téměř neprojevil, tj. typicky se volí $\omega_I = 0,1\omega_D$. V další kapitole bude ukázáno co se stane při změně tohoto poměru. Parametr ω_D , zlomová frekvence PID regulátoru, se volí tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí ω_{PM} , na níž se měří fázová bezpečnost výsledného přenosu ote-

vřené smyčky $L(s)$, tedy se zvolí $\omega_D = \omega_{PM}$. Na této frekvenci zvýší D člen fázi soustavy o 45° . Na druhou stranu se sníží fáze otevřené smyčky na frekvenci ω_D díky integrační složce, pro $\omega_D = 10\omega_I$ bude úbytek právě $5,7^\circ$ (viz frekvenční charakteristika PID regulátoru).

Fáze otevřené smyčky na frekvenci ω_D je

$$\arg(L(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + \arg(C(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + 45^\circ - 5,7^\circ. \quad (3.8)$$

Fázová bezpečnost je definována jako

$$\arg(L(j\omega_D)) = -180^\circ + PM. \quad (3.9)$$

Kombinací vztahů (3.15) a (3.16) se získá

$$\arg(P(j\omega_D)) = -180^\circ + PM - 45^\circ + 5,7^\circ. \quad (3.10)$$

V dalším bodě návrhu se zvolí požadovaná fázová bezpečnost a vypočte se fáze soustavy $P(s)$ na frekvenci ω_D . Neznámou frekvenci ω_D tedy najdeme na frekvenční charakteristice řízeného systému $P(s)$ v místě, kde jeho fáze prochází bodem, který se spočte z (3.10). Nyní zbývá určit parametry regulátoru. Ty se určí z podmínky, že pokud je ω_D frekvence, na které se odečítá fázová bezpečnost, musí na ní zesílení otevřené smyčky $L(j\omega_D)$ být jednotkové

$$\begin{aligned} |L(j\omega_D)| &= |C(j\omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| = \left| \frac{k_d}{j\omega_D} (j\omega_D + \omega_I)(j\omega_D + \omega_D) \right| \cdot |P(j\omega_D)| = \\ &= \left| \frac{k_d}{j\omega_D} (j\omega_D + 0,1\omega_D)(j\omega_D + \omega_D) \right| \cdot |P(j\omega_D)| = \frac{k_d}{\omega_D} \omega_D \sqrt{1+0,01} \cdot \omega_D \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)| = 1 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Pokud se v posledním výrazu pod odmocninou zanedbá člen 0,01 oproti jedničce, vyjde

$$k_d = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)|} \quad (3.12)$$

s využitím vztahu (2.8) se dají vypočítat další konstanty regulátoru

$$k_p = k_d (\omega_I + \omega_D) = k_d (0,1\omega_D + \omega_D) = 1,1\omega_D k_d \quad (3.13)$$

$$k_i = k_d \omega_I \omega_D = k_d 0,1\omega_D \omega_D = k_d \cdot 1,1\omega_D^2 \quad (3.14)$$

Zesílení $|P(j\omega_D)|$ se odečítá z Bodeho diagramu, jestliže je amplitudová charakteristika vynášena v dB musí se provést převod

$$|P(j\omega_D)| = 10^{\frac{|P(j\omega_D)|_{dB}}{20}} \quad (3.15)$$

V tomto bodě návrhu přichází na řadu implementace filtrace D složky pro omezení zisku na vyšších frekvencích. Pro tuto implementaci se může použít přenos (2.10) a určí se jen filtrační časová konstanta a nebo se použije přenos (2.11). Tato struktura má nespornou výhodu v tom, že může být vyvinuta metoda výpočtu konstant ideálního PID regulátoru a pak se iteračně bude opakovat postup návrhu. Nejdříve se navrhne regulátor pro systém $P(s)$, tímto návrhem se získá hodnota časové derivační konstanty. Poté se návrh opakuje pro systém $P(s)/(1+T_D s/N)^2$, kde již známe hodnotu T_D . V této práci se používá přenos (2.11), pro který je i vytvořena funkce v MATLABu.

3.3 Návrh Lead-lag regulátoru frekvenční metodou

Účel návrhu Lead-Lag regulátoru ve frekvenční oblasti je uspokojení specifikace na přesnost ustáleného stavu a fázové bezpečnosti. Typicky se může také požadovat specifikace (ať už zadaná explicitně či implicitně) na přechodovou frekvenci a nebo na šířku pásma uzavřeného regulačního obvodu. Specifikace fázové bezpečnosti může představovat požadavek na relativní stabilitu kvůli dopravnímu zpoždění v systému nebo to může představovat požadavek na přechodovou odezvu, které může být přepočítána z časové oblasti do frekvenční oblasti. Specifikace na šířku pásma a nebo přechodovou frekvenci může představovat požadavek na rychlost odezvy v časové oblasti nebo ve frekvenční oblasti požadavek na průchod sinusového signálu bez významného zpoždění.

Celková filozofie v postupu navrhování představeném zde je pro Lead část regulátoru přizpůsobit křivku Bodeho diagramu systému pro požadovanou fázovou bezpečnost na předepsané frekvenci bez snižování hodnoty stejnosměrné složky. Lag část regulátoru je používána pro snížení amplitudové křivky dolů k hodnotě 0dB na předepsané frekvenci. Lag regulátor musí zmírnit (zeslabit) velikost amplitudy sériové kombinace Lead regulátoru $C_{lead}(s)$ a soustavy $P(s)$ na vybrané frekvenci. Tedy v proceduře navrhování se nejprve navrhne Lead část regulátoru. Aby Lead-Lag regulace pracovala v tomto kontextu, jsou potřebné následující dvě podmínky:

- Neregulovaný fázový posuv na vybrané přechodové frekvenci musí být více záporný, než je hodnota potřebná k tomu, aby splnila podmínku fázové bezpečnosti (jinak je nepotřebná Lead regulace).
- Bodeho amplitudová frekvenční charakteristika po návrhu Lead regulátoru musí být nad 0dB na frekvenci, která byla vybrána jako přechodová (jinak není potřeba Lag kompenzace).

Základní Lead-Lag regulátor má dva stupně, jeden z nich je Lag a druhý Lead regulátor. Jestliže má regulátor jednostupňový Lead regulátor pak hodnota fáze, která je potřeba k přesunutí nahoru na přechodové frekvenci ke splnění požadavku na fázovou bezpečnost, musí být menší než 90° a obecně je omezena maximální hodnota v rozsahu 55° - 65° .

Přechodová frekvence a šířka pásma pro Lead-Lag regulaci může být vyšší nebo nižší než pro samotnou regulovanou soustavu nebo pro regulovanou soustavu po splnění požadavku na odchylku v ustáleném stavu. Toto záleží na výběru hodnoty pro přechodovou frekvenci. Vyšší přechodová frekvence odpovídá rychlejší odezvě v časové oblasti. Rychlejší odezva může být výhodou v mnoha aplikacích, ale nevýhodou větší šířky pásma je více šumu v systému a jiné vysoké frekvence signálu (často nechtěné), které projdou systémem. Menší šířka pásma také poskytuje větší stabilitu a robustnost. Zde je tedy kompromis mezi schopností sledovat rychle měnící se referenční signály a být schopen odolat vysokofrekvenčním poruchám. Přenos Lead-Lag regulátoru je uveden v rovnici (2.15).

3.3.1 Postup návrhu Lead-Lag regulátoru

Procedura navrhování Lead-Lag regulátoru je skoro stejná jako navrhování Lead regulátoru a potom navrhování Lag regulátoru. Jsou zde jen malé rozdíly mezi kroky pro návrh Lead a Lag regulátoru. Tyto rozdíly dovolují vzít v úvahu interakci (vzájemné ovlivňování) mezi Lead a Lag částí regulátoru. Následující kroky postupu návrhu, které budou používány pro návrh Lead-Lag regulátoru splní specifikace pro odchylku v ustáleném stavu, fázovou bezpečnost a přechodovou frekvenci. Jestliže je specifikace daná v rámci šířky pásma uzavřeného regulačního obvodu ω_{BW} namísto hodnoty pře-

chodové frekvence ω_c následující odhad může být použit aby splnil úvodní požadavky návrhu: $\omega_{BW} \approx 1.5\omega_c$.

1. Určí se, jestli typ systému N (řád astatismu) potřebuje být zvýšen k tomu aby splnil požadavek na odchylku v ustáleném stavu a jestliže bude třeba zvýší se řád soustavy s požadovaným počtem pólů v $s=0$. Přepočítá se K_c tak, aby byl splněn požadavek na odchylku v ustáleném stavu.
2. Vytvoří se Bodeho frekvenční charakteristika systému $G(s) = K_c P(s) / s^{(N_{req} - N_{sys})}$
3. Návrh se Lead část Lead-Lag regulátoru:
 - (a) určete hodnotu fázového posuvu $G(j\omega)$ na specifikované přechodové frekvenci a přepočítejte hodnotu fázové bezpečnosti neregulovaného systému $PM_{uncompensated}$ (za předpokladu, že přechodová frekvence definuje fázovou bezpečnost neregulovaného systému);
 - (b) vypočítejte hodnoty ϕ_{max} a α_d (2.16), které jsou požadované ke zvýšení fáze fázové charakteristiky k hodnotě potřebné ke splnění specifikace na fázovou bezpečnost;
 - (c) použitím hodnoty α_d a specifikované přechodové frekvence vypočítejte pól p_{cd} a nulu z_{cd} Lead regulátoru;
4. Návrh Lag část Lead-Lag regulátoru:
 - (a) určete velikost amplitudy $G(j\omega)$ na specifikované přechodové frekvenci
 - (b) určete hodnotu posuvu amplitudové křivky na přechodové frekvenci, který je způsobený Lead regulátorem
 - (c) určete velikost zmenšení, které je požadováno, aby snížilo kombinovanou (soustava a Lead regulátor) amplitudu dolů k 0dB a vypočítejte odpovídající α_g
 - (d) použitím hodnoty α_g a specifikované přechodové frekvence vypočítejte pól p_{cg} a nulu z_{cg} Lag regulátoru;

Pro ilustraci postupu návrhu je použit následující model systému a následující požadavky:

$$P(s) = \frac{2}{s} \quad (3.16)$$

- Odchylka na ustálený stav, specifikace pro parabolický vstup je $e_{ss_specified} = 0.0125$
- Požadavek na fázovou bezpečnost je $PM = 45^\circ$
- Požadavek na přechodovou frekvenci je $\omega_{c_compensated} \approx 5 \text{ rad/sec}$

3.3.2 Zesílení regulátoru

První krok při postupu návrhu je určit počet pólů, které regulátor musí mít v $s=0$ a hodnotu zisku K_c . Odchylka ustáleného stavu je specifikována pro parabolický vstup, požadované počty pólů regulovaného systému jsou tedy $N_{req} = 2$. Model soustavy popsaný v (3.23) má počet pólů v nule $N_{sys} = 1$, regulátor tedy musí mít $N_{req} - N_{sys} = 2 - 1 = 1$ pól umístěný v $s = 0$.

Když $P(s)$ je rozšířený s tímto pólem regulátoru v původu, chybová konstanta $P(s)/s$ je $K_{x_plant} = 2/1 = 2$, takže odchylka v ustáleném stavu pro parabolický vstup je $e_{ss_plant} = 1/2 = 0.5$. Požadovaná odchylka ustálené stavu je $e_{ss} = 0.0125$ a vyžaduje chybovou konstantu $K_{x_required} = 1/0.0125 = 80$.

Proto se vyžaduje aby regulátor měl hodnotu zisku

$$K_c = \frac{e_{ss_plant}}{e_{ss_specified}} = \frac{0.5}{0.0125} = 40 \quad (3.17)$$

$$= \frac{K_{x_required}}{K_{x_plant}} = \frac{80}{2} = 40$$

tak, že

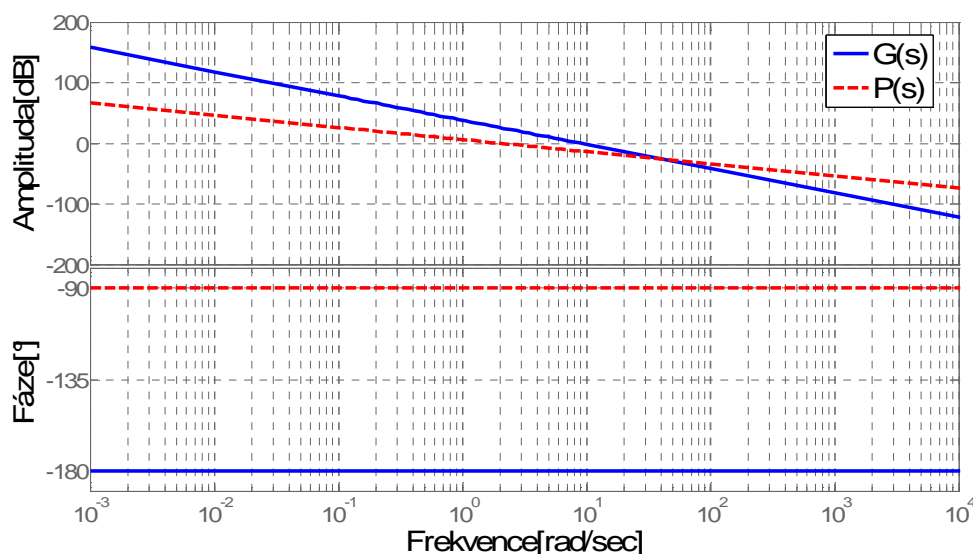
$$\frac{K_c}{s^{(N_{req}-N_{sys})}} = \frac{40}{s} \quad (3.18)$$

3.3.3 Vytvoření Bodeho frekvenčních charakteristik

Další krok je vytvoření amplitudové a fázové charakteristiky jako funkce frekvence ω pro sériovou kombinaci zisku regulátoru (póly regulátoru v $s=0$) a daného systému $P(s)$. Tato přenosová funkce bude využita pro výpočet hodnot pólů a nul regulátoru a k určení, jestli je potřebný více než jeden stupeň Lead nebo Lag regulátoru. Amplituda

$|G(j\omega)|$ je zpravidla kreslena v decibelech (dB) proti frekvenci v logaritmickém měřítku a fáze $\angle G(j\omega)$ je kreslena ve stupních proti frekvenci v logaritmickém měřítku. Systém, jehož frekvenční charakteristika je nakreslena na obr.3.5, je

$$G(s) = \frac{K_c}{s^{(N_{req}-N_{sys})}} \cdot P(s) = \frac{40}{s} \cdot \frac{2}{s} = \frac{80}{s^2} \quad (3.19)$$



Obrázek 3.5: Bodeho frekvenční charakteristika po splnění požadavku na odchylku v ustáleném stavu

Obrázek 3.5 tedy ukazuje Bodeho frekvenční charakteristiku tohoto rozšířeného systému. Přerušované křivka je pro $P(j\omega)$. Regulátor má původně jeden pól, plná čára je pro sériovou kombinaci $G(j\omega)$ (3.19) a liší se o -20 dB na dekádu pro všechny frekvence. Na frekvenci $\omega=1$ rad/sec zisk zvýšil křivku $20\log_{10}|40| \approx 32$ dB. Fázová charakteristika soustavy je posunuta o -90° pro všechny frekvence, díky původnímu pólu regulátoru.

Další fáze návrhu jedná s výpočtem $(s/z_{cd}+1)/(s/p_{cd}+1)$. Hodnoty z_{cd} a p_{cd} budou vybrány tak, aby splnili požadavek na fázovou bezpečnost na požadované přechodové frekvenci. Je dobré si povšimnout, že na frekvenci $\omega=0$ amplituda $|(j\omega/z_{cd}+1)/(j\omega/p_{cd}+1)|=1 \Rightarrow 0$ dB a fáze $\angle(j\omega/z_{cd}+1)/(j\omega/p_{cd}+1)=0^\circ$. Proto nízkofrekvenční část křivky bude nezměněná a požadavek na odchylku v ustáleném stavu zůstane splněný. Bodeho frekvenční charakteristika po návrhu Lead části regulá-

toru bude součet na každé frekvenci, z charakteristiky udělané v tomto kroku návrhu a z charakteristiky $(j\omega/z_{cd} + 1)/(j\omega/p_{cd} + 1)$.

3.3.4 Fázová bezpečnost neregulovaného systému

Účel Lead regulátoru je posun fázové charakteristiky nahoru tak, aby se splnil požadavek ze zadání na fázovou bezpečnost. Je potřeba vypočítat, jaký je požadovaný posuv fáze. První krok v tomto rozhodnutí je ohodnotit fázovou bezpečnost daného systému (3.19). Fázová bezpečnost neregulovaného systému je

$$PM_{uncompensated} = 180^\circ + \angle G(j\omega_c) \quad (3.20)$$

Systém s přenosem (3.19) je typu 2 (má řád statismu 2), další póly tam nejsou posuv fáze $G(j\omega)$ je tam tedy -180° pro všechny frekvence. Proto fázová bezpečnost takového neregulovaného systému je $PM_{uncompensated} = 180^\circ + (-180^\circ) = 0^\circ$.

3.3.5 Určení ϕ_{\max} a α_d

Z hodnoty nevykompenzované fázové bezpečnosti z předchozího kroku se nyní určí velikost pozitivního fázového posuvu, který bude muset poskytovat Lead regulátor. Regulátor bude muset přesunout Bodeho fázovou charakteristiku $G(j\omega)$ na $\omega = \omega_c = 5$ rad/sec nahoru z jeho aktuální hodnoty -180° do hodnoty potřebné k uspokojení fázové bezpečnosti ze specifikace. Koeficient bezpečnosti 10° musí být zahrnut v tomto fázovém posuvu. Poté množství fázového posuvu (fázový předstih), který bude regulátor poskytovat na $\omega = \omega_c$ je:

$$\begin{aligned} \phi_{\max} &= PM_{specified} + 10^\circ - PM_{uncompensated} \\ &= 45^\circ + 10^\circ - 0^\circ = 55^\circ \end{aligned} \quad (3.21)$$

Když už teď známe fázový předstih ϕ_{\max} , může se vypočítat hodnota α_d . Z kapitoly 2 víme, že největší úhel produkovaný regulátorem je:

$$\sin(\phi_{\max}) = \frac{1 - \alpha_d}{1 + \alpha_d} \quad (3.22)$$

takže hodnota α_d vypočtená z (3.22) je

$$\alpha_d = \frac{1 - \sin(\phi_{\max})}{1 + \sin(\phi_{\max})} = \frac{1 - \sin(55^\circ)}{1 + \sin(55^\circ)} = 0.099 \quad (3.23)$$

a pól a nula regulátoru souvisejí s koeficientem $z_{cd}/p_{cd} = \alpha_d = 0.099$. Hodnota $\phi_{\max} = 55^\circ$ je v tomto případě v blízkosti horní meze pro jednostupňovou Lead regulaci. Mnoho referencí stojí na tom, že $\alpha \geq 0.1$ by mělo být užíváno pro Lead regulátor k tomu, aby se předešlo nadměrně velkým hodnotám komponent a k omezení velikosti nežádoucího posunu v amplitudové charakteristice $G(s)$. Hodnota $\alpha_d = 0.1$ odpovídá maximálnímu fázovému posuvu $\phi_{\max} \approx 55^\circ$. V tomto příkladu se předpokládá, že $\alpha_d = 0.099$ je přípustná hodnota pro jednostupňovou Lead regulaci.

3.3.6 Určení z_{cd} a p_{cd}

Další a poslední krok při návrhu přenosové funkce Lead regulátoru je určení hodnot pólu a nuly. Je dobré si povšimnout, že v návrhu Lead části Lead-Lag regulátoru se nemusela určit nová přechodová frekvence. Tato frekvence je specifikovaná a Lag část regulátoru se postará o posun amplitudové charakteristiky na zadanou přechodovou frekvenci.

V této chvíli je známá hodnota α_d a dále specifikovaná hodnota ze zadání ω_c . Jen jednoduché výpočty jsou potřebné k tomu, abychom vypočítali hodnoty pólu p_{cd} a nuly z_{cd} . Jak je již zmíněné v kapitole 2, frekvence ω_{\max} je střední geometrická hodnota z p_{cd} a z_{cd} ; to je $\omega_{\max} = \sqrt{z_{cd}p_{cd}}$. V této části návrhu, kdy víme, že $\omega_{\max} = \omega_{c\text{-compensated}}$ se může vypočítat pól a nula regulátoru z:

$$z_{cd} = \omega_{x\text{-compensated}} \sqrt{\alpha_d}, \quad p_{cd} = \frac{z_{cd}}{\alpha_d} \quad (3.24)$$

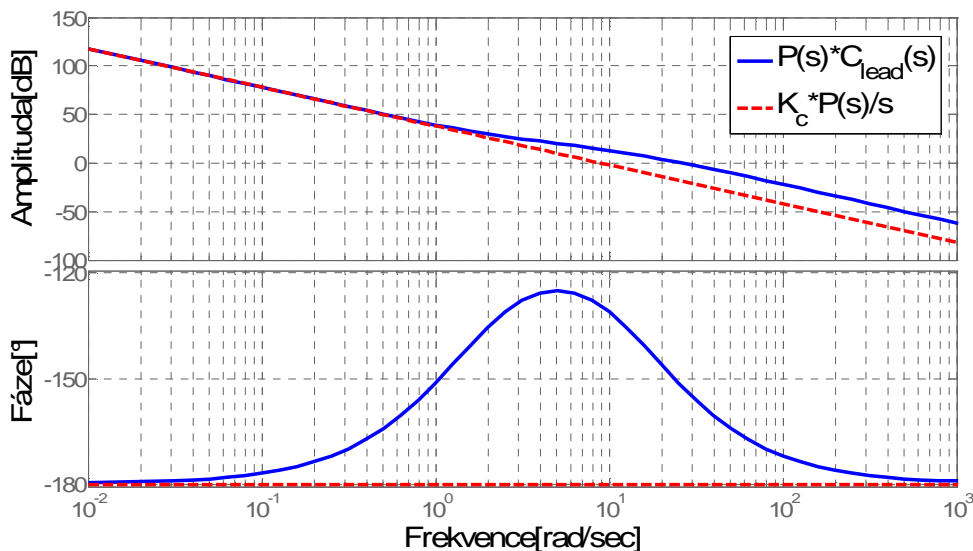
$$z_{cd} = 5\sqrt{0.099} = 1.58, \quad p_{cd} = \frac{1.58}{0.099} = 15.9$$

Přenosová funkce Lead části regulátoru navrhnutá v této části je:

$$C_{lead} = \frac{40(s/1,58+1)}{s(s/15,9+1)} = \frac{40(0,634s+1)}{s(0,063s+1)} = \frac{402,4(s+1,58)}{s(s+15,9)} \quad (3.25)$$

Obrázek 3.6 ukazuje Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené smyčky regulátoru a soustavy $L(s) = C_{lead}(s)P(s)$. Přerušovaná čára patří systému $K_c P(s)/s$. Na fázové charakteristice otevřené smyčky můžeme vidět správnou hodnotu na $\omega = 5 \text{ rad/sec}$

k uspokojení požadavku na fázovou bezpečnost. Amplitudová charakteristika je posunuta nahoru díky faktoru $K_c G_p(s)/s$. Účel Lag části regulátoru je snížit amplitudovou charakteristiku $C_{lead}(s)P(s)$ směrem k 0dB na specifikované přechodové frekvenci.



Obrázek 3.6: Bodeho frekvenční charakteristika po návrhu Lead regulátoru

3.3.7 Určení α_g

V tuto chvíli již je vypočtena Lead část regulátoru, velikost zmenšení amplitudy, které bude muset poskytnout Lag regulátor na specifikované přechodové frekvenci, musí být ohodnocena. Pro všechny frekvence větší asi než $4 \cdot z_{cg}$ velikost amplitudy $\left| \frac{j\omega/z_{cg} + 1}{j\omega/p_{cg} + 1} \right|$ Lag regulátoru je $-20 \cdot \log_{10}(\alpha_g)$ dB. Proto tedy vysoké frekvence (vztažené k z_{cg}) budou zeslabeny o $-20 \cdot \log_{10}(\alpha_g)$ dB. Tak α_g může být vypočteno vyčíslením velikosti amplitudy $|C_{lead}(s) \cdot P(s)|$ na specifikované $\omega_{c_compensated}$.

Jestliže jsou dostupné Bodeho frekvenční charakteristiky, pak tato velikost může být odečtena přímo z grafu na specifikované přechodové frekvenci. Jestliže graf $G(j\omega)$ definovaný (3.19) je dostupný pak následující vztah může být použit pro výpočet $|C_{lead}(j\omega) \cdot P(j\omega)|$ na frekvenci $\omega = \omega_{c_compensated}$.

$$\left| C_{lead}(j\omega_{c_compensated}) \cdot P(j\omega_{c_compensated}) \right|_{dB} = \left| G(j\omega_{c_compensated}) \right|_{dB} + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{\alpha_d} \right) \quad (3.26)$$

pro tento případ

$$\left| C_{lead} (j\omega_{c_compensated}) \cdot P(j\omega_{c_compensated}) \right|_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{80}{5^2} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{0,099} \right) \quad (3.27)$$

$$= 10.10 + 10.03 = 20.13 \text{ dB}$$

pozn.(hodnotu 10,1 lze také zjistit z Bodeho diagramu), jelikož je hodnota v decibelech, musí se provést převod, pro tento případ

$$\alpha_g = 10^{\frac{20.13}{20}} = 10.15 \quad (3.28)$$

Tato hodnota α_g poskytne nezbytné oslabení na frekvenci $\omega = 5 \text{ rad/sec}$ což je přechodová frekvence. Hodnota α_g je mírně nad horní mezí zpravidla používanou pro Lag regulaci. Předpokládá se, že je to ještě přijatelná hodnota.

3.3.8 Určení z_{cg} a p_{cg}

Poslední krok v návrhu přenosové funkce Lead-Lag regulátoru je určení hodnoty pólu a nuly Lag části regulátoru. Koeficient α_g je již určený, tak jen jedna z těchto podmínek je nezávislá proměnná. My si vybereme umístění nuly regulátoru a potom vypočteme umístění pólu ze vztahu $p_{cg} = z_{cg} / \alpha_g$. Používá se takový přístup, že umístění nuly regulátoru z_{cg} se provede na frekvenci o jednu dekádu menší než je přechodová frekvence. Obecné pravidlo pro umístění nuly regulátoru je následující

$$z_{cg} = \frac{\omega_{c_compensated}}{10 n_{stage}}, \quad (3.29)$$

kde faktor n_{stage} je vybrán z intervalu (0,2) tak aby se nezměnila fázová bezpečnost.

V tomto příkladu je pak pól a nula umístěna na

$$z_{cg} = \frac{5}{10} = 0.5, \quad p_{cg} = \frac{z_{cg}}{\alpha_g} = \frac{0.5}{10.15} = 0.049 \quad (3.30)$$

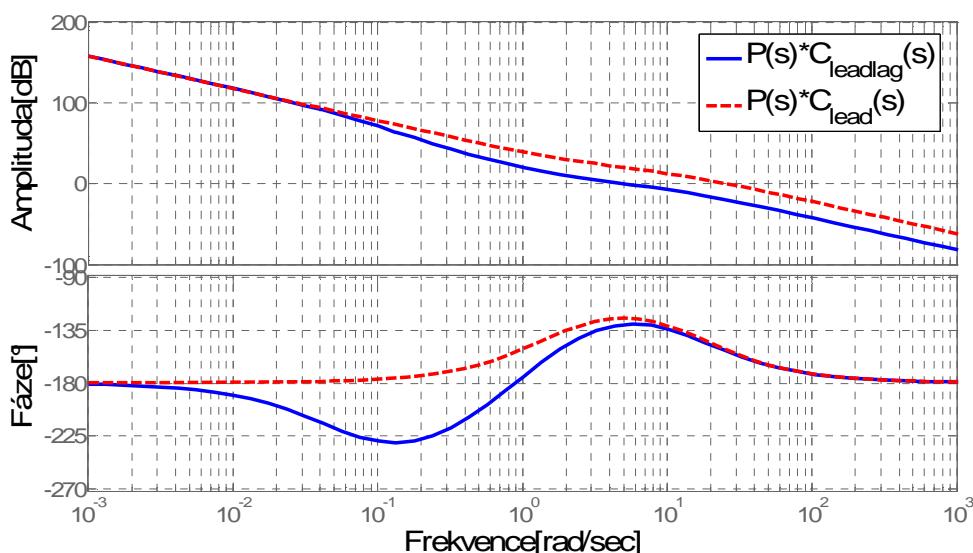
pak finální podoba přenosové funkce Lead-Lag regulátoru potom je:

$$C_{lead_lag}(s) = \frac{40(s/1.58+1)(s/0.5+1)}{s(s/15.9+1)(s/0.049+1)} = \frac{40(0.634s+1)(2s+1)}{s(0.063s+1)(20.3s+1)} = \frac{39,6(s+1,58)(s+0,5)}{s(s+15,9)(s+0,049)} \quad (3.31)$$

Bodeho frekvenční charakteristika pro Lead-Lag regulátorem regulovaný systém je ukázána na obr.3.7. Přechodová frekvence je $\omega_c = 5 \text{ rad/sec}$ a fázová bezpečnost $PM = 49.9^\circ$ takže oba tyto parametry ze zadání jsou splněny. Chybová konstanta regulovaného systému je

$$\begin{aligned}
 K_a &= \lim_{s \rightarrow 0} \left[s^2 \cdot \frac{39.6(s+1.58)(s+0.5)}{s(s+15.9)(s+0.049)} \cdot \frac{2}{s} \right] = 80 \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \left[s^2 \cdot \frac{40(s/1.58+1)(s/0.5+1)}{s(s/15.9+1)(s/0.049+1)} \cdot \frac{2}{s} \right] = 80
 \end{aligned}
 \tag{3.32}$$

odchylka v ustáleném stavu tedy je $e_{ss} = 1/80 = 0.0125$ a také tato specifikace je splněna. Regulátor uveden v (3.31) je ten, který splní všechny požadavky pro zadanou soustavu.



Obrázek 3.7: Bodeho frekvenční charakteristika po návrhu Lead-Lag regulátoru

Kapitola 4

Porovnání navržených regulátorů

Pro porovnání navržených regulátorů jsou použity systémy s různou dynamikou.

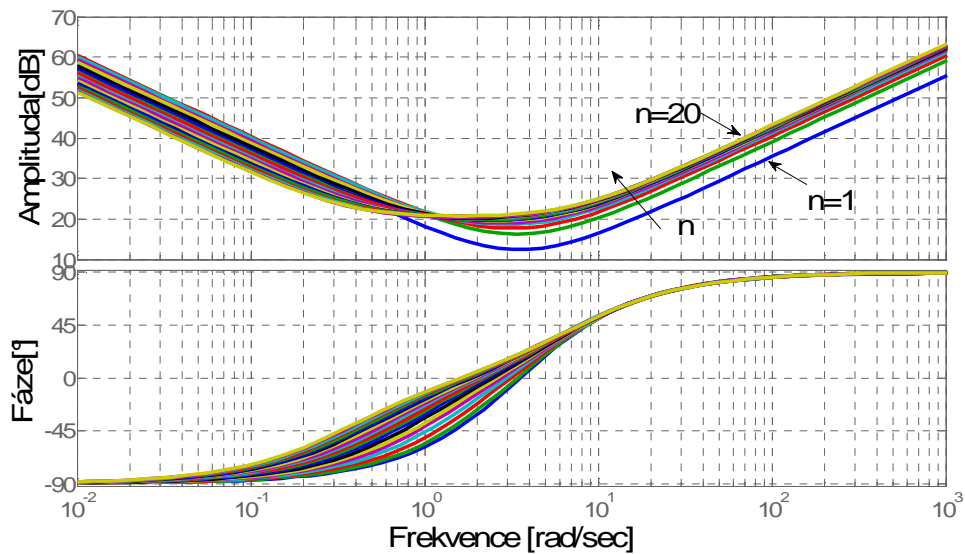
4.1 Vhodná volba poměru integrační a derivační zlomové frekvence PID regulátoru

Jak již bylo napsáno v kapitole o PID regulátorech a následně v kapitole zabývající se jejich návrhem, v praxi se volba mezi zlomovými frekvencemi volí zpravidla tak, aby se vliv integrační korekce na frekvenci $\omega_D = \omega_{PM}$, kde se odečítá fázová bezpečnost, téměř neprojevil. Tato kapitola má za cíl ověřit volbu $\omega_I = 0,1\omega_D$. Tabulka 4.1 ukazuje, o kolik se sníží fáze otevřené smyčky na frekvenci ω_D díky integrační složce, pro poměr $\omega_I = \omega_D / n$, kde $n \in (1, 20)$.

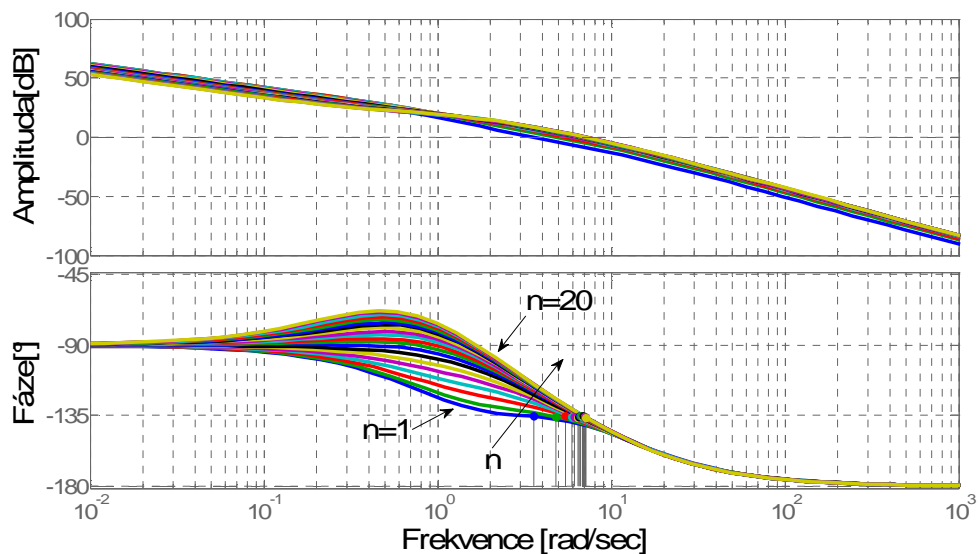
Tabulka 4.1: Snížení fáze otevřené smyčky na frekvenci ω_D

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
φ	45	26,57	18,43	14,04	11,31	9,46	8,13	7,13	6,34	5,71
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
φ	5,19	4,76	4,40	4,09	3,81	3,58	3,37	3,18	3,01	2,86

Pro přenos (4.1) byly navrženy PID regulátory, pro různý poměr mezi derivační a integrační zlomovou frekvencí. Na obr.4.1 je zobrazena Bodeho frekvenční charakteristika jednotlivých navržených PID regulátorů, z obrázku je patrný posun integrační zlomové frekvence doleva pro rostoucí n .



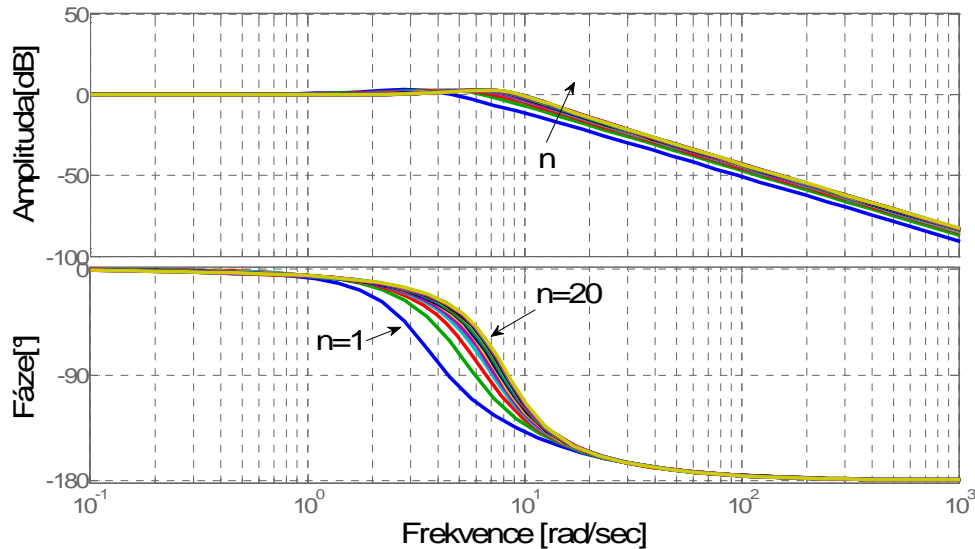
Obrázek 4.1: Bodeho frekvenční charakteristiky PID regulátoru pro různý poměr mezi zlomovými frekvencemi



Obrázek 4.2: Frekvenční charakteristika otevřené smyčky $L(s)$ s navrženými PID regulátory pro (4.1) pro různý poměr mezi zlomovými frekvencemi

Navržené PID regulátory, byly navrženy tak, aby byl splněn požadavek na fázovou bezpečnost $PM = 45^\circ$. Z obr.4.2 je patrné, že pro vzrůstající n se posouvá přechodová frekvence směrem doprava. V důsledku to znamená, že se rozšiřuje šířka přenášeného pásma uzavřené smyčky, což je patrné i z obr.4.3. Fázová bezpečnost, která souvisí s relativním tlumením systému a tedy i s překmitem na přechodové charakteristice, zůstává stejná. To znamená, že všechny navržené zpětnovazební obvody budou mít stejný překmit na přechodové charakteristice, což je také patrné z obr.4.3. ,kde je stejné rezo-

nanční převýšení, které také souvisí s překmitem na přechodové charakteristice. Na obr.4.3. je zobrazena frekvenční charakteristika uzavřené smyčky $T(s)$ s navrženými PID regulátory.



Obrázek 4.3: Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky $T(s)$ s navrženými PID regulátory pro (4.1) pro různý poměr mezi zlomovými frekvencemi

I pro astatický systém prvního řádu platí, že s rostoucím n se posouvá přechodová frekvence a tím roste šířka pásma uzavřeného regulačního obvodu. Závěr z tohoto pokusu je tedy následující čím větší bude n tím větší bude šířka přenášeného pásma. Širší propustné pásmo znamená rychlejší odezvu systému, tj. kratší dobu náběhu přechodové charakteristiky. Na druhou stranu větší šířka přenášeného pásma však znamená, že systém může reagovat i na vysokofrekvenční rušení zpravidla přítomné na vstupech systému. Malá volba n ovlivňuje dynamické vlastnosti regulačního obvodu. Na druhou stranu velká čísla ovlivňují problém se sledováním referenčního signálu. Volba používaná v praxi, tedy poměr $\omega_i = 0,1\omega_D$ je tedy kompromis mezi klady a zápory širšího propustného pásma.

4.2 Porovnání navržených regulátorů

První porovnání je provedeno pro model soustavy s přenosem

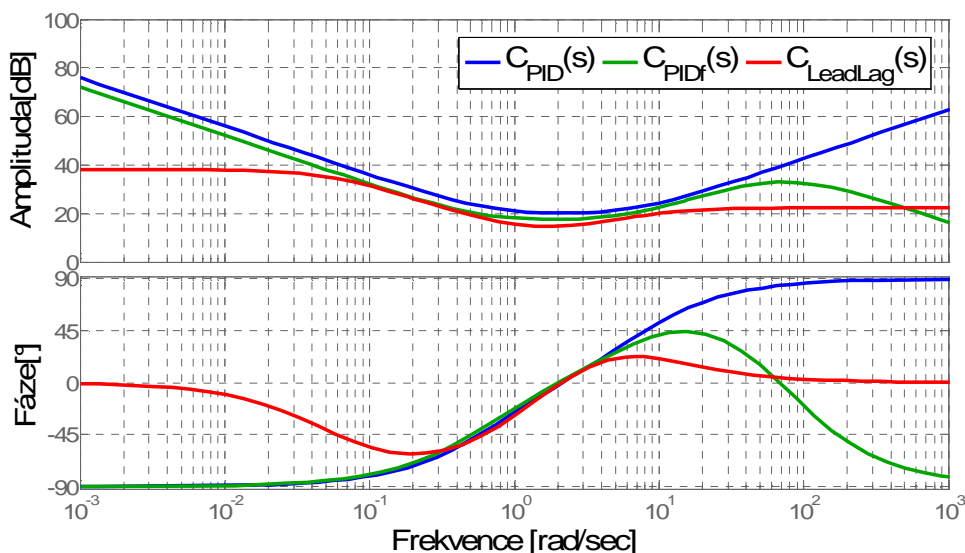
$$P(s) = \frac{50}{(s+1)(s+4)(s+10)} \quad (4.1)$$

Systém popsany přenosem (4.1) může symbolizovat tříválcovou vodárnu. Regulátory byly navrženy, aby splnily požadavek na fázovou bezpečnost $PM = 45^\circ$. Lead-Lag regulátor byl navíc navržen tak, aby byl splněn požadavek na přechodovou frekvenci $\omega_c = 5[\text{rad/sec}]$ a chybová konstanta na skok polohy byla $K_p = 100$. Na obr.4.4 jsou zobrazeny frekvenční charakteristiky navržených regulátorů. Navržené regulátory mají následující přenosy:

$$C_{PID}(s) = \frac{1.3592 (s + 6.81) (s + 0.6811)}{s} \quad (4.2)$$

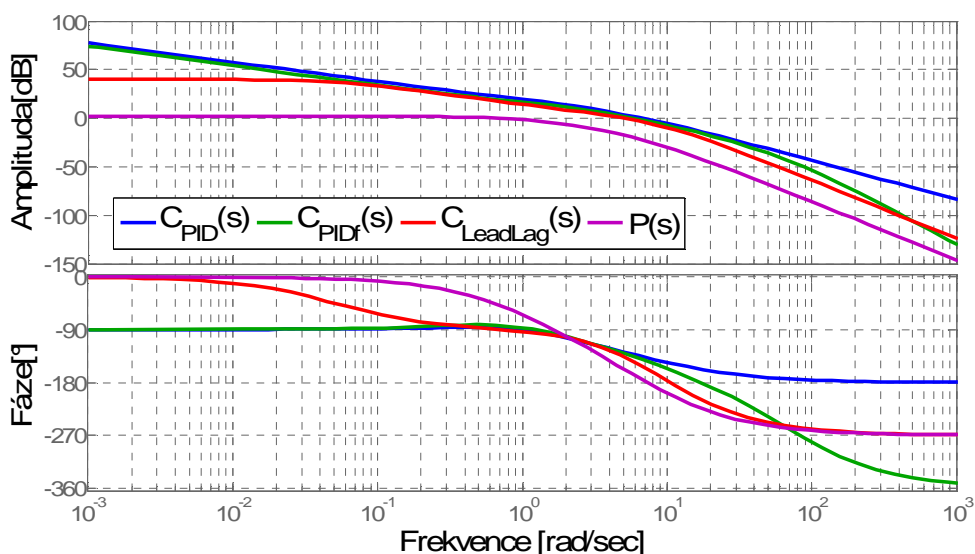
$$C_{PIDf}(s) = \frac{6617.4905 (s + 5.85) (s + 0.585)}{s (s + 74.92)^2} \quad (4.3)$$

$$C_{LeadLag}(s) = \frac{13.0618 (s + 2.795) (s + 1)}{(s + 8.946) (s + 0.05101)} \quad (4.4)$$

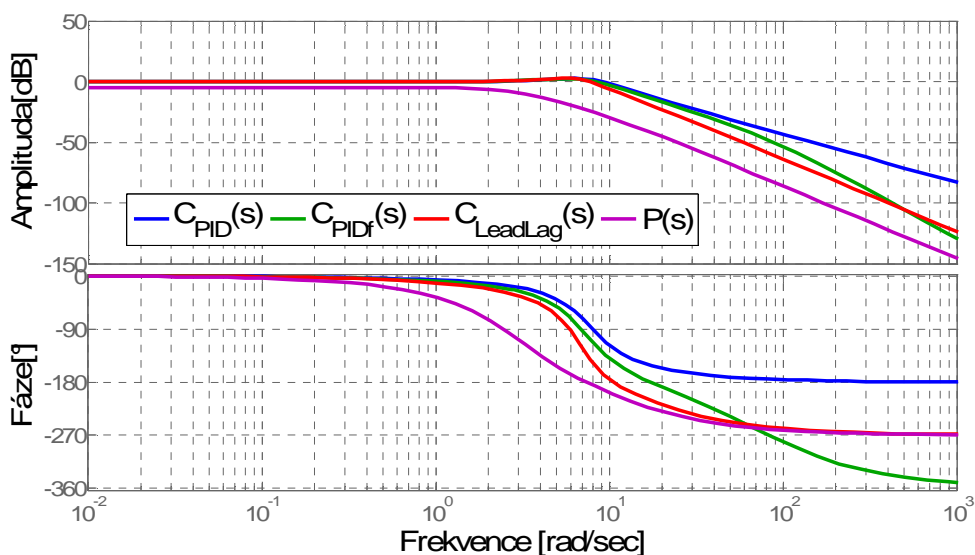


Obrázek 4.4: Frekvenční charakteristiky navržených regulátorů pro přenos (4.1)

Na obr.4.5 jsou zobrazeny frekvenční charakteristiky otevřené smyčky navržených regulačních obvodů. Z těchto charakteristik se lze přesvědčit, že fázová bezpečnost je skutečně zvolených 45° . Obr.4.6 porovnává frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky bez regulátoru a se zapojeným regulátorem. Je vidět, že se dosáhlo požadavku na zvýšení propustného pásma (tj. zrychlení odezvy systému) a přitom amplitudové převýšení je na rozumné hodnotě 2,59dB. Na obr.4.7, který ukazuje přechodovou charakteristiku, je vidět, že se podařilo zrychlit odezvu systému, tedy zmenšit dobu náběhu přechodové charakteristiky.

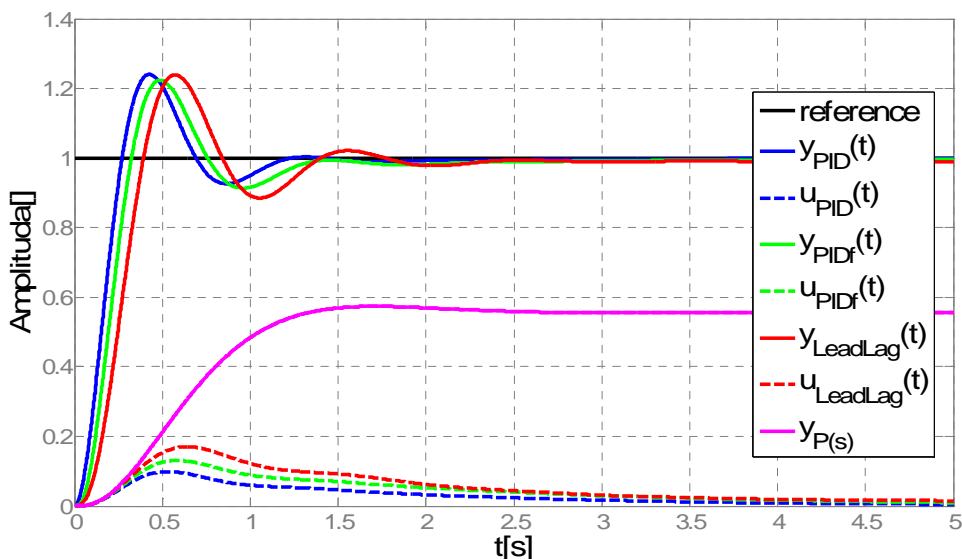


Obrázek 4.5: Frekvenční charakteristika otevřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.1)



Obrázek 4.6: Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.1)

Obr.4.7 dále ukazuje průběh akčního zásahu při regulaci jednotlivými navrženými regulátory. Každý regulační obvod je též charakterizován akčním zásahem. Akční zásah je velikost signálu, který je nutné přivést na vstup systému, aby došlo k požadované změně. Při návrhu regulátorů je tedy nutné brát zřetel na rozsah vstupní veličiny. Z obrázku je vidět, že největší akční zásah je při regulaci Lead-Lag regulátorem. Tab.4.2 ukazuje srovnání jednotlivých systémů z hlediska parametrů regulace.



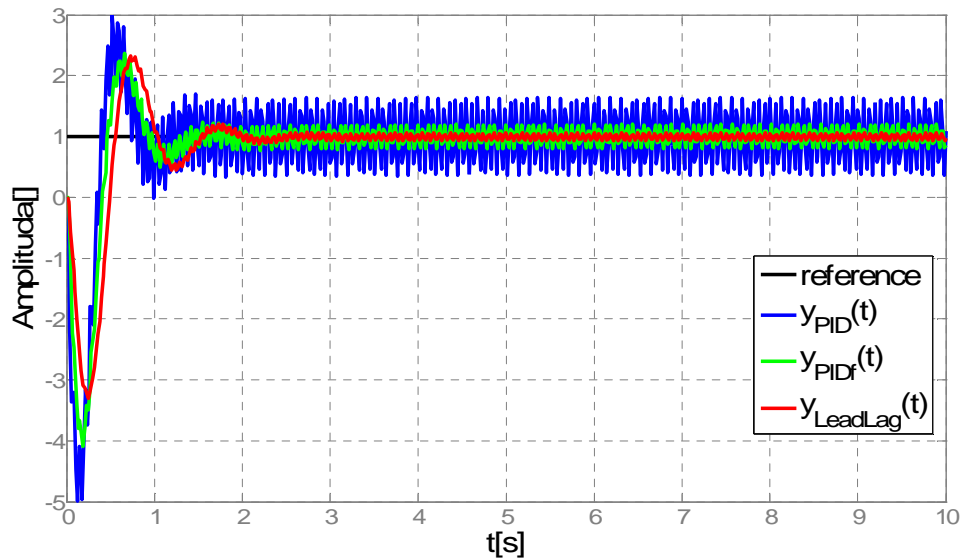
Obrázek 4.7: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.1)

Z tab.4.2 je možno vidět, že navržené regulační obvody jsou si dosti podobné z hlediska parametrů regulace. Obvodem $P(s)$ se myslí uzavřený regulační obvod s jednotkovým regulátorem. Z obr.4.7 je možno si povšimnout, že obvody s regulátory značně zrychlily regulační pochod a vylepšily odchylku v ustáleném stavu. Dále je možno vidět, že regulační obvod s Lead-Lag regulátorem vykazuje trvalou regulační odchylku 0,01 pro, kterou je navržen.

Tabulka 4.2: Srovnání navržených regulačních obvodů pro (4.1)

Symbol	$P(s)$	$T_{PID}(s)$	$T_{PIDf}(s)$	$T_{LeadLag}(s)$
$PM [^\circ]$	130	43,8	44,1	44,5
ω_c [rad/sec]	0,71	6,81	5,85	5,08
GM [dB]	23,8	X	15,5	10,5
ω_{180} [rad/sec]	7,35	X	17,2	10,5
ω_{BW} [rad/sec]	2,68	10,91	9,98	8,88
A_r [dB]	0	2,59	2,49	2,96
t_r [s]	0,8	0,107	0,2	0,24
t_s [s]	2,12	1,12	1,28	1,7
t_p [s]	1,7	0,441	0,489	0,56
OS [%]	3,22	23,8	22,3	25

Na obr.4.11 jsou zobrazeny přechodové charakteristiky navržených regulačních obvodů s přidaným šumem senzoru. Šumem je zde sinusový signál o frekvenci $\omega = 100[\text{rad/sec}]$, aby se zde šum vůbec projevil je zde zvolen šum o amplitudě 100. Nejlépe dokáže potlačit šum regulační obvod s regulátorem Lead-Lag, nejhorší regulace při přítomnosti šumu je s regulátorem PID bez filtrace D složky což se také dalo očekávat.



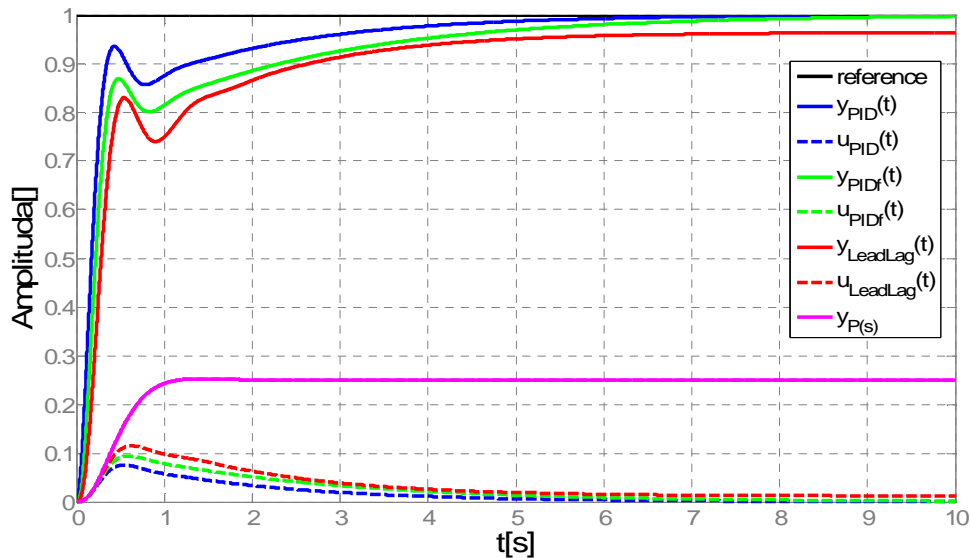
Obrázek 4.8: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.1), při přítomnosti šumu v obvodu

Žádný model reprezentující reálný dynamický systém není popsán 100%. Můžeme znát model přesně (řád i strukturu), ale při návrhu neznáme jeden či více parametrů (např. jeřáb-hmotnost břemene, elektronický systém-parametry součástek). Také se může stát, že není známa struktura, řád ani parametry systému. To může být způsobeno zanedbáním fyzikálních jevů ať už úmyslné (aby byl model jednodušší) či neúmyslné (neznalost). V těchto případech se mluví o neurčitostech modelu. Většinou se tyto neurčitosti objevují na vyšších frekvencích, kde jsou parazitní jevy a nemodelované jevy. Navržený regulační systém musí být tedy robustní. V této práci se testují navržené regulační obvody na parametrickou robustnost, tj. změna parametrů přenosu.

Při změně parametrů přenosu (4.1) na tvar

$$P(s) = \frac{50}{(s+3)(s+5)(s+10)}$$

je nejlepší regulace ideálním PID regulátorem, nejhorší regulace je pak Lead-Lag regulátorem. Obr.4.9 zobrazuje přechodovou charakteristiku uzavřeného regulačního obvodu s navrženými regulátory pro přenos (4.1) při změně parametrů tohoto přenosu. Z obrázku je možno vidět, že obvod s Lead-Lag regulátorem vykazuje trvalou regulační odchylku a všechny systémy jsou podtlumeny.



Obrázek 4.9: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.1), při změně parametrů tohoto přenosu

Druhé porovnání je provedeno pro model soustavy s přenosem

$$P(s) = \frac{50(s+1)(s+2)}{(s^2+5s+40)(s^2+0,03s+0,06)} \quad (4.5)$$

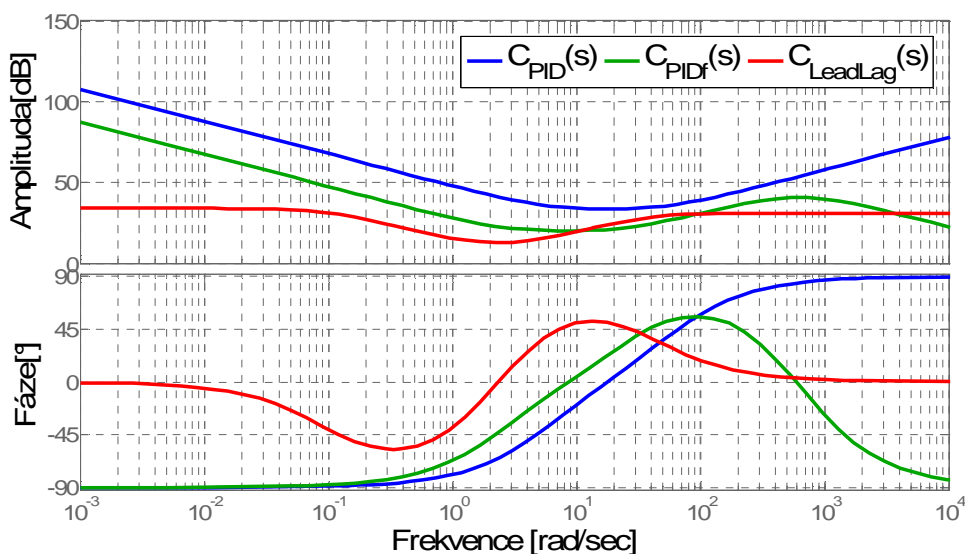
Přenos (4.5) symbolizuje natočení výškovky na úhel podélného sklonu u letadla Piper Dakota. Regulátory byly navrženy, aby splnily požadavek na fázovou bezpečnost $PM = 45^\circ$. Lead-Lag regulátor byl navíc navržen tak, aby byl splněn požadavek na přechodovou frekvenci $\omega_c = 30[\text{rad/sec}]$ a chybová konstanta na skok rychlosti byla $K_p = 100$. Navržené regulátory mají následující přenosy:

$$C_{PID}(s) = \frac{0.7821(s+56,11)(s+5,611)}{s} \quad (4.6)$$

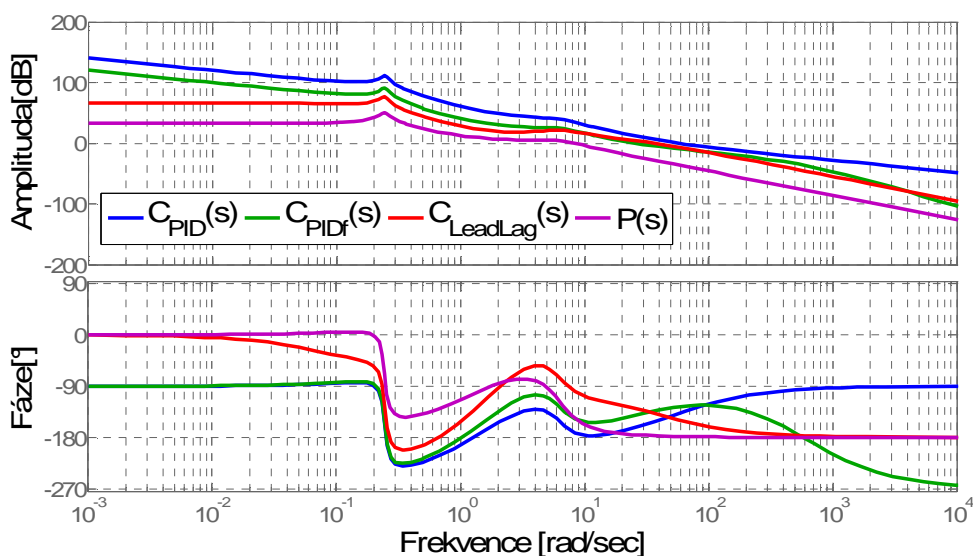
$$C_{PIDf}(s) = \frac{133351,6(s+25,96)(s+2,596)}{s(s+617,2)^2} \quad (4.7)$$

$$C_{LeadLag}(s) = \frac{32.6 (s + 2.49) (s + 2.13)}{(s + 38.2) (s + 0.1)} \quad (4.8)$$

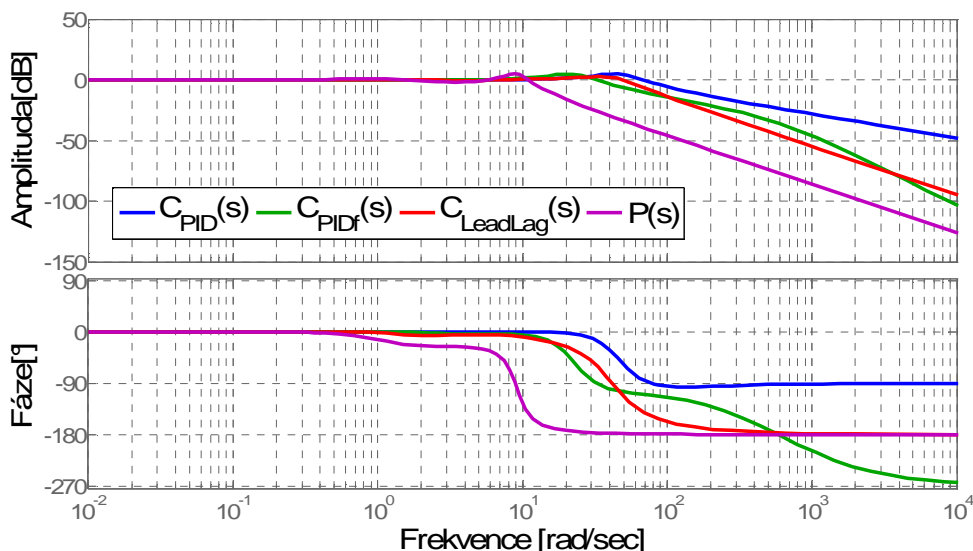
Na obr.4.10 jsou zobrazeny frekvenční charakteristiky navržených regulátorů. Obr.4.11 ukazuje frekvenční charakteristiky otevřené smyčky navržených regulačních obvodů. Z těchto charakteristik se lze přesvědčit, že fázová bezpečnost je skutečně zvolených 45°. Obr.4.12 porovnává frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky bez regulátoru a se zapojeným regulátorem. Je vidět, že se dosáhlo požadavku na zvýšení propustného pásma (tj. zrychlení odezvy systému) a přitom amplitudové převýšení je na rozumné hodnotě 2-4,79 dB.



Obrázek 4.10: Frekvenční charakteristiky navržených regulátorů pro přenos (4.5)

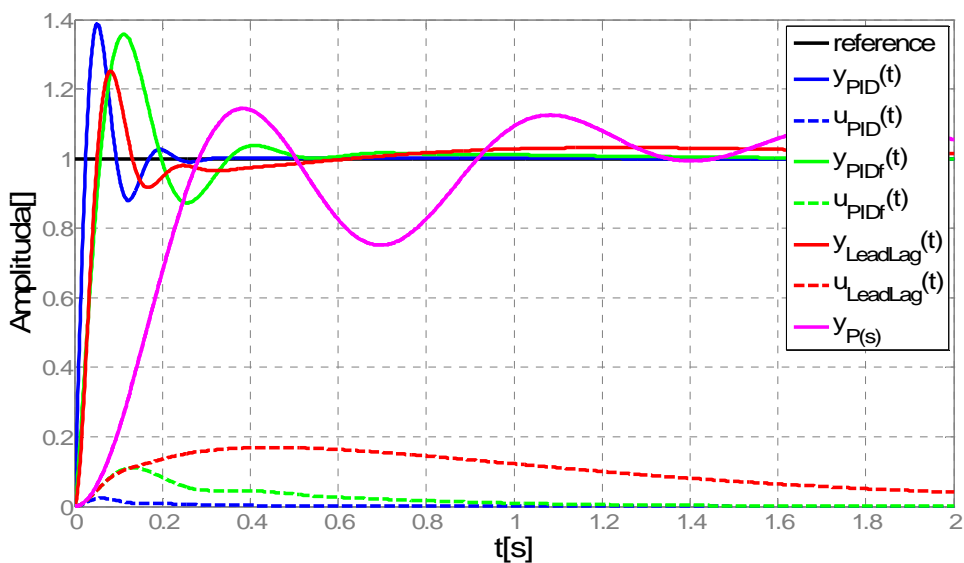


Obrázek 4.11: Frekvenční charakteristika otevřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.5)



Obrázek 4.12: Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky navržených regulačních obvodů pro(4.5)

Na obr.4.13, který ukazuje průběh regulované veličiny v navržených regulačních obvodech, je vidět, že se podařilo zrychlit odezvu systému, tedy zmenšit dobu náběhu přechodové charakteristiky. Jinak navržené regulátory mají skoro shodné parametry regulace, jak se lze přesvědčit v tab.4.3. Obr.4.13 dále ukazuje průběh akčního zásahu při regulaci jednotlivými navrženými regulátory. Z obrázku je vidět, že největší akční zásah je při regulaci Lead-Lag regulátorem. Při této regulaci je také nejmenší příkývnutí, tedy větší fázová bezpečnost.



Obrázek 4.13: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.5)

Tab.4.3 ukazuje srovnání jednotlivých systémů z hlediska parametrů regulace. Z obr.4.13 je možno si povšimnout, že obvody s regulátory značně zrychlily regulační pochod a vylepšily odchylku v ustáleném stavu. Dále je možno vidět, že regulační obvod s Lead-Lag regulátorem vykazuje trvalou regulační odchylku 0,01 pro, kterou je navržen.

Tabulka 4.3: Srovnání navržených regulačních obvodů pro (4.5)

Symbol	$P(s)$	$T_{PID}(s)$	$T_{PIDf}(s)$	$T_{LeadLag}(s)$
$PM [^\circ]$	34,1	41,4	42,5	45
$\omega_c [\text{rad/sec}]$	8,39	56,1	26	33,2
$GM [\text{dB}]$	X	56,1	36,2	35,7
$\omega_{180} [\text{rad/sec}]$	X	1,26	590	0,664
$\omega_{BW} [\text{rad/sec}]$	12,05	83,28	39,53	53,71
$A_r [\text{dB}]$	4,9	4,76	4,64	2,4
$t_r [s]$	0,16	0,02	0,043	0,03
$t_s [s]$	3,98	0,21	0,47	0,8
$t_p [s]$	0,379	0,053	0,112	0,087
$OS [\%]$	17,1	38,2	35,8	23,1

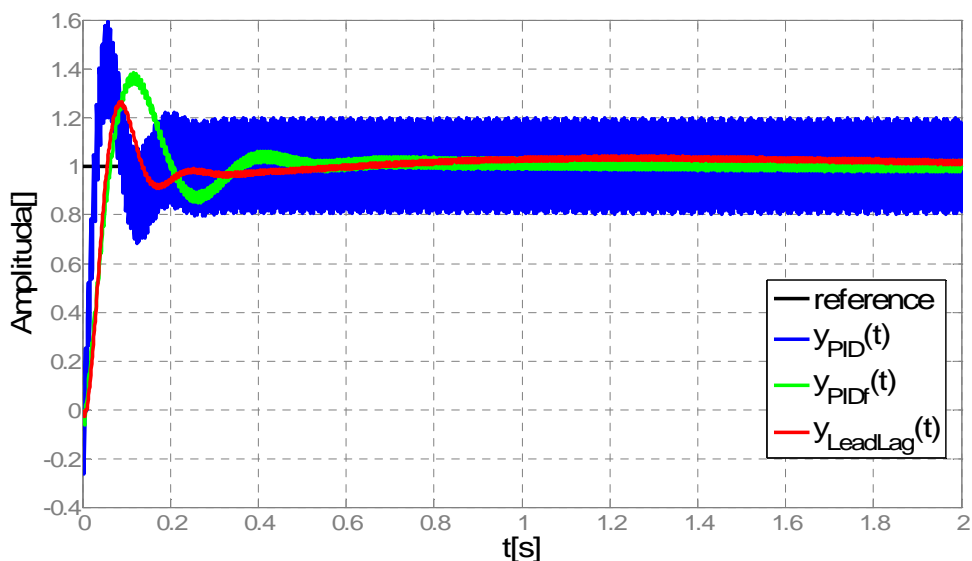
Z tab.4.3 je možno vidět, že navržené regulační obvody jsou si dosti podobné z hlediska parametrů regulace. Nejhůře je na tom obvod s Lead-Lag regulátorem, ale jak se přesvědčíme dále, nejlépe dokáže odfiltrvat parazitní šum a také z hlediska robustnosti vykazuje nejlepší vlastnosti. Na obr.4.14 jsou zobrazeny přechodové charakteristiky navržených regulačních obvodů s přidaným šumem senzoru. Šumem je zde sinusový signál o frekvenci $\omega = 1000 [\text{rad/sec}]$, aby se zde šum vůbec projevil je zde zvolen šum o amplitudě 5. Nejlépe dokáže potlačit šum regulační obvod s regulátorem Lead-Lag, nejhorší regulace při přítomnosti šumu je s regulátorem PID bez filtrace D složky, což se dalo předpokládat.

Při změně parametrů přenosu (4.5) na tvar

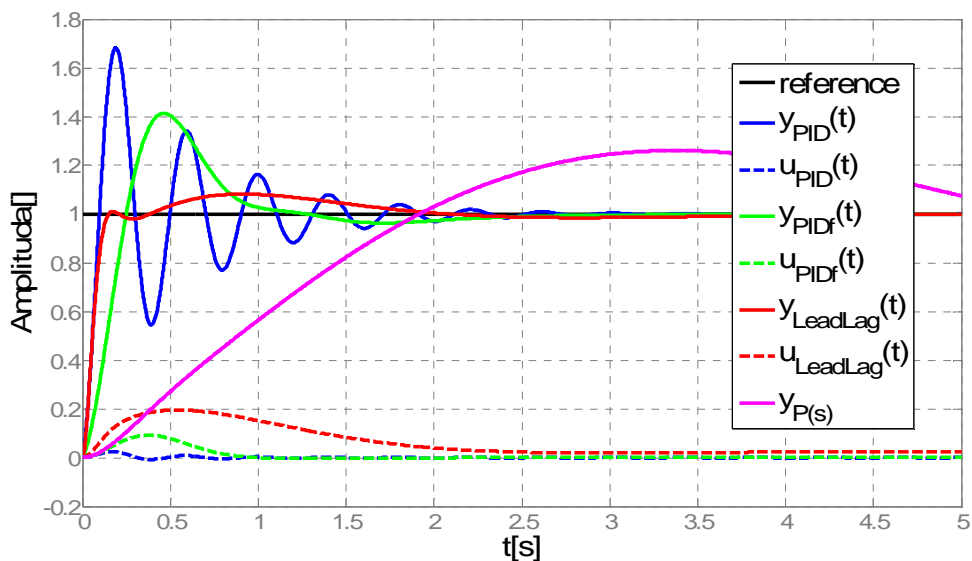
$$P(s) = \frac{5(s+1)(s+5)}{(s^2 + 10s + 50)(s^2 + 0,03s + 0,06)}$$

je nejlepší regulace Lead-Lag regulátorem, nejhorší regulace je pak ideálním PID regulátorem. Obr.4.15 zobrazuje přechodovou charakteristiku uzavřeného regulačního ob-

vodu s navrženými regulátory pro přenos (4.5) při změně parametrů tohoto přenosu. Z obrázku je vidět kmitavý průběh v regulačním obvodu s ideálním PID regulátorem.



Obrázek 4.14: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.5), při přítomnosti šumu v obvodu



Obrázek 4.15: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.5), při změně parametrů tohoto přenosu

Třetí a také poslední porovnání je provedeno pro model soustavy s přenosem

$$P(s) = \frac{280(s+0,5)}{s(s+0,2)(s+5)(s+70)} \quad (4.9)$$

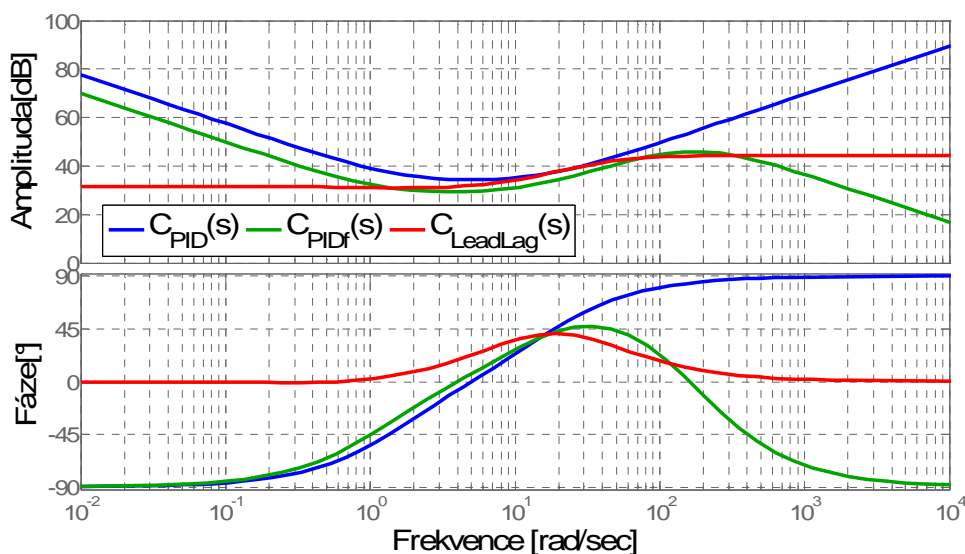
Přenos (4.9) symbolizuje řízení pohonu páskové jednotky. Regulátory byly navrženy, aby splnily požadavek na fázovou bezpečnost $PM = 45^\circ$. Lead-Lag regulátor byl navíc navržen tak, aby byl splněn požadavek na přechodovou frekvenci $\omega_c = 15[\text{rad/sec}]$ a chybová konstanta na skok rychlosti byla $K_v = 50$. Navržené regulátory mají následující přenosy:

$$C_{PID}(s) = \frac{3(s+15,86)(s+1,586)}{s} \quad (4.10)$$

$$C_{PIDf}(s) = \frac{69633,86(s+11,76)(s+1,176)}{s(s+174,5)^2} \quad (4.11)$$

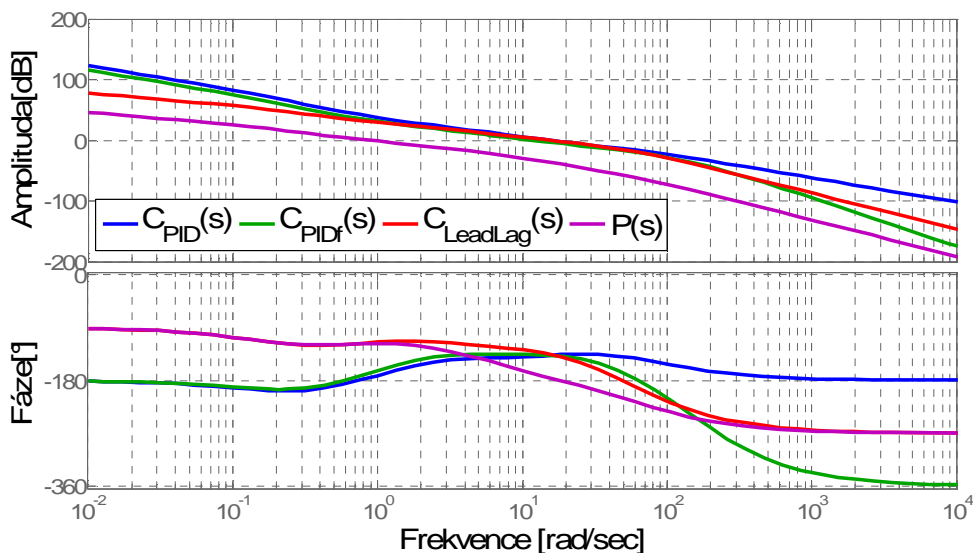
$$C_{LeadLag}(s) = \frac{165,65(s+8,48)(s+0,75)}{(s+41)(s+0,6653)} \quad (4.12)$$

Na obr.4.16 jsou zobrazeny frekvenční charakteristiky navržených regulátorů. Obr.4.17 zobrazuje frekvenční charakteristiky otevřené smyčky navržených regulačních obvodů. Z těchto charakteristik se lze přesvědčit, že fázová bezpečnost je skutečně zvolených 45° . Obr.4.18 porovnává frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky bez regulátoru a se zapojeným regulátorem. Je vidět, že se dosáhlo požadavku na zvýšení propustného pásma (tj. zrychlení odezvy systému) a přitom amplitudové převýšení je na rozumné hodnotě 3 dB. Na obr.4.19, který ukazuje přechodovou charakteristiku, je vidět, že se podařilo zrychlit odezvu systému, tedy zmenšit dobu náběhu přechodové charakteristiky. Jinak navržené regulátory mají skoro shodné parametry regulace jak se lze přesvědčit v tab.4.4.

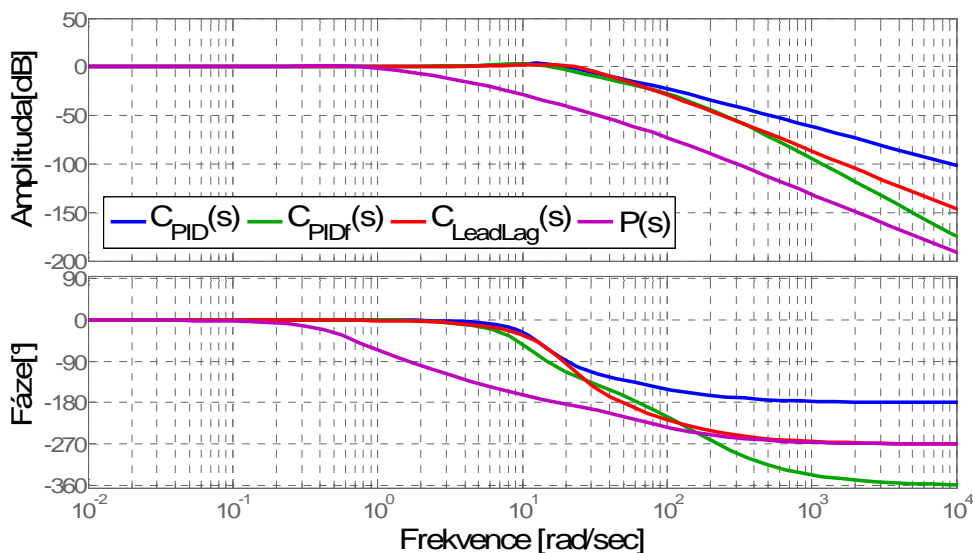


Obrázek 4.16: Frekvenční charakteristiky navržených regulátorů pro přenos (4.9)

Obr.4.19 dále ukazuje průběh akčního zásahu při regulaci jednotlivými navrženými regulátory. Z obrázku je vidět, že největší akční zásah je při regulaci Lead-Lag regulátorem. Při této regulaci je také nejmenší příkývnutí tedy větší fázová bezpečnost. Tab.4.4 ukazuje srovnání jednotlivých systémů z hlediska parametrů regulace.

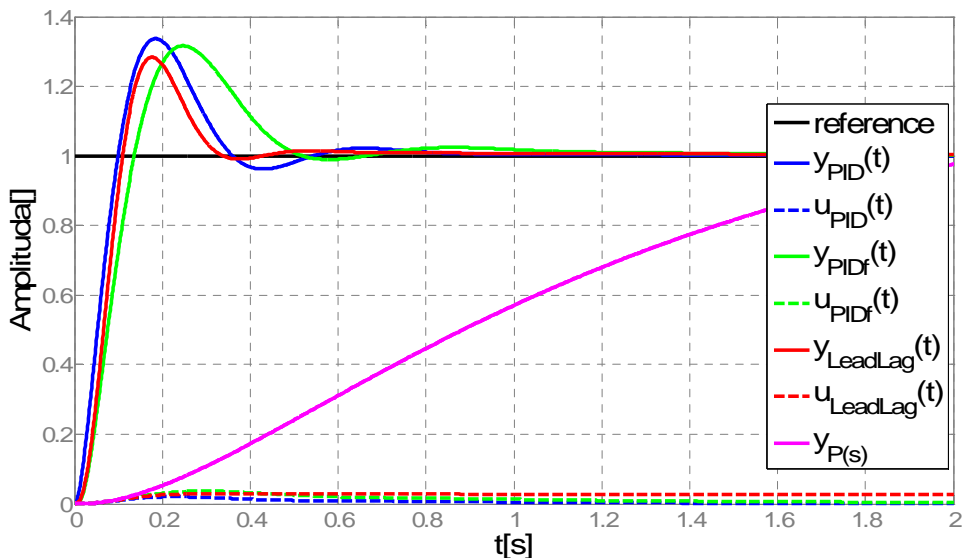


Obrázek 4.17: Frekvenční charakteristika otevřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.9)



Obrázek 4.18: Frekvenční charakteristika uzavřené smyčky navržených regulačních obvodů pro (4.9)

Z tab.4.4 je možno vidět, že navržené regulační obvody jsou si dosti podobné z hlediska parametrů regulace. Nejlépe je na tom obvod s Lead-Lag regulátorem a také, jak se přesvědčíme dále, nejlépe dokáže odfiltrovat parazitní šum a také z hlediska robustnosti vykazuje nejlepší vlastnosti. Z obr.4.19 je možno si povšimnout, že obvody s regulátory značně zrychlily regulační pochod.

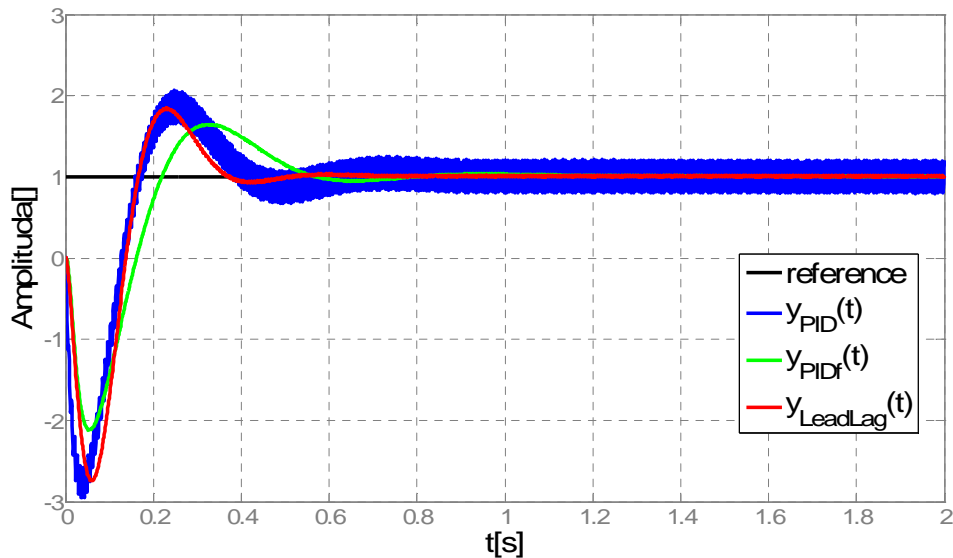


Obrázek 4.19: Přejchodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.9)

Tabulka 4.4: Srovnání navržených regulačních obvodů pro (4.9)

Symbol	$P(s)$	$T_{PID}(s)$	$T_{PIDf}(s)$	$T_{LeadLag}(s)$
$PM [^\circ]$	125	42,9	43,6	44
ω_c [rad/sec]	0,83	15,8	11,8	15,9
GM [dB]	38,8	42,7	20,5	15,3
ω_{180} [rad/sec]	18,1	0,747	64	49,4
ω_{BW} [rad/sec]	1,28	25,27	19,8	28,4
A_r [dB]	1,14	3,58	3,05	2,53
t_r [s]	1,46	0,07	0,09	0,07
t_s [s]	7,42	0,705	0,97	0,315
t_p [s]	3,63	0,18	0,246	0,176
OS [%]	13,5	33,4	31,6	28,3

Na obr.4.20 jsou zobrazeny přechodové charakteristiky navržených regulačních obvodů s přidaným šumem senzoru. Šumem je zde sinusový signál o frekvenci $\omega = 1000[\text{rad/sec}]$, aby se zde šum vůbec projevil je zde zvolen šum o amplitudě 250. Nejlépe dokáže potlačit šum regulační obvod s regulátorem Lead-Lag, nejhorší regulace při přítomnosti šumu je s regulátorem PID bez filtrace D složky, což se dalo předpokládat.

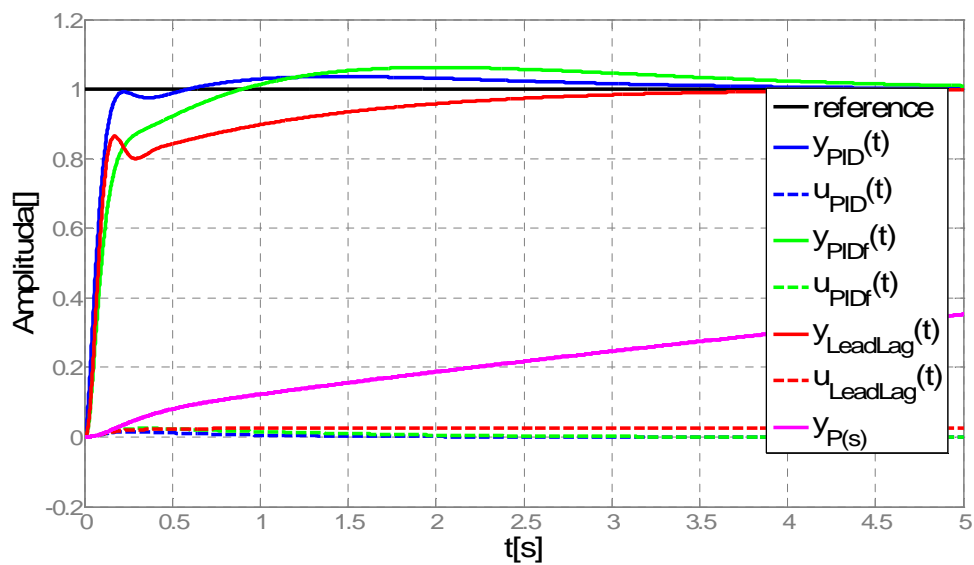


Obrázek 4.20: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.9), při přítomnosti šumu v obvodu

Při změně parametrů přenosu (4.9) na tvar

$$P(s) = \frac{200(s+1)}{(s+5)(s+10)(s+50)}$$

má nejdelší dobu náběhu regulace Lead-Lag regulátorem, nejkratší dobu náběhu má pak regulace ideálním PID regulátorem. Obr.4.21 zobrazuje přechodovou charakteristiku uzavřeného regulačního obvodu s navrženými regulátory pro přenos (4.9) při změně parametrů tohoto přenosu. Z obrázku je vidět, že nejdelší dobu ustálení má regulační obvod s PID regulátorem s filtrací D složky. Největší akční zásah opět vykazuje obvod s Lead-Lag regulátorem.



Obrázek 4.21: Přechodová charakteristika s navrženými regulátory pro (4.9), při změně parametrů tohoto přenosu

Kapitola 5

Závěr

Řešení bakalářské práce bylo rozděleno do tří na sebe navazujících částí. V první části byly popsány jednotlivé typy regulátorů a jejich vlastnosti. Ve druhé části byl vytvořen soubor procedur pro návrh regulátorů typu PID a Lead-Lag frekvenčními metodami. Dále byly v prostředí MATLAB vytvořeny dvě funkce pro návrh těchto regulátorů. V poslední části byly aplikovány jednotlivé regulátory na různé modely dynamických systémů a porovnání parametrů regulace.

Jako nejvýhodnější typ regulátoru vyzkoušený na modelech systémů byl vyhodnocen regulátor typu Lead-Lag. Při porovnání parametrů regulace z tabulek 4.2, 4.3 a 4.4 se jeví navržené regulační obvody skoro stejné až na nepatrné rozdíly v jednotlivých parametrech. Ale účinek Lead-Lag regulace se projeví při porovnání charakteristik při přítomnosti šumu v měření. I když PID regulátor s filtrem si také nevedl špatně. Filosofie Lead-Lag regulátoru je přidat pozitivní fázový posuv na určené přechodové frekvenci k zajištění fázové bezpečnosti a pak poskytovat dostatečné zeslabení amplitudové charakteristiky tak, aby byl splněn požadavek na přechodovou frekvenci.

Důležitým parametrem každého regulačního obvodu je velikost akčního zásahu. Maximální velikost akčního zásahu odpovídá rozsahu odpovídající vstupní veličiny. Toto je příčinou proč nelze realizovat na systém regulátor vykazující libovolné parametry. Při návrhu regulátorů je nutné tento rozsah vstupní veličiny znát. V této práci byla prováděna simulace reálných dynamických systémů popsaných v [4]. Regulační obvody byly navrženy na stejnou fázovou bezpečnost. Při porovnání charakteristik 4.7, 4.12 a 4.17 se dojde k závěru že akční zásah je největší při použití Lead-Lag regulátoru. Čím je větší akční zásah, tím je regulace energeticky náročnější. Kvalita regulace navr-

ženými regulátory je velmi dobrá. Při simulaci přítomnosti šumu v měření se jeví PID regulátor bez filtrace D složky jako nejhorší. Na reálném systému by byly výsledky značně horší.

Při tvorbě této práce se podařilo vytvořit dvě funkce v prostředí MATLAB pro návrh obou typů regulátoru.

Tato práce vznikla s přispěním programu MATLAB (*The Mathworks* [online], <http://www.mathworks.com/>) a vytvořených skriptů pro úpravu grafů umístěných na (Jiří ROUBAL [online], <http://dce.felk.cvut.cz/roubal/>)

Literatura

- [1] ASTROM, J.K. *Control system design (PID control)* [online]. Dostupné z WWW:< <http://www.cds.caltech.edu/~murray/courses/cds101/fa02/caltech/astrom-ch6.pdf#search=%22PID%20tutorials%22>>. [cit. 2008-06-28]
- [2] BEALE, G. *Lag-Lead Compensator Design Using Bode Plots* [online]. Dostupné z WWW:< http://teal.gmu.edu/~gbeale/ece_421/comp_freq_lag_lead.pdf>. [cit. 2007-11-24]
- [3] BEALE, G. *Phase Lag Compensator Design Using Bode Plots* [online]. Dostupné z WWW:< http://teal.gmu.edu/~gbeale/ece_421/comp_freq_lag.pdf>. [cit. 2008-04-06]
- [4] FRANKLIN, G.F., POWELL, J.D., EMANI-NAEINI, A. *Feedback control of dynamic systems*. Prentice Hall, 2006. ISBN 0-13-149930-0
- [5] FUKA, J., JOHN, J. a KUTIL, M. *Učebnice SARI* [online]. [cit. 2008-06-28]. Dostupné z WWW:< <http://dce.felk.cvut.cz/sari/>>.
- [6] HORÁČEK, P. *Systémy a modely*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999.
- [7] HYNIOVÁ, K. *Řídicí technika*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2006. ISBN 80-01-03368-6
- [8] JOHN, J. *Systémy a řízení*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN 80-01-02745-7
- [9] ŠEBEK, M. *Systémy a řízení, přednášky SRI*. Praha: ČVUT FEL, 2003.

Příloha A

Popis vytvořených funkcí v Matlabu

Pro usnadnění práce při návrhu regulátorů typu PID s filtrací D složky a typu LeadLag byly vytvořeny dvě funkce v prostředí MATLAB. Okomentované kódy funkcí jsou na příloženém CD. Naprogramované funkce mají ošetřené vstupní parametry, aby nedošlo k nesmyslnému zadání.

1. funkce `decpid(ps , PM)`

Jako vstupní parametr je očekáván přenos soustavy `ps` ve tvaru `tf`(transfer function) a požadovaná fázová bezpečnost `PM` zadávaná ve stupních. Výstupem je PID regulátor s filtrací D složky tj. přenos (2.11). Dále také dojde k výpisu konstant učebnicové verze PID regulátoru a ke kontrolnímu výpisu, zda-li byla splněna požadovaná fázová bezpečnost s přesností na 5%. Výpočet regulátoru je proveden dle postupu uvedeného v kapitole 3.2.

2. funkce `decdlg(ps, PM, ess, err) , decdlgwc(ps, PM, wc, ess, err)`

Jako vstupní parametr je opět očekáván přenos soustavy `ps` ve tvaru `tf`(transfer function) dále požadovaná fázová bezpečnost `PM` zadávaná ve stupních, přechodová frekvence `wc` v [rad/sec], velikost odchylky `ess` v ustáleném stavu a její typ `err`. Přechodová frekvence se zadává jen u funkce `decdlgwc`. Funkce `decdlg` si vypočte přechodovou frekvenci po návrhu Lead části regulátoru. Uživatel pak má možnost změnit nebo ponechat tuto přechodovou frekvenci. Typem odchylky v ustáleném stavu se myslí odchylka na skok polohy, rychlosti a zrychlení ('*p*','*v*','*a*') viz. kapitola 3.1.1.1. Výstupem je pak Lead-Lag regulátor tj. přenos (2.24). Dále také dojde ke kontrolnímu výpisu, zda-li byla splněna požadovaná fázová bezpečnost, přechodová frekvence a odchylka v ustáleném stavu s přesností na 5%. Výpočet regulátoru je proveden dle postupu uvedeného v kapitole 3.3.

Příloha B

Obsah přiloženého CD

K této práci je přiloženo CD, na kterém je uložen vlastní text bakalářské práce ve formátu PDF a vytvořené funkce v prostředí MATLAB pro návrh regulátorů.

- /doc
Tento text ve formátu *.pdf
- /funkce
Zdrojové soubory k vytvořeným funkcím (decpid.m,decdlg.m)