

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA ŘÍDÍCÍ TECHNIKY



Frekvenční metody návrhu regulátorů typu Lead a Lag

Tomáš Bouška

Vedoucí práce: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Studijní program: Elektrotechnika a informatika, strukturovaný, Bakalářský

Obor: Kybernetika a měření (bakalářský)

Praha, 2009

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Tomáš Bouška**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (bakalářský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: **Frekvenční metody návrhu regulátorů typu Lead a Lag**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s principy návrhu regulátorů typu Lead a Lag splňující fázovou a amplitudovou bezpečnost.
2. V prostředí Matlab vytvořte soubor procedur umožňující tento grafický návrh .

Seznam odborné literatury:

G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini: Feedback Control of Dynamic Systems.
Prentice Hall, 2006

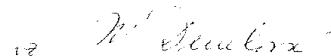
K. S. Yeung, K.W. Wong, K.-L. Chen: A non-trial-and-error method for lag-lead compensator design. IEEE Trans. on Education, vol. 41, pp. 76-80, 1998

Vedoucí: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2009/10



prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 27. 2. 2009

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou / diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne

.....
podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval zejména vedoucímu této práce Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za trpělivost při předávání znalostí a rad, které pomohly k její realizaci.

Zároveň děkuji všem, kteří mě v průběhu vytváření této práce přímo i nepřímo podporovali.

Abstrakt

Cílem této bakalářské práce bylo vytvoření souboru procedur, které umožňují grafický návrh regulátorů typu Lead a Lag s ohledem na požadovanou fázovou a amplitudovou bezpečnost.

Implementovaná metoda nalezne hodnoty parametrů vybraného typu regulátoru pro stabilní systém, který je reprezentován svým přenosem a zobrazí je jako křivku v rovině, která je součástí grafického uživatelského rozhraní (GUI). Metoda zajišťuje nalezení odpovídajících parametrů řešením soustavy rovnic, které byly sestaveny, aby reprezentovaly požadavek na průnik frekvenční charakteristiky s bodem v komplexní rovině, jehož umístění odpovídá požadavku na zadanou fázovou a amplitudovou bezpečnost. K implementaci bylo použito prostředí aplikace MATLAB.

Díky této práci byl upraven jednoduchý nástroj, který byl výsledkem bakalářské práce na blízké téma, tak aby umožňoval návrh regulátorů typu Lead a Lag.

Abstract

The purpose of this bachelor thesis was the creation of a set of procedures that can be used to perform a graphical design of Lead and Lag controllers with respect to desired phase margin and gain margin.

The controller parameters can be found for a system represented by its transfer function using the implemented method. The solution is drawn as a curve in a plane which is a part of graphical user interface (GUI). In order to find the solution the system of equations describing the requirement for open loop frequency response to intersect a point in the complex plane placed to reflect the desired phase margin or gain margin have to be solved. The environment of the application MATLAB is used for the method implementation.

Thanks to this thesis a simple tool designed in a bachelor thesis with a close subject could be modified to allow the design of Lead and Lag controllers.

Obsah

1 Úvod	1
1.1 Cíl bakalářské práce.....	1
1.2 Struktura bakalářské práce.....	1
2 Teoretický rozbor	2
2.1 Řízení pomocí zpětné vazby	2
2.2 Regulátory typu Lead.....	3
2.3 Regulátory typu Lag.....	4
2.4 Požadavky na kvalitu regulace.....	6
2.4.1 Fázová bezpečnost.....	6
2.4.2 Amplitudová bezpečnost.....	7
2.5 Princip implementované metody návrhu.....	8
3 Implementace metody	10
3.1 Návrh regulátoru typu Lead.....	10
3.1.1 Návrh s ohledem na fázovou bezpečnost.....	12
3.1.2 Návrh s ohledem na amplitudovou bezpečnost.....	13
3.2 Návrh regulátoru typu Lag.....	14
3.2.1 Návrh s ohledem na fázovou bezpečnost.....	14
3.2.2 Návrh s ohledem na amplitudovou bezpečnost.....	15
3.3 Společný algoritmus návrhu.....	16
3.4 Omezení ustálené regulační odchylky.....	17
4 Příklady použití aplikace	19
4.1 Návrh regulátoru typu Lead.....	19
4.2 Návrh regulátoru typu Lag.....	22
5 Závěr	25
Seznam použité literatury.....	27
A Obsah přiloženého CD	28

Kapitola 1: Úvod

1.1 Cíl bakalářské práce

Tato práce se zabývá návrhem regulátorů typu Lead a Lag frekvenční metodou. Cílem bylo seznámit se s principy návrhu a na základě toho implementovat v prostředí MATLABu algoritmus, který nalezne parametry těchto regulátorů, tak aby splňovaly požadavek na fázovou a amplitudovou bezpečnost zadaný uživatelem.

Podobné téma již bylo zpracováno v [1] a po dohodě s vedoucím práce jsem tedy rozšířil existující nástroj s využitím získaných poznatků.

1.2 Struktura bakalářské práce

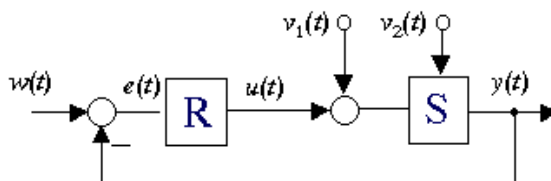
V následující kapitole budou shrnuty teoretické základy této práce. To zahrnuje definici klíčových pojmů, popis fyzikálních vlastností regulátorů Lead a Lag a seznámení s návrhovou metodou, kterou jsem zvolil k implementaci. Vlastní implementace s využitím prostředí aplikace MATLAB bude popsána v kapitole 3. Kapitola 4 uvede postup při používání rozšířené aplikace na vybraných příkladech. Poslední kapitolou této práce je závěr shrnující dosažené výsledky.

Kapitola 2: Teoretický rozbor

2.1 Řízení pomocí zpětné vazby

Řízení s využitím zpětné vazby je proces, který umožňuje získat kontrolu nad výstupem řízené soustavy, aby došlo ke splnění našich požadavků. Uvažujme například, že požadujeme udržovat stálou teplotu v místnosti. Máme-li prostředky pro ohřev a ochlazování vzduchu v místnosti, postačí přidat zařízení, které porovnává skutečnou teplotu s požadovanou a na základě toho spouští ohřev nebo ochlazování, aby požadované teploty bylo dosaženo.

Teorie řízení zavedla následující jednoduché schéma, které obecně popisuje realizaci zpětnovazebního řízení. Schéma jsem převzal z on-line podpůrných materiálů katedry řízení [2].



Obrázek 2.1: Blokové schéma zpětnovazebního obvodu (uzavřené smyčky)

Požadavek na výstup $w(t)$ je porovnáván se skutečným výstupem $y(t)$, který je přiváděn zpětnou vazbou. Odečtením od požadavku se obdrží *regulační odchylka* $e(t)$, která je vstupem regulátoru R. Regulátor provede vyhodnocení a jeho výstup (*akční zásah*) $u(t)$ je přiveden na vstup řízené soustavy S. Do celého procesu také vstupují poruchy $v_1(t)$ a $v_2(t)$.

K popisu soustav (*systemů*) se v teorii řízení používá *přenos vstupu na výstup* (dále jen přenos). V bakalářské etapě byly předmětem studia převážně lineární systémy s jedním vstupem a jedním výstupem. Pro zjednodušení výkladu tedy pojmem *system* označuji pouze tuto skupinu. Pak lze říci, že přenos je podílem dvou polynomů. Kořeny polynomu v čitateli se nazývají *nuly* a kořeny polynomu ve jmenovateli jsou *póly*.

Regulátor lze ve zpětnovazebním obvodu považovat za systém, proto jistě nepřekvapí, že existuje mnoho typů regulátorů, které se mimo jiné¹ liší svým přenosem.

Dále popisují oba typy regulátorů, které jsou předmětem této práce: Lead a Lag.

¹ Nebudu rozebírat různé způsoby realizace regulátorů.

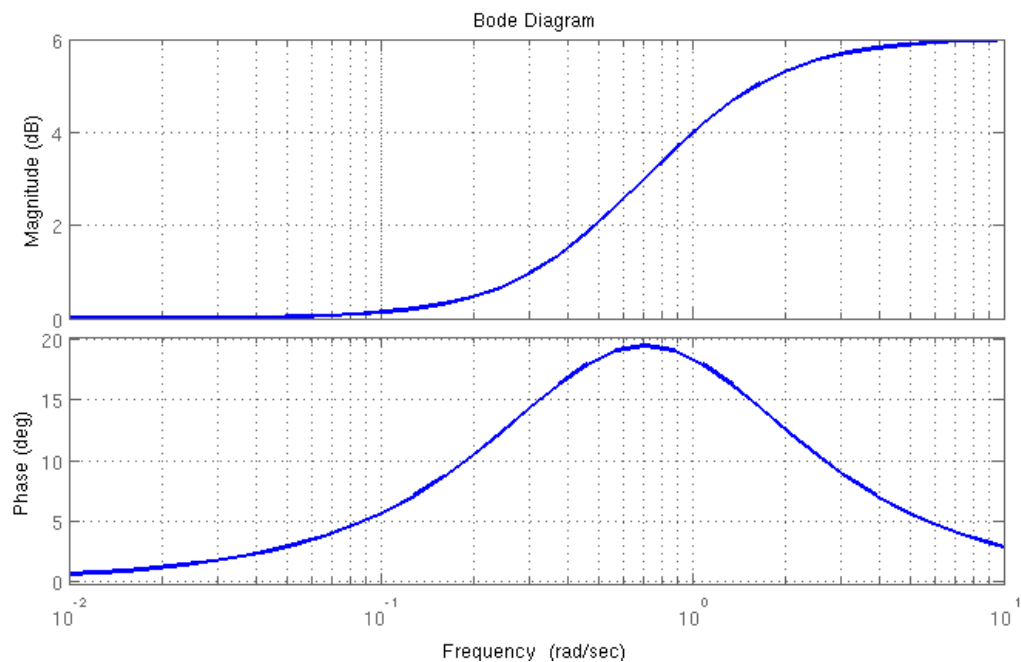
2.2 Regulátory typu Lead

Do skupiny regulátorů typu Lead patří všechny jejichž přenos lze vyjádřit následujícím způsobem (převzato z [3] - 6.38):

$$D(s) = \frac{T \cdot s + 1}{\alpha \cdot T \cdot s + 1}, \quad \alpha < 1 \quad (2.1)$$

Pak $-\frac{1}{T}$ je jedinou nulou Lead regulátoru a $\frac{1}{\alpha}$ je poměrem, který udává vzdálenost nuly a pólu.

Pro implementovanou metodu návrhu je nutná znalost *frekvenční charakteristiky* (průběh zesílení a fázového posunutí vstupního signálu v závislosti na jeho frekvenci). V případě Lead regulátoru může vypadat takto:



Obrázek 2.2: Frekvenční charakteristika Lead regulátoru

Důležitou vlastností Lead regulátoru je posouvání fáze výstupu vpřed. Tento posun nabývá hodnot v intervalu $(0^\circ, 90^\circ)$. V tomto případě je dosaženo maximálního fázového posunutí okolo $+20^\circ$. To je dáno parametrem α - čím více se blíží nule, tím je toto maximum větší. Vztah mezi tímto parametrem a maximem fázového posunutí je uveden v [3] na straně 370.

Další potřebnou informací o tomto typu regulátoru, je vztah jeho parametrů s hodnotou *ustálené regulační odchylky*. Ta vyjadřuje jak moc se výstup *uzavřené smyčky* (úplný zpětnovazební obvod, viz obrázek 2.1) liší od požadovaného průběhu. Jedná se o častý požadavek na regulační obvod. Omezíme se na hodnotu ustálené regulační odchylky pro jednotkový skok. Je známo, že systémy s *astatizmem* (pól umístěný v počátku) jsou schopny zajistit nulovou ustálenou regulační odchylku na jednotkový skok. Pro ostatní systémy lze hodnotu ustálené regulační odchylky zjistit pomocí rovnice 4.37 uvedené v [3] :

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1+L} \cdot \frac{1}{s} \quad (2.2)$$

V rovnici se vyskytuje *přenos otevřené smyčky* L . Jde o přenos části zpětnovazebního obvodu bez zpětné vazby. Pokud je $D(s)$ přenosem regulátoru a $G(s)$ přenosem regulované soustavy, pak lze rovnici přepsat takto:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1+D \cdot G} \cdot \frac{1}{s} \quad (2.3)$$

Přenos regulátoru Lead i obecného systému byl již uveden. Lze tedy provést výpočet.

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{T \cdot s + 1}{\alpha \cdot T \cdot s + 1} \cdot \frac{b_m \cdot s^m + \dots + b_0}{a_n \cdot s^n + \dots + a_0}} = \frac{1}{1 + \frac{b_0}{a_0}} = \frac{a_0}{a_0 + b_0} \quad (2.4)$$

Žádný z parametrů Lead regulátoru tedy nemá vliv na velikost ustálené regulační odchylky.

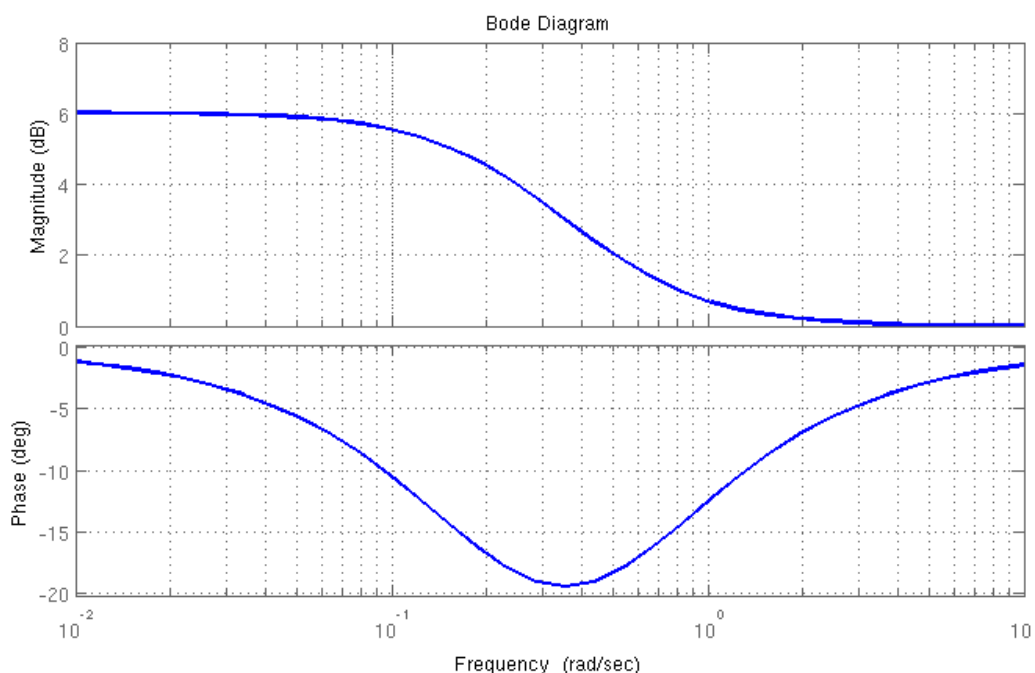
2.3 Regulátory typu Lag

Všechny regulátory jejichž přenos je možné vyjádřit následujícím způsobem patří do skupiny regulátorů typu Lag. Vztah byl převzat z [3] - 6.51:

$$D(s) = \alpha \cdot \frac{T \cdot s + 1}{\alpha \cdot T \cdot s + 1}, \quad \alpha > 1 \quad (2.5)$$

Kde $-\frac{1}{T}$ je jedinou nulou Lag regulátoru a α je poměrem, který udává vzdálenost nuly a pólu.

Oproti Lead regulátoru se liší polohou nuly a pólu. Lze očekávat, že ve frekvenční charakteristice se projeví opačné vlastnosti.



Obrázek 2.3: Frekvenční charakteristika Lag regulátoru

Z frekvenční charakteristiky Lag regulátoru je patrné, že způsobuje fázové zpoždění. To nabývá hodnoty z intervalu $(0^\circ, -90^\circ)$. Regulátor použitý pro ilustraci dosahuje maximálního fázového posunutí okolo -20° . Velikost maxima opět závisí na parametru α - čím je jeho hodnota vyšší, tím je toto maximum vyšší. Lze využít vztahu mezi tímto parametrem a maximem fázového posunutí, který je uveden v [3] na straně 370, ale pak hodnoty na x-ové ose odpovídají přímo hodnotě α . V případě Lead regulátoru pro který byl tento vztah původně uveden šlo o převrácenou hodnotu tohoto parametru.

Pro určení hodnoty ustálené regulační odchylky se opět omezují na systémy bez astatismu z již uvedených důvodů. Opět lze použít rovnici 4.37 uvedenou v [3].

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \alpha \cdot \frac{T \cdot s + 1}{\alpha \cdot T \cdot s + 1} \cdot \frac{b_m \cdot s^m + \dots + b_0}{a_n \cdot s^n + \dots + a_0}} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha \cdot b_0}{a_0}} = \frac{a_0}{a_0 + \alpha \cdot b_0} \quad (2.6)$$

Ustálená regulační odchylka v tomto případě závisí na parametru α . Lze tedy určit minimální hodnotu tohoto parametru pro kterou je ustálená regulační odchylka na jednotkový skok splněna.

$$\alpha = \frac{a_0 \cdot (1 - e_{ss})}{b_0 \cdot e_{ss}} \quad (2.7)$$

2.4 Požadavky na kvalitu regulace

2.4.1 Fázová bezpečnost

Je hodnota o kterou fáze ve frekvenční charakteristice systému překračuje -180° při zesílení 1 krát (o 0 dB). Tato definice je uvedena v [3] na straně 353.

Pomocí tohoto ukazatele je možné posoudit stabilitu uzavřené smyčky, platí totiž, že stabilní zpětnovazební obvod má kladnou fázovou bezpečnost v otevřené smyčce. Logickou volbou při návrhu regulátoru je tedy kladná hodnota fázové bezpečnosti v otevřené smyčce. V praxi je často požadována hodnota 45° , aby byla ponechána rezerva, která zajistí stabilitu i při menších odlišnostech vlastností reálného řízeného systému oproti odhadu, který byl použit k návrhu regulace.

Z pohledu metody návrhu, kterou jsem implementoval je důležité si uvědomit, že požadavek na fázovou bezpečnost vymezuje bod v komplexní rovině. Splnění tohoto požadavku zajistí regulátor navržený, tak aby frekvenční charakteristika otevřené smyčky procházela právě tímto bodem.

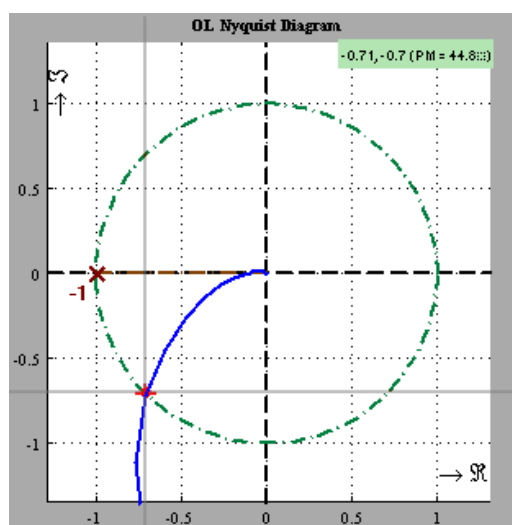
Uvedenou definici fázové bezpečnosti lze formulovat matematicky takto:

$$|z_{PM}|=1 ; \arg(z_{PM})=PM-180^\circ \quad (2.8)$$

Souřadnice odpovídajícího bodu jsou pak:

$$\Re(z_{PM})=-\cos(PM-180^\circ)=-\cos(PM) \quad (2.9)$$

$$\Im(z_{PM})=-\sin(PM-180^\circ)=-\sin(PM) \quad (2.10)$$



Obrázek 2.4: Fázová bezpečnost v komplexní rovině

Obrázek znázorňuje situaci, kdy frekvenční charakteristika otevřené smyčky (modrá křivka) prochází omezujícím bodem (červený křížek), jehož souřadnice odpovídají fázové bezpečnosti 45° . Z definice lze odvodit, že při vykreslení frekvenční charakteristiky do komplexní roviny se hodnota fázové bezpečnosti odečte na jednotkové kružnici (znázorněna čerchovanou čarou) a to kvůli požadavku na zesílení 1 krát, tj. velikost komplexního čísla je rovna jedné (viz 2.8).

2.4.2 Amplitudová bezpečnost

Definice amplitudové bezpečnosti uvedená v [3] na straně 353 říká, že amplitudová bezpečnost je součinitel vyjadřující kolikrát je možné zvětšit zesílení v otevřené smyčce než dojde k nestabilitě v uzavřené smyčce.

Ve frekvenční charakteristice otevřené smyčky lze amplitudovou bezpečnost odečíst jako vzdálenost zesílení od přímky vymezující zesílení 1 krát (tj. 0 dB) na frekvenci při které je fáze systému 180° . To je způsob popsáný v [3] na straně 353.

Aby byla odezva uzavřené smyčky stabilní musí být hodnota amplitudové bezpečnosti větší než jedna. Praktický požadavek je často $GM = 2$.

Implementovaná metoda návrhu využívá možnosti vyjádření amplitudové bezpečnosti jako bodu v komplexní rovině podobně jako v případě fázové bezpečnosti. K odvození souřadnic tohoto omezujícího bodu bude potřeba matematicky vyjádřit definici amplitudové bezpečnosti:

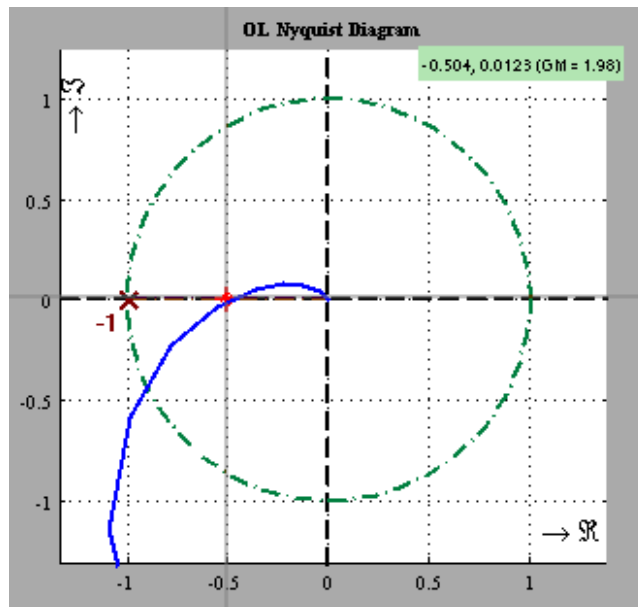
$$|z_{GM}| = \frac{1}{GM} ; \arg(z_{GM}) = -180^\circ \quad (2.11)$$

Omezující bod má tedy tyto souřadnice:

$$\Re(z_{GM}) = -\frac{1}{GM} \quad (2.12)$$

$$\Im(z_{GM}) = 0 \quad (2.13)$$

Následující obrázek ilustruje význam amplitudové bezpečnosti při zakreslení frekvenční charakteristiky do komplexní roviny.



Obrázek 2.5: Amplitudová bezpečnost v komplexní rovině

Červeným křížkem je vyznačen bod odpovídající amplitudové bezpečnosti $GM = 2$. Modrá křivka je frekvenční charakteristika otevřené smyčky. Hnědá přerušovaná úsečka vymezuje umístění omezujících bodů, které odpovídají požadavku na amplitudovou bezpečnost. Vymezen je interval $(-1, 0)$ na reálné ose. Pokud budeme chtít použít frekvenční charakteristiku zakreslenou v komplexní rovině k odečtu amplitudové bezpečnosti, tak stačí najít průsečík frekvenční charakteristiky s reálnou osou. Reálná souřadnice daného bodu je potom zápornou převrácenou hodnotou amplitudové bezpečnosti.

2.5 Princip implementované metody návrhu

Úkolem této práce bylo nalézt a implementovat frekvenční metodu návrhu regulátorů typu Lead a Lag, jejímž výstupem bude grafická reprezentace parametrů regulátoru, které splňují požadovanou fázovou a amplitudovou bezpečnost.

Základ zvolené metody spočívá v „klasických“ frekvenčních metodách, které popisuje kapitola 6 v knize [3]. Principem těchto metod je úprava frekvenční charakteristiky otevřené smyčky, tak aby bylo dosaženo požadovaných výsledků v uzavřené smyčce.

V této kapitole jsem několikrát zmínil, že požadavek na fázovou a amplitudovou bezpečnost, lze vyjádřit jako souřadnice omezujícího bodu. Pro splnění požadavku je pak potřeba, aby frekvenční charakteristika otevřené smyčky zakreslená v komplexní rovině, procházela tímto bodem. Tuto skutečnost lze vyjádřit matematicky jako soustavu dvou rovnic pro reálnou a imaginární složku přenosu a souřadnice omezujícího bodu.

Tyto rovnice obsahují proměnné α , T - parametry regulátorů Lead a Lag a frekvence ω . Zvolená metoda návrhu tedy využívá k nalezení parametrů splňujících požadavek na fázovou nebo amplitudovou bezpečnost² řešení soustavy dvou rovnic o třech neznámých. To by bylo možné buď zavedením další rovnice nebo zvolením hodnoty 3. proměnné a vyřešením soustavy pro zbývající dvě. Vzhledem k tomu, že je možné určit interval frekvencí (jedna z proměnných) ve kterém daný typ regulátoru teoreticky může splnit požadavek na fázovou nebo amplitudovou bezpečnost, byl zvolen druhý způsob řešení.

Následující kapitola popisuje implementaci této návrhové metody pro oba regulátory v prostředí aplikace MATLAB.

2 Současné splnění podmínek je možné určit graficky jako průnik dvou řešení nalezených pro každou podmínku samostatně

Kapitola 3: Implementace metody

3.1 Návrh regulátoru typu Lead

V závěru předchozí kapitoly bylo vysvětleno jak funguje metoda návrhu, kterou jsem implementoval. Klíčové je sestavení rovnic, které tento návrh umožňují. Nezávisle na tom, zda má regulátor zajistit dodržení předepsané fázové nebo amplitudové bezpečnosti, můžeme upravit jeho obecný přenos do formy, která je výhodná s ohledem na postup, kterým obdržíme soustavy rovnic³ popisující vztah parametrů regulátoru Lead a požadavku na kvalitu regulace.

Vyjdeme tedy ze vztahu, který popisuje přenos Lead regulátoru. Ten byl označen číslem 2.1:

$$D(s) = \frac{T \cdot s + 1}{\alpha \cdot T \cdot s + 1}, \quad \alpha < 1$$

Podmínku omezující parametr α zatím vynechám, vrátím se k ní později. Abychom obdrželi frekvenční přenos pro výpočet frekvenční charakteristiky, stačí zavést substituci $s \rightarrow j \cdot \omega$. Dále jsem provedl úpravu tohoto přenosu, jejímž výsledkem je oddělení reálné a imaginární složky.

$$D(j\omega) = \frac{T \cdot j\omega + 1}{\alpha \cdot T \cdot j\omega + 1} = \frac{1 + j\omega \cdot T}{1 + j\omega \cdot \alpha \cdot T} \cdot \frac{1 - j\omega \cdot T}{1 - j\omega \cdot \alpha \cdot T} = \frac{1 + \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2 + j\omega \cdot T(1 - \alpha)}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \quad (3.1)$$

$$D(j\omega) = \frac{1 + \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} + j \frac{\omega \cdot T(1 - \alpha)}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \quad (3.2)$$

Podobným způsobem je vhodné upravit i přenos regulované soustavy.

$$G(s) = \frac{b_m \cdot s^m + b_{m-1} \cdot s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (3.3)$$

Provedením substituce obdržíme podíl polynomů, které lze separovat na reálnou a imaginární složku. Cílem je obdržet formu podobnou výrazu 3.2.

$$G(j\omega) = \frac{b_m \cdot (j\omega)^m + b_{m-1} \cdot (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n \cdot (j\omega)^n + a_{n-1} \cdot (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{r(\omega) + js(\omega)}{t(\omega) + ju(\omega)} \cdot \frac{r(\omega) - js(\omega)}{t(\omega) - ju(\omega)} \quad (3.4)$$

$$G(j\omega) = \frac{r(\omega) \cdot t(\omega) + s(\omega) \cdot u(\omega)}{t^2(\omega) + u^2(\omega)} + j \frac{s(\omega) \cdot t(\omega) - r(\omega) \cdot u(\omega)}{t^2(\omega) + u^2(\omega)} \quad (3.5)$$

3 Jedné soustavy při plnění fázové bezpečnosti a jiné při plnění amplitudové bezpečnosti

Pro zpřehlednění dalšího postupu provedu substituci polynomu v čitatelích a ve jmenovateli za jiné.

$$c(\omega) = r(\omega) \cdot t(\omega) + s(\omega) \cdot u(\omega) \quad d(\omega) = s(\omega) \cdot t(\omega) - r(\omega) \cdot u(\omega) \quad e(\omega) = t^2(\omega) + u^2(\omega)$$

Výsledná forma přenosu obecného regulovaného systému je:

$$G(j\omega) = \frac{c(\omega)}{e(\omega)} + j \frac{d(\omega)}{e(\omega)} \quad (3.6)$$

Souřadnice omezujícího bodu v komplexní rovině lze zapsat takto: $z = l + jm$

Nyní formulujeme matematicky základ metody návrhu. Připomenu, že požadujeme, aby frekvenční charakteristika otevřené smyčky $L(j\omega)$ obsahovala omezující bod daný požadavkem uživatele na kvalitu regulace. Matematická formulace je jednoduše:

$$L(j\omega) = l + jm \quad (3.7)$$

Přenos otevřené smyčky je součinem přenosu regulátoru a přenosu regulované soustavy. K tomu navíc aplikací pravidla pro násobení komplexních čísel obdržíme tento vztah:

$$L(j\omega) = \left(\frac{1 + \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{c(\omega)}{e(\omega)} - \frac{\omega \cdot T(1 - \alpha)}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{d(\omega)}{e(\omega)} \right) + j \left(\frac{1 + \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{d(\omega)}{e(\omega)} + \frac{\omega \cdot T(1 - \alpha)}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{c(\omega)}{e(\omega)} \right)$$

Dvě komplexní čísla jsou rovna, pokud jsou si rovny jejich reálné a imaginární složky. Díky tomu, lze rovnici 3.7 přepsat na soustavu dvou rovnic:

$$\frac{1 + \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{c(\omega)}{e(\omega)} - \frac{\omega \cdot T(1 - \alpha)}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{d(\omega)}{e(\omega)} = l \quad (3.8)$$

$$\frac{1 + \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{d(\omega)}{e(\omega)} + \frac{\omega \cdot T(1 - \alpha)}{1 + \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \cdot \frac{c(\omega)}{e(\omega)} = m \quad (3.9)$$

Vynechám teď jednoduché algebraické úpravy a uvedu podobu těchto rovnic, tak jak jsem je implementoval v MATLABu:

$$\frac{c(\omega) + c(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2 - d(\omega) \cdot \omega \cdot T \cdot (1 - \alpha) - l \cdot e(\omega) - l \cdot e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}{e(\omega) + e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{d(\omega) + d(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha \cdot T^2 + c(\omega) \cdot \omega \cdot T \cdot (1 - \alpha) - m \cdot e(\omega) - m \cdot e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}{e(\omega) + e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} = 0 \quad (3.11)$$

Dále je návrh specifický podle toho pro kterou podmínku hledáme parametry Lead regulátoru.

3.1.1 Návrh s ohledem na fázovou bezpečnost

Řešení soustavy rovnic 3.10 a 3.11 budou splňovat požadavek na fázovou bezpečnost, pokud parametr l bude roven reálné složce omezujícího bodu (vztah 2.9) a parametr m bude roven imaginární složce omezujícího bodu (vztah 2.10).

Důležitá je volba intervalu frekvencí pro které má smysl rovnice řešit. Je totiž možné, že pro regulovanou soustavu nemůže regulátor splnit zadanou podmínku na fázovou bezpečnost. Při hledání tohoto intervalu je využito vlastností Lead regulátoru – konkrétně minimální a maximální fáze, kterou může přispět.

- **Zjištění minimální frekvence na které může Lead regulátor splnit požadavek**

V kapitole 2.2 uvádím, že minimální příspěvek Lead regulátoru k fázi otevřené smyčky je 0° . Pokud má tedy dojít ke splnění fázové bezpečnosti požadované uživatelem, tak musí být fázová bezpečnost regulované soustavy stejná jako je požadavek. Minimální frekvence od které má tedy smysl řešit soustavu rovnic 3.10 a 3.11, je ta, na které odečteme fázovou bezpečnost regulované soustavy. Pro zjištění frekvence využijme tento vztah:

$$\frac{\Im(z)}{\Re(z)} = \tan(\arg(z)) \quad (3.12)$$

S využitím definice fázové bezpečnosti 2.8 a zápisu frekvenčního přenosu jako komplexního čísla, lze nahradit takto:

$$\frac{\Im(G(j\omega))}{\Re(G(j\omega))} = \tan(PM - 180^\circ) \quad (3.13)$$

Řešením následující rovnice pak obdržíme kandidáty na hledanou minimální frekvenci:

$$\Im(G(j\omega)) - \Re(G(j\omega)) \cdot \tan(PM - 180^\circ) = 0 \quad (3.14)$$

Vhodné řešení je kladné číslo (frekvence nemůže být záporná) a po jeho dosazení do přenosu regulované soustavy je reálná i imaginární složka výsledku záporná. Druhá podmínka plyne z designu aplikace, který umožňuje nastavit požadavek na fázovou bezpečnost v intervalu $(0^\circ, 90^\circ)$ a skutečnosti, že tangens je funkce lichá. Tyto závěry jsou stejné jako ty uvedené v [1] - kapitola 3.4.2.

- **Zjištění maximální frekvence na které může Lead regulátor splnit požadavek**

Maximální příspěvek Lead regulátoru k fázi otevřené smyčky je $+90^\circ$, jak bylo již uvedeno v kapitole 2.2. Pro splnění požadavku na fázovou bezpečnost může tedy být fáze regulovaného systému o 90° nižší než plyne z definice fázové bezpečnosti. Maximální frekvence do které má

tedy smysl řešit soustavu rovnic 3.10 a 3.11 je ta na které regulovaná soustava dosahuje této fáze. Pro nalezení takové frekvence postačí upravit vztah 3.13 na:

$$\frac{\Im(G(j\omega))}{\Re(G(j\omega))} = \tan(PM - 180^\circ - 90^\circ) \quad (3.15)$$

Řešením následující rovnice pak obdržíme kandidáty na hledanou maximální frekvenci:

$$\Im(G(j\omega)) - \Re(G(j\omega)) \cdot \tan(PM - 180^\circ - 90^\circ) = 0 \quad (3.16)$$

Vhodné řešení je kladné číslo (frekvence nemůže být záporná) a po jeho dosazení do přenosu regulované soustavy je reálná složka výsledku záporná a imaginární složka kladná. Opět platí, že tato podmínka je dána designem aplikace (hledaná fáze je z intervalu $(90^\circ, 180^\circ)$) a faktem, že tangens je funkce lichá. Stejně závěry jsou uvedeny v [1] - kapitola 3.4.2.

3.1.2 Návrh s ohledem na amplitudovou bezpečnost

Řešení soustavy rovnic 3.10 a 3.11 budou splňovat požadavek na amplitudovou bezpečnost, pokud parametr l bude roven reálné složce omezujícího bodu (vztah 2.12) a parametr m bude roven imaginární složce omezujícího bodu (vztah 2.13).

Vzhledem k tomu, že amplitudová bezpečnost se odečítá na frekvenci, kde je fáze rovna 180° , stačí k nalezení intervalu frekvencí, pro které může Lead regulátor splnit požadovanou amplitudovou bezpečnost, uvažovat jaká je minimální a maximální fáze, kterou může sám přispět.

- **Zjištění minimální frekvence na které může Lead regulátor splnit požadavek**

Minimální příspěvek Lead regulátoru k fázi otevřené smyčky je 0° . Ve frekvenční charakteristice regulované soustavy je tedy nutné nalézt body s fází 180° . Ty leží v záporné části reálné osy komplexní roviny. Stačí tedy vyřešit rovnici:

$$\Im(G(j\omega)) = 0 \quad (3.17)$$

Stále platí, že požadované řešení musí být kladné reálné číslo. Řešením rovnice 3.17 mohou být i frekvence bodů frekvenční charakteristiky, které sice leží na reálné ose, ale v její kladné části. Taková řešení nesplňují požadavek uvedený v předchozím odstavci, proto se nepovažují za platná. Kapitola 3.4.3 v literatuře [1] uvádí stejné závěry.

- **Zjištění maximální frekvence na které může Lead regulátor splnit požadavek**

Maximální příspěvek Lead regulátoru k fázi otevřené smyčky je $+90^\circ$. Pro splnění požadavku na amplitudovou bezpečnost může tedy být fáze regulovaného systému o 90° nižší než plyne z

definice amplitudové bezpečnosti. Hledáme tedy frekvenci na které je fáze regulovaného systému 90° . To odpovídá imaginární ose komplexní roviny. Přesněji pak její kladné části. Hledaná maximální frekvence je tedy určitě řešením této rovnice:

$$\Re(G(j\omega))=0 \quad (3.18)$$

Správné řešení musí být kladné reálné číslo a jeho dosazením do přenosu regulované obdržíme kladné ryze imaginární číslo. Stejně závěry jsou uvedeny v [1] - kapitola 3.4.2.

3.2 Návrh regulátoru typu Lag

Rovnice sestavené za účelem návrhu Lead regulátoru se jen nepatrně liší od těch, které lze použít pro návrh regulátoru typu Lag. Odlišnost je způsobena samozřejmě jiným přenosem Lag regulátoru oproti Lead regulátoru. Přenos regulátoru Lag jsem již uvedl pod číslem 2.5:

$$D(s)=\alpha \cdot \frac{T \cdot s+1}{\alpha \cdot T \cdot s+1}, \quad \alpha > 1$$

Provedením stejných úprav jako v kapitole 3.1 obdržíme formu přenosu s oddělenou reálnou a imaginární složkou.

$$D(j\omega)=\frac{\alpha+\omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}{1+\omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}+j \frac{\omega \cdot \alpha \cdot T(1-\alpha)}{1+\omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2} \quad (3.19)$$

Analogie rovnic 3.10 a 3.11 pak vypadá takto:

$$\frac{\alpha \cdot c(\omega)+c(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2-d(\omega) \cdot \omega \cdot \alpha \cdot T \cdot (1-\alpha)-l \cdot e(\omega)-l \cdot e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}{e(\omega)+e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}=0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\alpha \cdot d(\omega)+d(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2+c(\omega) \cdot \omega \cdot \alpha \cdot T \cdot (1-\alpha)-m \cdot e(\omega)-m \cdot e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}{e(\omega)+e(\omega) \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot T^2}=0 \quad (3.21)$$

Následuje opět rozbor specifik návrhu podle požadované podmínky.

3.2.1 Návrh s ohledem na fázovou bezpečnost

Řešení soustavy rovnic 3.20 a 3.21 budou splňovat požadavek na fázovou bezpečnost, pokud parametr l bude roven reálné složce omezujícího bodu (vztah 2.9) a parametr m bude roven imaginární složce omezujícího bodu (vztah 2.10). Postup je tedy stejný jako v případě Lead regulátoru, pouze se liší soustava řešených rovnic a mírně i způsob určení intervalu frekvencí, pro které lze najít řešení. Pro jeho určení je znovu využito znalosti minimální a maximální fáze, kterou může Lag regulátor přispět.

- **Zjištění minimální frekvence na které může Lag regulátor splnit požadavek**

V kapitole 2.3 jsem uvedl, že maximální příspěvek Lag regulátoru k fázi otevřené smyčky je -90° . Pro splnění fázové bezpečnosti požadované uživatelem, se ve frekvenční charakteristice regulované soustavy může vyskytovat fáze maximálně o 90° vyšší než ta, která odpovídá splnění fázové bezpečnosti. Minimální frekvence od které má smysl řešit soustavu rovnic 3.20 a 3.21 řeší tuto rovnici, kterou jsem obdržel úpravou rovnice 3.14:

$$\Im(G(j\omega)) - \Re(G(j\omega)) \cdot \tan(PM - 180^\circ + 90^\circ) = 0 \quad (3.22)$$

Vhodné řešení je kladné číslo (frekvence nemůže být záporná) a po jeho dosazení do přenosu regulované soustavy je reálná složka výsledku kladná, zatímco imaginární složka je záporná. Znovu to plyne z designu aplikace, který umožňuje nastavit požadavek na fázovou bezpečnost v intervalu $(0^\circ, 90^\circ)$ a skutečnosti, že tangens je funkce lichá. Tyto závěry jsou stejné jako ty uvedené v [1] - kapitola 3.3.1.

- **Zjištění maximální frekvence na které může Lag regulátor splnit požadavek**

Minimální příspěvek Lead regulátoru k fázi otevřené smyčky je 0° jak bylo již uvedeno v kapitole 2.3. Pro splnění požadavku na fázovou bezpečnost musí tedy být fázová bezpečnost regulovaného systému stejná. To tedy odpovídá postupu pro zjištění minimální frekvence řešení při návrhu Lead regulátoru.

3.2.2 Návrh s ohledem na amplitudovou bezpečnost

Řešení soustavy rovnic 3.20 a 3.21 budou splňovat požadavek na amplitudovou bezpečnost, pokud parametr l bude roven reálné složce omezujícího bodu (vztah 2.12) a parametr m bude roven imaginární složce omezujícího bodu (vztah 2.13).

Stejně jako v případě Lead regulace, stačí k nalezení intervalu frekvencí pro které může Lag regulátor splnit požadovanou amplitudovou bezpečnost uvažovat jaká je minimální a maximální fáze, kterou může sám přispět, neboť víme, že hodnota amplitudové bezpečnosti se odečítá tam kde je fáze systému 180° .

- **Zjištění minimální frekvence na které může Lag regulátor splnit požadavek**

Maximální příspěvek Lag regulátoru k fázi otevřené smyčky je -90° . Pro splnění požadavku na amplitudovou bezpečnost může tedy být fáze regulovaného systému nejvíce 270° . To odpovídá záporné části imaginární osy. Hledaná minimální frekvence je jedním z řešení dříve uvedené rovnice 3.18.

Pro výběr správného řešení platí podobné⁴ podmínky. Hledané řešení musí být kladné reálné číslo a jeho dosazením do přenosu regulované soustavy obdržíme záporné ryze imaginární číslo. Stejně závěry uvádí zdroj [1] v kapitole 3.3.2.

- **Zjištění maximální frekvence na které může Lag regulátor splnit požadavek**

Příspěvek Lag regulátoru k fázi otevřené smyčky je minimálně 0° . Ve frekvenční charakteristice regulované soustavy je tedy nutné nalézt body s fází 180° . Postup tedy odpovídá hledání minimální frekvence řešení při návrhu Lead regulátoru pro požadovanou amplitudovou bezpečnost.

3.3 Společný algoritmus návrhu

Uvedené postupy návrhu regulátorů obojího typu představují pouze drobné rozdíly. Jejich uvědomění a opatrnost při psaní algoritmu, který provádí jejich návrh mi umožnily realizaci bez zbytečného duplikování zdrojového kódu. Výsledkem jsou procedury zapsané v souborech `Navrh_LL.m`, který zahrnuje celý postup návrhu a `Rozsah_wLL.m`, který slouží ke zjištění intervalu frekvencí pro které má smysl řešit soustavu rovnic, umožňující realizaci návrhu podle předem zadaných podmínek. Oba soubory s výhodou používají funkcí, které vytvořil Karel Jonáš při realizaci své bakalářské práce [1].

Těžištěm algoritmu je sestavení a řešení soustavy rovnic 3.10 a 3.11 nebo 3.20 a 3.21, které má ve zdrojovém kódu tuto podobu:

```
%vyhodnoceni vyrazu, ktere nejsou zavisle na parametrech hledaneho
%regulatoru
f=[polyval(c,w) polyval(c,w)*w polyval(c,w)*w^2 polyval(d,w) polyval(d,w)*w
polyval(d,w)*w^2 polyval(e,w) polyval(e,w)*w^2];

%sestaveni soustavy rovnic jejichz resenim se obdrzi parametry
%regulatoru, ktere pro aktualni frekvenci zajistuji pruchod frekvenci
%charakteristiky otevrene smycky bodem, ktery reprezentuje pozadovanou
%PM nebo GM
if(typ==1 || typ==2) %pokud je hledan regulator typu Lead
    eq1=f(1)+f(3)*a*T^2-f(5)*T+f(5)*a*T-f(7)*l-f(8)*l*a^2*T^2; %1.rovnice
    eq2=f(4)+f(6)*a*T^2+f(2)*T-f(2)*a*T-f(7)*m-f(8)*m*a^2*T^2; %2.rovnice
else %pokud je hledan regulator typu Lag
    eq1=f(1)*a+f(3)*a^2*T^2-f(5)*a*T+f(5)*a^2*T-f(7)*l-f(8)*l*a^2*T^2; %1.rovnice
    eq2=f(4)*a+f(6)*a^2*T^2+f(2)*a*T-f(2)*a^2*T-f(7)*m-f(8)*m*a^2*T^2; %2.rovnice
end

%reseni soustavy rovnic
S=solve(eq1,eq2,'a','T');
```

Z nalezených řešení se dále vybírají jen ta, která jsou reálná kladná čísla a vzhledem k definici jejich přenosů také musí být $\alpha < 1$ pro regulátor Lead a $\alpha > 1$ pro regulátor Lag.

4 Pozor! Rozhodně ne uplně stejné.

Funkce hledající rozsah frekvencí, pro které má smysl řešit sestavenou soustavu rovnic, implementuje již popsané metody a navíc řeší případy, které mohou nastat. Není totiž zaručeno, že vždy půjde určit jak minimální tak maximální frekvenci. Možná selhání jsou tři, pro poslední dvě lze zajistit možnost řešit soustavu rovnic a návrh tak dokončit vhodným nahrazením hledané frekvence. Tento přístup je rovněž popsán v práci [1] - kapitola 3.3.1.

- pokud není nalezena žádná z frekvencí, nelze regulátor navrhnout
- je-li nalezena pouze maximální frekvence, zvolí se pro minimální frekvenci hodnota *eps* (nejmenší existující číslo v dané přesnosti v MATLABu)
- je-li nalezena pouze minimální frekvence, zvolí se maximální frekvence 3x větší

Poslední dva případy znamenají, že fáze kterou algoritmus ve frekvenční charakteristice regulované soustavy hledá, je dosaženo buď pro frekvenci blížíící se nule nebo nekonečnu.

Zdrojový kód je bohatě komentovaný, proto zde nebudu rozebírat další detaily. Výjimkou budiž funkce aplikace, která zajišťuje znázornění omezení ustálené regulační odchylky ve vztahu k parametrům navrženého regulátoru.

3.4 Omezení ustálené regulační odchylky

Původní aplikace, která vznikla v rámci bakalářské práce [1] obsahuje funkci, umožňující uživateli zvolit maximální přípustnou velikost ustálené regulační odchylky na jednotkový skok a toto omezení pak zakreslit do roviny, ve které je zobrazena křivka s parametry regulátorů. Vzhledem k tomu, že jedním cílem mé bakalářské práce bylo rozšíření tohoto nástroje o podporu regulátorů typu Lead a Lag, implementoval jsem i rutinu pro vykreslení požadovaného omezení do roviny s parametry pro regulátor Lag.

Připomínám vztah mezi hodnotou ustálené regulační odchylky na jednotkový skok, který jsem dříve uvedl s označím 2.4. Platí pro regulátory typu Lead.

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{T \cdot s + 1}{\alpha \cdot T \cdot s + 1} \cdot \frac{b_m \cdot s^m + \dots + b_0}{a_n \cdot s^n + \dots + a_0}} = \frac{1}{1 + \frac{b_0}{a_0}} = \frac{a_0}{a_0 + b_0}$$

Jak bylo již zmíněno v kapitole 2.2, parametry tohoto typu regulátorů nemají vliv na velikost ustálené regulační odchylky na jednotkový skok. Z toho důvodu jsem rutinu pro tento typ regulace neimplementoval.

Naopak pro Lag regulátory je možné získat vztah pro výpočet parametru α , jehož hodnota ještě splní požadovanou ustálenou regulační odchylku e_{ss} . Tento vztah byl uveden v kapitole 2.3 s číslem 2.7.

$$\alpha = \frac{a_0 \cdot (1 - e_{ss})}{b_0 \cdot e_{ss}}$$

Křivka vyjadřující toto omezení je tedy přímka rovnoběžná s osou⁵. Hodnoty parametru α pak musí být vyšší než hodnota vymežující polohu přímky.

Kód, který provádí výpočet omezení jsem napsal takto:

```
% VYPOCET HODNOTY PARAMETRU REGULATORU (alpha), PRO KTEROU SPLNUJE UZAVRENA REG.  
% SMYCKKA POZADOVANOU MAX. USTALENOU REGULACNI ODCHYLKU  
a_value_restriction = (handles.den_Ps(end) * (1 - divergence_max)) /  
                      (handles.num_Ps(end) * divergence_max);
```

Použití této funkce, včetně návodu na provedení návrhu s využitím upravené aplikace na příkladech, uvádí další kapitola.

5 V případě použité aplikace jde o osu x

Kapitola 4: Příklady použití aplikace

V této kapitole nebudu uvádět podrobný popis grafického uživatelského rozhraní, neprováděl jsem žádné výrazné změny jeho podoby. Nástroj použitý pro vytvoření GUI a jeho struktura jsou popsány ve 4. kapitole bakalářské práce [1].

4.1 Návrh regulátoru typu Lead

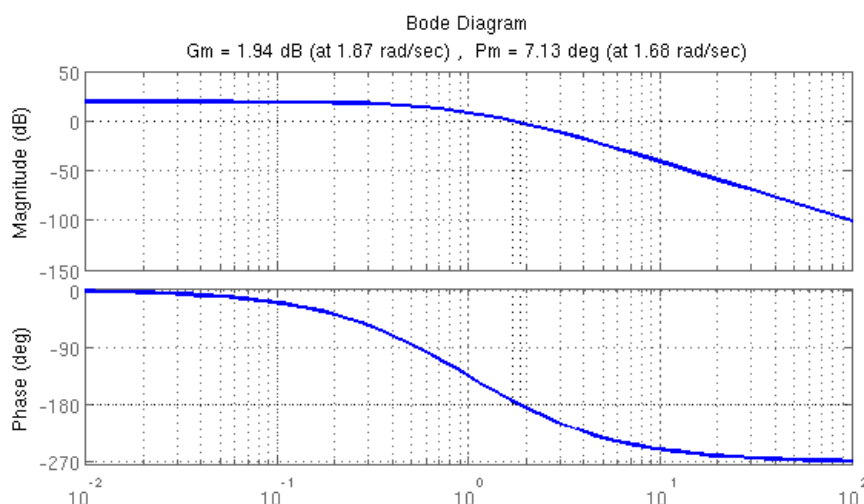
Jako názornou ukázkou použití aplikace pro návrh Lead regulace vyřešíme příklad 6.15 uvedený v knize [3].

Jedná se o regulaci systému řízení teploty s přenosem:

$$K \cdot G(s) = \frac{K}{\left(\frac{s}{0.5} + 1\right) \cdot (s + 1) \cdot \left(\frac{s}{2} + 1\right)}$$

Je dán požadavek na hodnotu ustálené regulační odchylky na jednotkový skok $K_p = 9$, což znamená, že od ustálené hodnoty se můžeme odchýlit maximálně o 10%. Dále je požadována fázová bezpečnost $PM = 25^\circ$. Jak jsem již zmiňoval, Lead regulátor neovlivní hodnotu ustálené regulační odchylky. V tomto případě stačí určit hodnotu zesílení K použitím vztahu 2.4. Potřebná hodnota zesílení je tedy $K = 9$.

Před návrhem vlastní Lead regulace se podíváme na frekvenční charakteristiku systému.

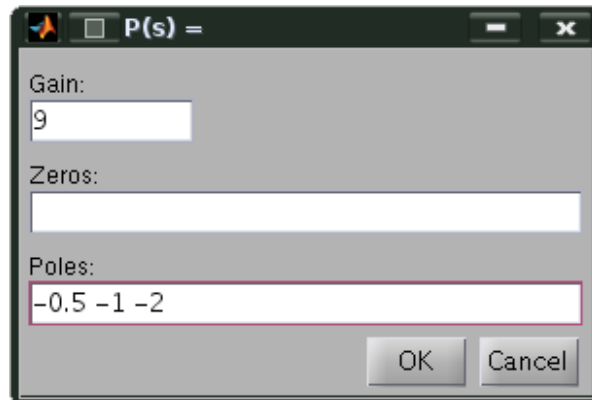


Obrázek 4.1: Frekvenční charakteristika regulované soustavy

Bez regulace má tedy fázovou bezpečnost $PM = 7.13^\circ$. Je vidět, že Lead regulace by mohla požadavek splnit (viz kapitola 3.1). Provedeme tedy návrh použitím aplikace.

Nejdříve nastavíme typ hledaného regulátoru na Lead klikáním na tlačítko **Change controller type**.

Z přenosu lze přímo identifikovat póly regulované soustavy. Stisknutím tlačítka **Edit P(s)** vyvoláme dialog pro zadání polohy pólů. Nesmíme zapomenout na vypočítané zesílení K :



Obrázek 4.2: Dialog editace přenosu

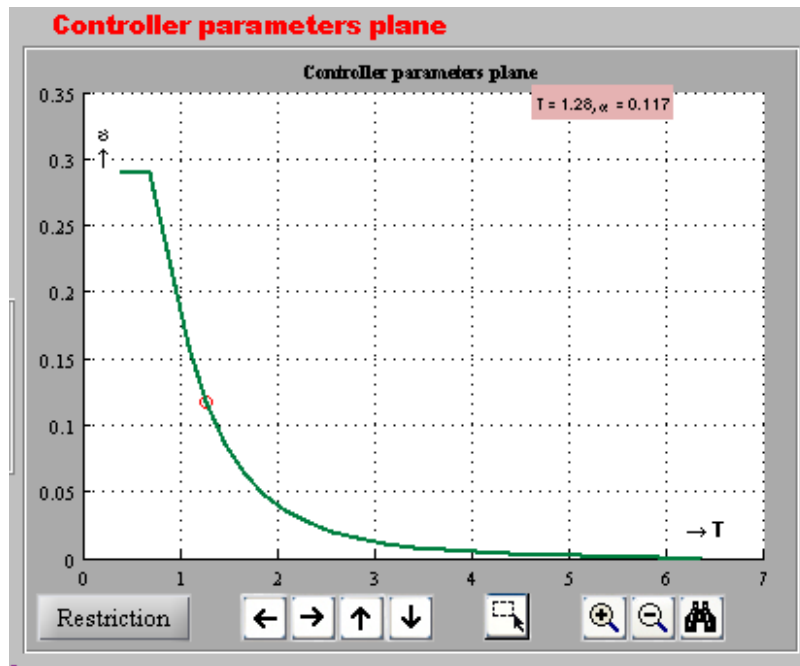
Vstup se potvrzuje tlačítkem **OK**. Dále se musí zadat požadovaná fázová bezpečnost:



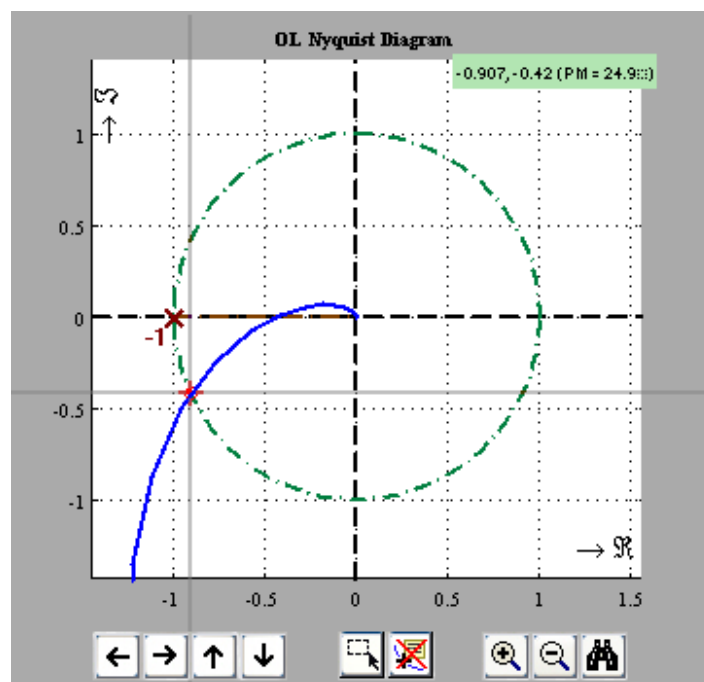
Obrázek 4.3: Zadání PM

Po opuštění vstupního pole se zahájí řešení návrhu dle zadaného požadavku. Řešení je náročné na čas CPU, proto je uživatel informován pomocí stavového řádku o tom, že výpočet probíhá. Po jeho dokončení je vykreslena křivka, na které leží body jejichž souřadnice představují oba parametry Lead regulátoru.

Přiblížením myši ke křivce se automaticky označí nejbližší nalezené řešení. Kliknutím jej vyberete do seznamu řešení. V seznamu mohou být až tři řešení, které tak lze mezi sebou porovnávat.



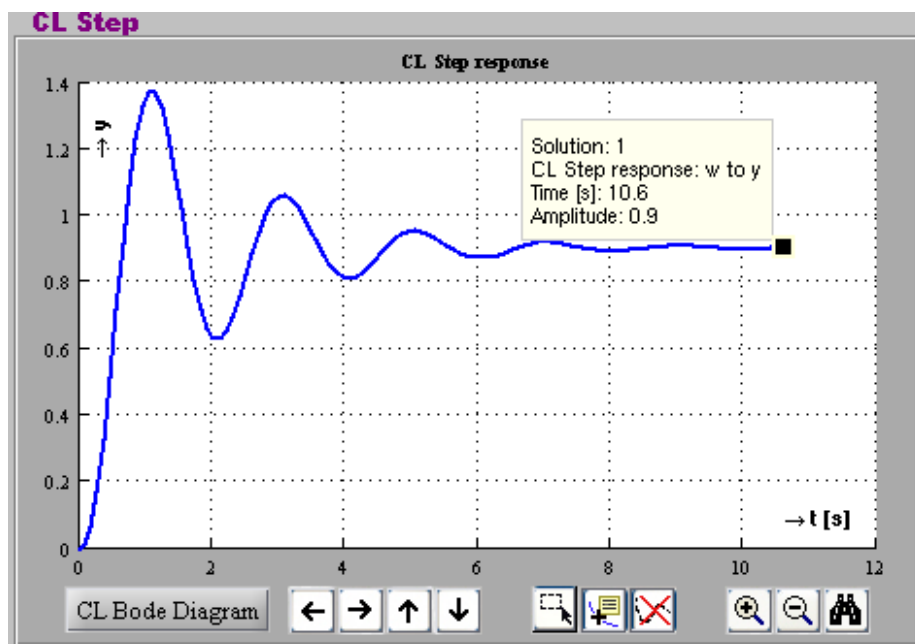
Obrázek 4.4: Parametry Lead regulátoru řešící příklad



Obrázek 4.5: Frekvenční charakteristika navržené otevřené smyčky s Lead regulací

Obrázek 4.5 potvrzuje, že nalezené řešení zajišťuje požadovanou fázovou bezpečnost.

Také byl vykreslen průběh výstupu zpětnovazebního obvodu pokud je vstupem jednotkový skok. Tam lze ověřit splnění požadavku na ustálenou regulační odchylku.



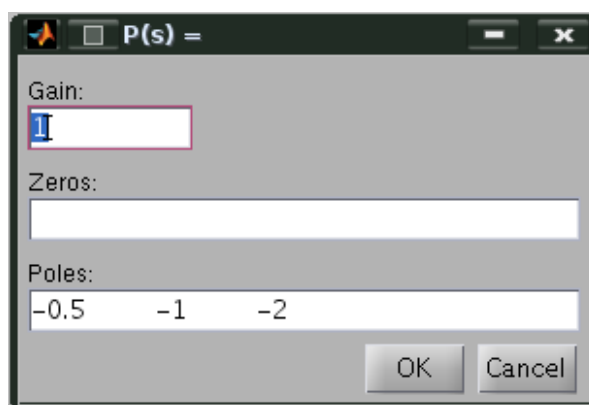
Obrázek 4.6: Odezva na jednotkový skok uzavřené smyčky s Lead regulací

Odchylka od požadované hodnoty (1) je přesně požadovaných 10%.

4.2 Návrh regulátoru typu Lag

Pro stejný systém se pokusíme navrhnout Lag regulátor. Půjde o mírnou modifikaci příkladu 6.17 v [3]. Ten požaduje minimální fázovou bezpečnost otevřené smyčky 40° a znovu odchylku ustálené hodnoty výstupu do 10 %.

Vzhledem k tomu, že parametry Lag regulátoru mají vliv na ustálenou regulační odchylku a funkce, která dokáže vyznačit omezení parametrů podle požadované hodnoty ustálené regulační odchylky, byla v aplikaci implementována i pro regulaci typu Lag, nemusíme se zabývat určováním hodnoty zesílení K , tak jako v předchozím případě. Zesílení tedy zadáme jednotkové.

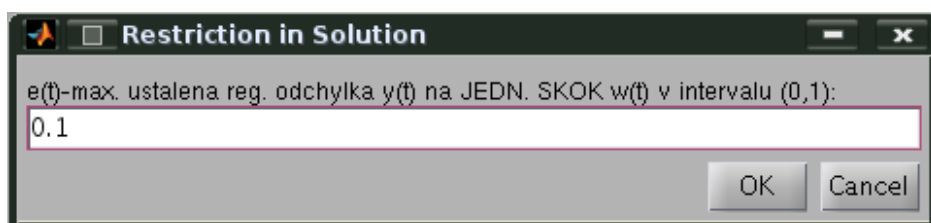


Obrázek 4.7: Dialog editace přenosu

Ujistěte se, že jste změnili typ regulátoru na Lag (tlačítko Change controller type).

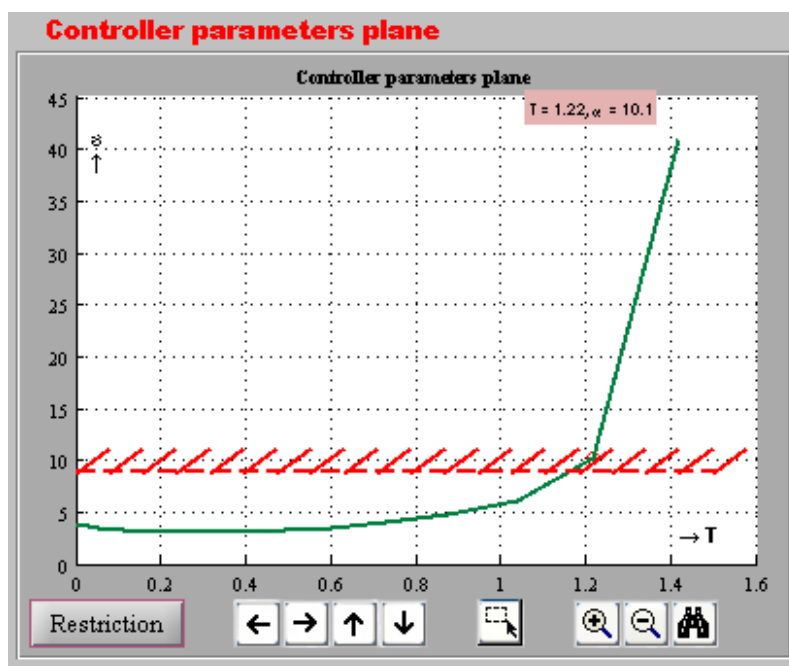
Po zadání požadavku na fázovou bezpečnost (40°) se provede výpočet.

V nalezeném řešení chceme vyznačit omezení na hodnotu parametrů, tak aby byla splněna požadovaná ustálená regulační odchylka. K tomu slouží tlačítko Restriction. Po jeho stisknutí se zobrazí následující dialog. Požadovaná hodnota byla 10 %.



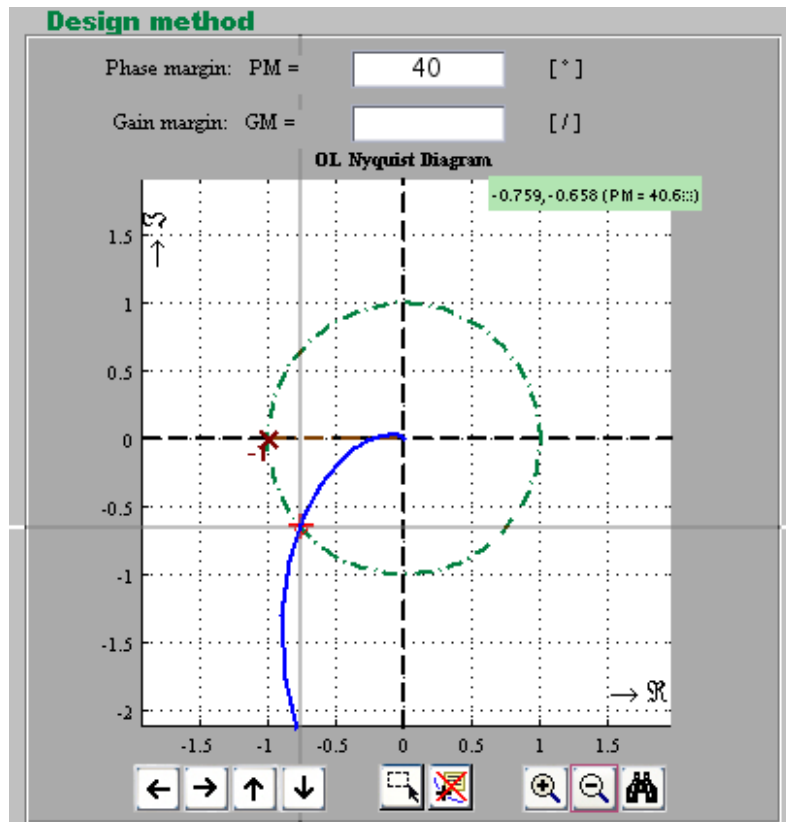
Obrázek 4.8: Dialog pro nastavení maximální ustálené regulační odchylky

Po potvrzení vstupu je do roviny parametrů regulátorů přidána křivka vymežující oblast, kde se nachází řešení, která splňují zadané omezení. Tato oblast odpovídá polorovině naznačené šrafováním.

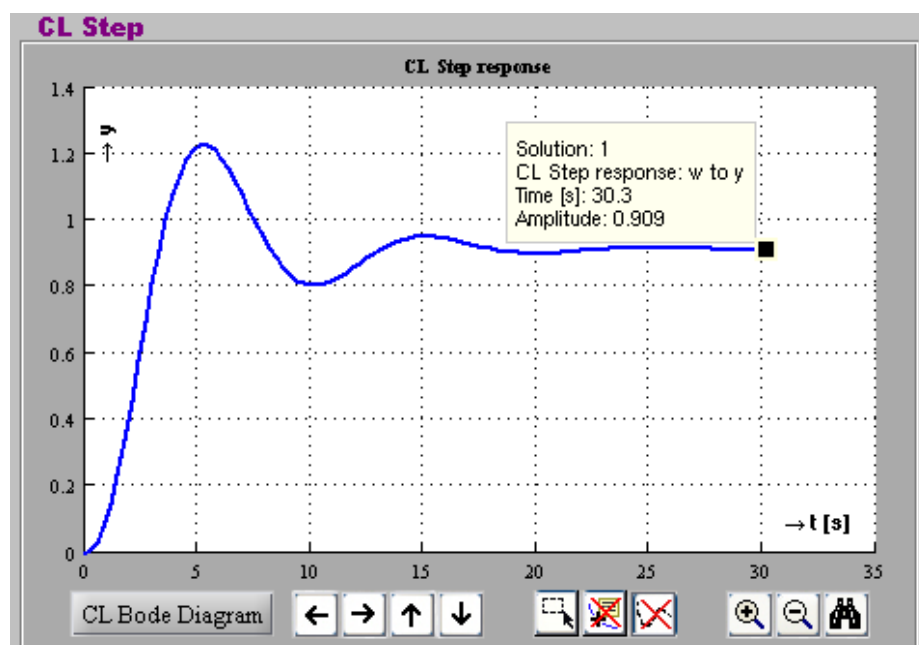


Obrázek 4.9: Parametry Lag regulátoru řešící příklad

Následuje ověření zda vybrané řešení opravdu splňuje naše očekávání. Obrázek 4.10 ukazuje, že frekvenční charakteristika otevřené smyčky prochází bodem, který vymežuje požadovanou fázovou bezpečnost. Na obrázku 4.11 je zachycena odezva uzavřené smyčky na jednotkový skok a ustálení na hodnotě 0.909, což splňuje požadavek na maximální ustálenou regulační odchylku.



Obrázek 4.10: Frekvenční charakteristika navržené otevřené smyčky s Lag regulací



Obrázek 4.11: Odezva na jednotkový skok uzavřené smyčky s Lag regulací

Kapitola 5: Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo nalézt metodu návrhu regulátorů typu Lead a Lag, která pro regulovanou soustavu reprezentovanou svým přenosem, nalezne množinu regulátorů splňujících požadovanou fázovou a amplitudovou bezpečnost. Vybraná metoda, pak měla být implementována v prostředí MATLAB, tak aby umožnila grafický návrh. Oba tyto cíle byly úspěšně splněny.

Zvolená metoda využívá matematické formulace fázové a amplitudové bezpečnosti, díky které je možné oba požadavky převést na bod v rovině, kterým musí procházet frekvenční charakteristika otevřené smyčky. Tu lze ovlivňovat použitím regulátorů s vhodně zvolenými parametry. Aplikace této metody pak zajišťuje, že nalezené parametry regulátorů vyhovují požadavkům.

Regulátory typu Lead a Lag byly velkou výzvou, protože jejich přenosy vedly k nelinearitě rovnic na jejichž základě tato metoda funguje. Výpočet těchto rovnic jsem se snažil maximálně zjednodušit. Prostředí aplikace MATLAB k tomu velice pomohlo, protože poskytuje platformu, která umí i tak složitou soustavu rovnic řešit analyticky a pokud se to nedaří, tak aplikuje numerické metody. Implementovaný algoritmus je pak celkem flexibilní, protože s využitím metod poskytovaných MATLABem není problém upravit tvar rovnic pro jiný typ regulátoru, jehož přenos vyjádříme v podobě použité k implementaci (rozdělením na reálnou a imaginární složku).

Kritéria návrhu jsou dána fázovou a amplitudovou bezpečností. Ty přímo vyjadřují míru stability zpětnovazebního obvodu. Fázová bezpečnost je také spojena s tlumením, které má vliv na výslednou dynamiku uzavřené smyčky. V praxi jde tedy ve většině případů o velice vhodnou formulaci našich požadavků na kvalitu regulace. Jak tvrdí [3] na straně 357, *“Mnoho inženýrů uvažuje přímo ve smyslu fázové bezpečnosti pokud posuzují, zda je řídicí systém adekvátně stabilizován”*.

Teorie a následné pokusy s vytvořenou aplikací odhalily některé nedostatky Lead a Lag regulátorů. Lead regulátor je při zajišťování požadavku na maximální hodnotu ustálené regulační odchylky nutné doplňovat proporčním regulátorem. Lag regulátor oproti tomu může takový požadavek splnit, ale vliv fázového zpoždění, které v otevřené smyčce navyšuje se pak projevuje na dynamice zpětnovazebního obvodu, tím že jej zpomaluje. Také se ukázalo, že některé soustavy sice na první pohled lze kompenzovat Lead nebo Lag regulátorem, tak aby byly

zajištěny požadavky návrháře, protože v jejich frekvenční charakteristice nalezneme fázové úhly, které s příspěvkem Lead nebo Lag regulátoru lze pozměnit, tak aby se na jim odpovídajících frekvencích odečítala amplitudová nebo fázová bezpečnost, která tak bude odpovídat zadání, nicméně definice těchto kritérií obsahuje i požadavek na amplitudovou charakteristiku v místě jejich odečítání. Následkem toho oba tyto regulátory nemohou v některých případech požadavek splnit, protože jejich zesílení není nikdy menší než jedna.

Výsledná aplikace tohoto grafického návrhu je velice nenáročná z pohledu znalostí uživatele. Nároky jsou spíše přenášeny na vstupy a to především na přenos regulované soustavy. Jeho určení u reálných fyzikálních systémů často nemusí být triviální a když se to podaří je potřeba počítat s nejistotami, které ve výsledku mohou způsobit, že návrh sice v aplikaci dává přijatelné výsledky, ale v realitě mohou být odlišné. Tímto problémem, ale trpí mnoho návrhových metod.

Seznam použité literatury

- [1] JONÁŠ, Karel. *GUI pro návrh PID regulátorů* : bakalářská práce. Praha: ČVUT Fakulta elektrotechnická. 2008. 61 s., 1 příl.
- [2] Doc. Ing. Jan John; CSc., Ing. Jindřich Fuka; Ing. Jakub Charvát et al. *Učebnice SARI* [online]. Praha: ČVUT Fakulta elektrotechnická. Dostupná z WWW: <<http://dce.felk.cvut.cz/sari/SARI-ucebnice.html>>
- [3] G.F. Franklin; J.D. Powell; A. Emani-Naeni. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 5th ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2006. ISBN 0-13-149930-0
- [4] HAVEL, Petr. *Frekvenční metody syntézy*. Praha: ČVUT Fakulta elektrotechnická. 2004. Dostupné z WWW: <http://dce.felk.cvut.cz/sri2/ss/Synteza/Havel_frekv_met2.pdf>
- [5] K. S. Yeung; K.W. Wong; K.-L. Chen. *A non-trial-and-error method for lag-lead compensator design*. IEEE Transactions on Education, vol. 41, pp. 76-80, 1998
- [6] SEXTON G. David. *MATLAB SYMBOLIC TOOLBOX*. 1996. Dostupné z WWW: <http://texas.math.ttu.edu/~gilliam/ttu/mlhtml_1/symbolic/symbolic.html>
- [7] The Mathworks, Inc. *Creating Graphical User Interfaces*. Dostupné z WWW: <http://www.mathworks.com/access/helpdesk_r13/help/techdoc/creating_guis/creating_guis.html>

Příloha A: Obsah přiloženého CD

K této bakalářské práci přikládám CD-ROM, který obsahuje její elektronickou verzi ve formátu pdf a také zdrojové kódy aplikace pro návrh regulátorů v MATLABu.

Jeho strukturu a obsah popisuje níže uvedený seznam:

- Adresář **source** – obsahuje zdrojové kódy aplikace a soubory pro její běh
- Adresář **text** – obsahuje text bakalářské práce a použité obrázky