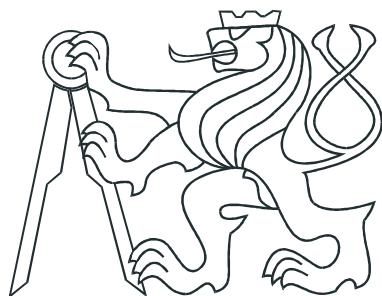


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Řízení vícerozměrných systémů pomocí PID
regulátorů

Autor: Bc. Radek Losos

Praha, 2011

Vedoucí práce: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne

podpis

Poděkování

Děkuji především vedoucímu diplomové práce Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za jeho velmi cenné rady a vedení diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za jejich podporu během studia a v neposlední řadě své přítelkyni za její velkou podporu a trpělivost.

Abstrakt

Diplomová práce popisuje návrh řízení vícerozměrných systémů pomocí PID regulátorů. Je zde ukázán tradiční návrh PID řízení pomocí určení míry interakcí maticí RGA. V práci je dále představen frekvenční přístup k návrhu pomocí Nyquistovy analýzy stability. Tato metoda je dále rozpracována do dvou variant, a to tak, aby bylo možné lépe specifikovat chování regulační smyčky. Všechny představené metody jsou demonstrovány na vícerozměrném systému čtyřválcové vodárny.

Získané výsledky ukazují, že všechny metody jsou vhodné pro návrh regulátorů, které úspěšně řídí výšku hladin čtyřválcové vodárny. Původní metoda založená na Nyquistově analýze stability je navíc rozšířena o dvě varianty umožňující ladit výsledné chování regulační smyčky.

Abstract

Diploma thesis describes design of MIMO systems PID control. Conventional design via relative gain array is showed here. Next frequency approach via Nyquist stability analysis is introduced. This analysis is upgraded into two different variants. These variants can specify the response of feedback system. All introduced methods are demonstrate at the quadruple tanks system.

Given results show all methods are appropriate for controllers design which control height of surface in tanks successfully. The original method based on Nyquist stability analysis is upgraded into two mentioned variants, which allow to adjust responses of feedback system.

vložit originální zadání!!!!

Obsah

Seznam obrázků	viii
Seznam tabulek	x
1 Úvod	1
2 Vícerozměrné systémy a jejich vlastnosti	3
2.1 Vícerozměrné systémy	3
2.2 Nuly a póly vícerozměrných systémů	4
3 Popis systému čtyřválcové vodárny	7
3.1 Mechanický popis systému čtyřválcové vodárny	7
3.2 Matematický popis a vlastnosti čtyřválcové vodárny	8
4 Návrh regulátorů pomocí RGA	13
4.1 Míra interakcí RGA	13
4.2 Návrh PI řízení pomocí RGA pro systém s minimální fází	14
4.3 Návrh PI řízení pomocí RGA pro systém s neminimální fází	18
5 Řízení pomocí Nyquistovy analýzy stability	21
5.1 Analýza Nyquistova kritéria stability vícerozměrného systému	21
5.2 Návrh PI regulátorů decentralizovaného řízení	23
5.2.1 Získání PI regulátorů zajišťujících stabilitu diagonálního subsystému	23
5.2.2 Získání parametrů PI regulátorů stabilizujících celkový systém .	24
5.2.3 Získání parametrů PI regulátorů decentralizovaného řízení	25
5.2.4 Návrh decentralizovaného řízení pro systém s neminimální fází . .	26
5.3 I. varianta návrhu decentralizovaného řízení	30
5.4 II. varianta návrhu decentralizovaného řízení	35

6	Závěr	40
Literatura		42
A Obsah přiloženého CD		I

Seznam obrázků

2.1	Vstupní směr nuly \mathbf{u}_{z_i}	5
2.2	Odezva systému $y_1(t)$ a $y_2(t)$	6
3.1	Schématický nákres čtyřválcové vodárny	7
3.2	Vstupní napětí do systému	11
3.3	Odezva výšky hladiny na skok vstupu minimálně fázového systému	12
3.4	Odezva výšky hladiny na skok vstupu neminimálně fázového systému	12
4.1	Simulinkové zpětnovazební zapojení PI regulátoru a systému	16
4.2	Odezva regulovaného systému na skokovou změnu referencí	17
4.3	Odezva akčních zásahů	17
4.4	Simulinkové zpětnovazební zapojení PI regulátoru a systému	19
4.5	Odezva regulovaného systému na skokovou změnu referencí	20
4.6	Odezva akčních zásahů	20
5.1	Zapojení decentralizovaného systému	21
5.2	Oblast M_{ml} parametrů stabilizujícího PI regulátoru	24
5.3	Oblast stabilních parametrů M_1 a M_2	27
5.4	Nyquistovy křivky otevřené smyčky systému $\mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s)$	28
5.5	Simulinkové zapojení regulační smyčky	29
5.6	Průběhy regulace výšky hladin h_1 a h_2	29
5.7	Akční zásahy u_1 a u_2 při regulaci výšky hladin	30
5.8	Omezení Gershgorionových kružnic kružnicí v bodě $[-1; 0j]$ o poloměru Q	31
5.9	Oblast stabilních parametrů M_1 a M_2 v závislosti na poloměru Q	32
5.10	Referenční hodnoty r_1 a r_2	33
5.11	Odezvy výšky hladin h_1 a h_2 pro různé hodnoty Q	33
5.12	Akční zásahy u_1 a u_2 pro různé hodnoty Q	34
5.13	Nyquistovy křivky přenosů $g_{11}(j\omega)K_1(j\omega)$ a $g_{22}(j\omega)K_2(j\omega)$	34

5.14	Jednotková kružnice s body P pro různé úhly α	35
5.15	Oblast parametrů M_1 a M_1 v závislosti na α	37
5.16	Referenční hodnoty r_1 a r_2	37
5.17	Odezvy výšky hladin h_1 a h_2 pro různé hodnoty α	38
5.18	Akční zásahy u_1 a u_2 pro různé hodnoty α	38
5.19	Nyquistovy křivky přenosů $g_{11}(j\omega)K_1(j\omega)$ a $g_{22}(j\omega)K_2(j\omega)$	39

Seznam tabulek

3.1	Fyzikální konstanty systému čtyřválcové vodárny	8
3.2	Konstanty nastavení systému čtyřválcové vodárny	10
3.3	Nuly a póly systému čtyřválcové vodárny	11
3.4	Vstupní a výstupní směry nul a pólů	11
4.1	Konstanty PI regulátoru pro systém s minimální fází	16
4.2	Konstanty PI regulátoru pro systém s neminimální fází	19
5.1	Parametry PI regulátorů v závislosti na poloměru Q	32
5.2	Parametry PI regulátorů v závislosti na úhlu α	36

Kapitola 1

Úvod

Cílem diplomové práce je vytvořit přehled existujících metod řízení vícerozměrných systémů (více vstupů - více výstupů) pomocí PID regulátorů [6] a některé z těchto metod aplikovat na konkrétní systém. Pro demonstraci návrhu PID regulátorů je použit vícerozměrný systém čtyřválcové vodárny.

Návrhy řízení vícerozměrných systémů tvoří velkou třídu úloh. Hlavní rozdíl oproti jednorozměrným systémům spočívá v existenci systémových interakcí. Pokud se interakce v systému nacházejí, znamená to, že jeden vstup ovlivňuje více výstupů. Matematická interpretace interakcí je taková, že matice přenosů systému nemá jednotlivé přenosy pouze na hlavní diagonále, ale i mimo ni.

Pro návrh řízení vícerozměrných systémů existuje mnoho obecných metod. Pokud lze měřit nebo odhadovat všechny stavové veličiny systému, lze použít stavovou zpětnou vazbu [1]. Příkladem frekvenčního robustního přístupu jsou metody minimalizace H_∞ a μ -syntéza [10]. Tyto metody nalézají obecné regulátory, které jsou obtížněji realizovatelné pro řízení konkrétních systémů.

V dnešních průmyslových programovatelných regulátorech jsou snadněji implementovatelné PID regulátory. Hlavní část řízení vícerozměrných systémů PID regulátory tvoří decentralizované řízení. To znamená, že každý výstup je řízen pouze jedním regulátorem. V praktických příkladech lze velmi často vidět, že jsou řízeny pouze přenosy na hlavní diagonále matice přenosů systému. Příkladem této metody je návrh PID regulátoru pomocí matice relativních zesílení (RGA). Tato metoda nalezne pomocí matice relativních zesílení nejvhodnější páry vstup-výstup pro regulaci [10], [11]. Pokud tyto vhodné páry existují, interakce nezpůsobí nestabilitu systému. PID regulátor pro přenos daný vybraným párem vstup-výstup lze navrhnut klasickými metodami pro návrh regulátoru jednorozměrného systému [6]. Další metodou je rozvazbení (decoupling) systému v ustáleném stavu nebo na

určité frekvenci [11]. Rozvazbení systému způsobí, že matice přenosů bude diagonální, tj. rozvazbený systém bude bez interakcí. Rozvazbení lze zajistit statickým kompenzátorem [7] zařazeným před systémem. Pro rozvazbený systém lze podobně jako u předchozí metody navrhovat regulátory metodami pro jednorozměrné systémy.

Velkou skupinou metod pro PID decentralizované řízení jsou metody frekvenční. Tyto metody jsou založeny na Nyquistově analýze stability. Systémové interakce jsou v případě frekvenčních metod snadno interpretovatelné pomocí Gershgorinových kružnic. Tyto kružnice mají i svou grafickou podobu v Nyquistově grafu, a proto jsou systémové interakce snadno vizualizovatelné. Příkladem tohoto přístupu je metoda návrhu PID regulátorů pomocí Nyquistovy analýzy stability [7], kde je možné navíc specifikovat fázovou a amplitudovou bezpečnost [6] pro řízené přenosy a ty následně transformovat s ohledem na systémové interakce reprezentované Gershgorinovými kružnicemi. Další metoda, která využívá při návrhu Nyquistova kriteria stability a Gershgorinových kružnic, je metoda návrhu PI regulátoru pomocí Nyquistovy analýzy. Tato metoda pomocí kritéria sloupcové diagonální dominance nalezne oblast parametrů PI regulátoru, pro které je zajištěna sloupcová diagonální dominance, tj. systémové interakce nezpůsobí nestabilitu systému. Z této oblasti parametrů jsou vybrány vhodné parametry regulátorů Ziegler-Nicholsovou metodou [4].

Struktura diplomové práce je následující. V kapitole 2 je ukázán základní popis vícerozměrných systémů a jejich vlastností. V kapitole 3 je popsána čtyřválcová vodárna a jsou uvedeny důležité vlastnosti tohoto systému. V kapitole 4 je ukázán návrh decentralizovaného řízení pomocí matice relativních zesílení. Také je tato metoda demonstrována na systému čtyřválcové vodárny. Jsou zde ukázány získané regulátory a výsledné simulace. V kapitole 5 se nachází návrh decentralizovaného řízení pomocí Nyquistovy analýzy stability. Dále se v této kapitole nachází dvě odvozené varianty této metody. Metoda a její varianty jsou opět demonstrovány na systému čtyřválcové vodárny a jsou ukázány získané regulátory a výsledky simulací.

Ke všem výpočtům a simulacím byl použit programový balík Matlab a Simulink od firmy Mathworks.

Kapitola 2

Vícerozměrné systémy a jejich vlastnosti

V této kapitole je definován vícerozměrný systém. Dále se v této kapitole nachází základní analýza vícerozměrných systémů jako je určení nul a pólů, jejich směrů a stabilita vícerozměrného systému.

2.1 Vícerozměrné systémy

Vícerozměrný systém je takový, který má vícenásobný vstup a vícenásobný výstup (Multiple Input Multiple Output - MIMO). To obecně znamená, že vstupní a výstupní signály lze zapisovat jako vektory. Matice přenosů MIMO systému je ve tvaru

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \begin{pmatrix} \frac{y_1(s)}{u_1(s)} & \dots & \frac{y_1(s)}{u_m(s)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{y_n(s)}{u_1(s)} & \dots & \frac{y_n(s)}{u_m(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & \dots & g_{1m}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(s) & \dots & g_{nm}(s) \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

kde

$$\mathbf{Y}(s) = \left(\begin{array}{ccc} y_1(s) & \dots & y_n(s) \end{array} \right)^T \quad (2.2)$$

je vektor obrazů výstupů ze systému v Laplaceově transformaci rozměru $(n \times 1)$,

$$\mathbf{U}(s) = \left(\begin{array}{ccc} u_1(s) & \dots & u_m(s) \end{array} \right)^T \quad (2.3)$$

je vektor obrazů vstupů do systému v Laplaceově transformaci rozměru ($m \times 1$) a

$$g_{ij}(s) = \frac{y_i(s)}{u_j(s)}, \quad (2.4)$$

kde $i = 1, 2, \dots, n$ a $j = 1, 2, \dots, m$, jsou přenosy jednotlivých větví vstup-výstup ($u_j - y_i$). Matice $\mathbf{G}(s)$ je racionální polynomiální matice rozměru ($n \times m$).

Pokud je matice přenosů (2.1) diagonální [9], pak MIMO systém neobsahuje interakce. To znamená, že vstup u_j ovlivňuje pouze výstup y_j . Pokud není matice přenosů (2.1) diagonální, systém obsahuje interakce. To znamená, že některý vstup nebo více vstupů ovlivňují jeden nebo více výstupů.

2.2 Nuly a póly vícerozměrných systémů

Nula MIMO systému je hodnota $s = z$, pro kterou matice přenosů (2.1) ztratí hodnost. Pól vícerozměrného systému je hodnota $s = p$, kdy je určitý prvek v matici přenosů (2.1) roven ∞ . Nuly a póly vícerozměrného systému lze získat pomocí vztahu

$$\det(\mathbf{G}(s)) = \frac{\prod_{i=1}^k (s - z_i)}{\prod_{i=1}^l (s - p_i)}, \quad (2.5)$$

kde z_i jsou nuly systému a p_i jsou póly systému. U vícerozměrných systémů, narozdíl od jednorozměrných, je důležitý i vstupní a výstupní směr nul a pólů.

Vstupní a výstupní směr nul jsou vektory \mathbf{u}_{z_i} a \mathbf{y}_{z_i} , pro které dle [10] platí

$$\mathbf{G}(z_i)\mathbf{u}_{z_i} = 0 \cdot \mathbf{y}_{z_i}. \quad (2.6)$$

Pro vstupní signál daný vztahem

$$\mathbf{u}_{z_i} e^{z_i t} \mathbf{1}(t) \quad (2.7)$$

bude výstup $\mathbf{y}(t) = 0$. Výstupní směr \mathbf{y}_{z_i} je zajímavější, protože dává informaci o tom, které výstupy lze obtížně řídit [10]. Vstupní a výstupní směry nul lze získat pomocí singulárního rozkladu [9] matice přenosů (2.1) pro $s = z_i$

$$\mathbf{G}(z_i) = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H, \quad (2.8)$$

kde

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 & \dots & \mathbf{u}_2 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

$$\Sigma = \text{diag} \begin{pmatrix} \sigma_1 & \dots & \sigma_n \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

a

$$\mathbf{V}^H = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 & \dots & \mathbf{v}_n \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Vektor \mathbf{v}_i je vektorem vstupu odpovídající zesílení σ_i a vektor \mathbf{y}_i je vektorem výstupu odpovídající zesílení σ_i . Vstupní směr \mathbf{u}_{z_i} je roven

$$\mathbf{u}_{z_i} = \mathbf{v}_n \quad (2.12)$$

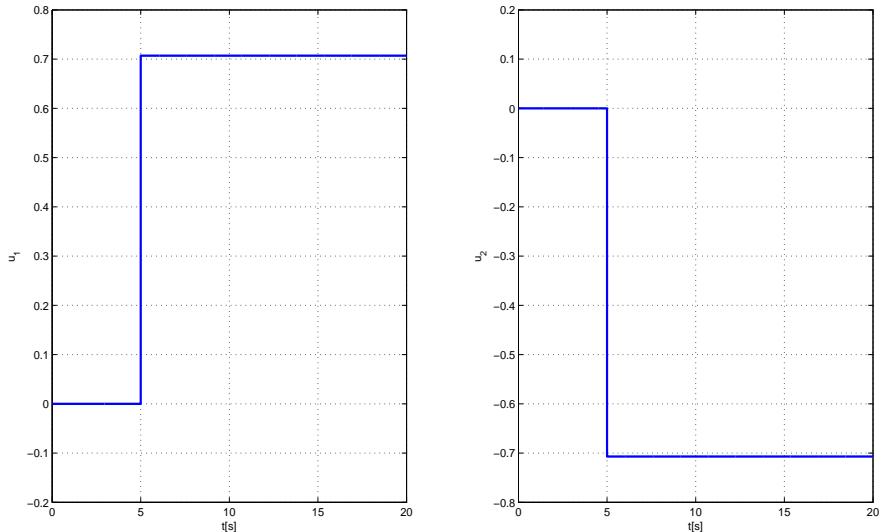
a výstupní směr \mathbf{y}_{z_i} je roven

$$\mathbf{y}_{z_i} = \mathbf{u}_n. \quad (2.13)$$

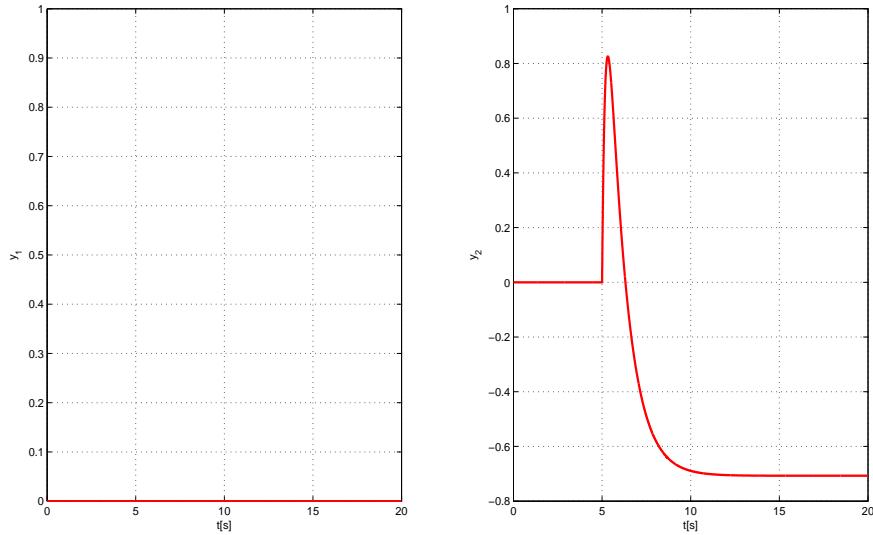
Vstupní a výstupní směr (2.12) a (2.13) odpovídají singulárnímu číslu

$$\sigma = 0. \quad (2.14)$$

Příklad odezvy systému na vstupní směr nuly [10] obr. 2.1 je na obr. 2.2



Obrázek 2.1: Vstupní směr nuly \mathbf{u}_{z_i}

Obrázek 2.2: Odezva systému $y_1(t)$ a $y_2(t)$

Z obr. 2.2 je vidět typický důsledek nuly, která se nachází v pravé komplexní polorovině. U výstupního kanálu $y_2(t)$ je možné pozorovat typický počáteční překmit opačným směrem než je směr vstupu $u_2(t)$.

Pokud alespoň pro jednu nulu systému platí

$$z > 0, \quad (2.15)$$

pak systém s touto nulou nazýváme neminimálně fázový. Pokud platí

$$z < 0 \quad (2.16)$$

pro všechny nuly systému, je tento systém minimálně fázový.

Vstupní a výstupní směry pólů \mathbf{u}_{p_i} a \mathbf{y}_{p_i} jsou vektory, pro které dle [10] platí vztah

$$\mathbf{G}(p_i)\mathbf{u}_{p_i} = \infty \cdot \mathbf{y}_{p_i}. \quad (2.17)$$

Směry pólů lze opět získat singulárním rozkladem matice přenosů (2.1) pro $s = p_i$, kde vstupní směr pólů je první sloupec matice \mathbf{V}^H a výstupní směr pólů první sloupec matice \mathbf{U} .

Vícerozměrný systém je stabilní, pokud pro všechny póly platí

$$\operatorname{Re}\{p_i\} < 0. \quad (2.18)$$

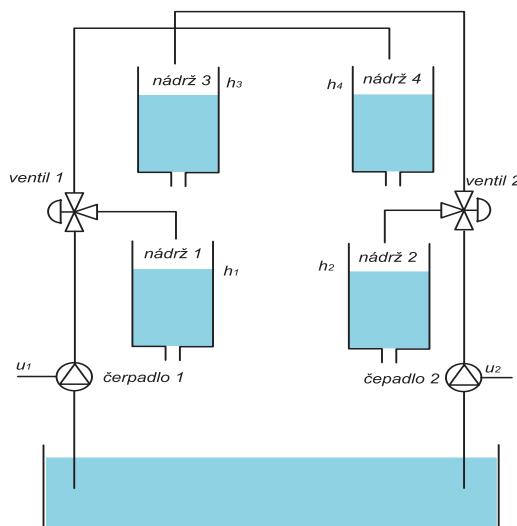
Kapitola 3

Popis systému čtyřválcové vodárny

V této kapitole se nachází mechanický a matematicko-fyzikální popis systému čtyřválcové vodárny. Matematicko-fyzikální popis je linearizován v pracovním bodě, aby byl výsledný popis lineární. Dále se v této kapitole nacházejí vlastnosti systému jako je určení pólů a nul, směr nul a určení stability systému.

3.1 Mechanický popis systému čtyřválcové vodárny

Systém čtyřválcové vodárny, viz obr. 3.1, se skládá ze čtyř vzájemně propojených nádrží. Nádrže jsou napájeny dvěma čerpadly přes dva poměrové ventily.



Obrázek 3.1: Schématický nákres čtyřválcové vodárny

3.2 Matematický popis a vlastnosti čtyřválcové vodárny

Diferenciální rovnice popisující dynamiku vodárny jsou dle [8]

$$\begin{aligned}\dot{h}_1(t) &= -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1(t)} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3(t)} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1}v_1(t) \\ \dot{h}_2(t) &= -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2(t)} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4(t)} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2}v_2(t) \\ \dot{h}_3(t) &= -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3(t)} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3}v_2(t) \\ \dot{h}_4(t) &= -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4(t)} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4}v_1(t)\end{aligned}, \quad (3.1)$$

kde h_i [cm] jsou výšky hladin v jednotlivých nádržích, v_i [V] jsou napětí na jednotlivých čerpadlech, a_i [cm^2] jsou obsahy odtokových otvorů, A_i [cm^2] jsou obsahy dna v jednotlivých nádržích, g [cm s^{-2}] je konstanta gravitačního zrychlení, k_j [V cm^{-1}] jsou převodní konstanty čerpadel a γ_j [-] jsou poměry otevření jednotlivých ventilů. Konkrétní hodnoty konstantních parametrů jsou dle [8] uvedeny v tabulce 3.1

Tabulka 3.1: Fyzikální konstanty systému čtyřválcové vodárny

A_1, A_3	28
A_2, A_4	32
a_1, a_3	0.071
a_2, a_4	0.057
k_1, k_2	0.5
g	981

Nelineární stavová rovnice

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= h(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\end{aligned} \quad (3.2)$$

systému čtyřválcové vodárny je rovnice (3.1). Stavové proměnné systému jsou

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= \left(\begin{array}{cccc} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) & x_4(t) \end{array} \right)^T \\ &= \left(\begin{array}{cccc} h_1(t) & h_2(t) & h_3(t) & h_4(t) \end{array} \right)^T \\ \mathbf{u}(t) &= \left(\begin{array}{cc} u_1(t) & u_2(t) \end{array} \right)^T \\ \mathbf{y}(t) &= \left(\begin{array}{cc} x_1(t) & x_2(t) \end{array} \right)^T.\end{aligned}\tag{3.3}$$

Matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} a \mathbf{D} linearizovaného stavového modelu [6]

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t)\end{aligned}\tag{3.4}$$

jsou dle [11] v pracovních bodech

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^0 &= \left(\begin{array}{cccc} h_1^0 & h_2^0 & h_3^0 & h_4^0 \end{array} \right)^T \\ \mathbf{u}^0 &= \left(\begin{array}{cc} u_1^0 & u_2^0 \end{array} \right)^T\end{aligned}\tag{3.5}$$

rovny

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \left(\begin{array}{cccc} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{array} \right), \\ \mathbf{B} &= \left(\begin{array}{cc} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{array} \right),\end{aligned}\tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C} &= \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right), \\ \mathbf{D} &= \left(\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right),\end{aligned}\tag{3.8}$$

kde časová konstanta T_i je rovna

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2h_i^0}{g}}, \quad i = 1,2,3,4. \quad (3.9)$$

Matici přenosů lze ze stavových rovnic získat vztahem

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}. \quad (3.10)$$

Výsledná matice přenosů je

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} \frac{\gamma_1 c_1}{1+sT_1} & \frac{(1-\gamma_2)c_1}{(1+sT_3)(1+sT_1)} \\ \frac{(1-\gamma_1)c_2}{(1+sT_4)(1+sT_2)} & \frac{\gamma_2 c_2}{1+sT_2} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

kde

$$c_i = \frac{T_i k_i}{A_i}, \quad i = 1,2. \quad (3.12)$$

Vhodným nastavením poměrů γ_i u ventilů lze dosáhnout toho, že výsledný systém bude minimálně nebo neminimálně fázový [10]. Hodnoty konstant pro nastavení minimálně fázového systému \mathbf{G}^- a neminimálně fázového systému \mathbf{G}^+ jsou uvedeny v tabulce 3.2

Tabulka 3.2: Konstanty nastavení systému čtyřválcové vodárny

	\mathbf{G}^-	\mathbf{G}^+
γ_1, γ_2	(0.7, 0.6)	(0.43, 0.34)
h_1^0, h_2^0	(12.4, 12.7)	(12.6, 13)
h_3^0, h_4^0	(1.59, 1.455)	(4.9921, 4.7169)
v_1^0, v_2^0	(3.0486, 2.9612)	(3.0637, 3.2360)
k_1, k_2	(3.33, 3.35)	(3.14, 3.29)
T_1, T_2	(62.7034, 90.335)	(63.207, 91.396)
T_3, T_4	(22.467, 30.5775)	(39.7853, 55.0533)

Matice přenosů jsou dle vztahu (3.10) pro minimálně fázový systém

$$\mathbf{G}^-(s) = \begin{pmatrix} \frac{5.22}{1+62.7s} & \frac{2.98}{(1+22.47s)(1+62.7s)} \\ \frac{2.8371}{(1+30.58s)(1+90.3s)} & \frac{5.67}{1+90.3s} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

a pro neminimálně fázový systém je matice přenosů rovna

$$\mathbf{G}^+(s) = \begin{pmatrix} \frac{3.048}{1+63.2s} & \frac{4.68}{(1+39.79s)(1+63.2s)} \\ \frac{5.36}{(1+55.05s)(1+91.4s)} & \frac{3.195}{1+91.4s} \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Nuly a póly systému lze nalézt dle vztahu (2.5). Nalezené nuly a póly systému čtyrválcové vodárny jsou uvedeny v tab. 3.3.

Tabulka 3.3: Nuly a póly systému čtyrválcové vodárny

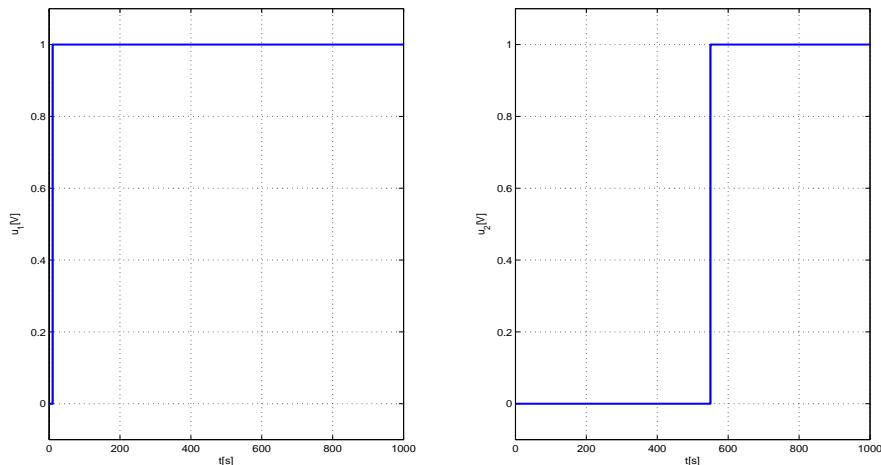
	\mathbf{G}^-	\mathbf{G}^+
nuly	(-0.0598, -0.0174)	(-0.561, 0.0128)
póly	(-0.0445, -0.0327, -0.0159, -0.0111)	(-0.0251, -0.0182, -0.0158, -0.0109)

Z tab. 3.3 je vidět, že póly minimálně i neminimálně fázového systému splňují nerovnici stability (2.18). Neminimálně fázový systém obsahuje jednu nulu ležící v pravé komplexní polorovině. Ukázka vstupních a výstupních směrů nul pro minimálně a neminimálně fázový systém jsou v tab. 3.4

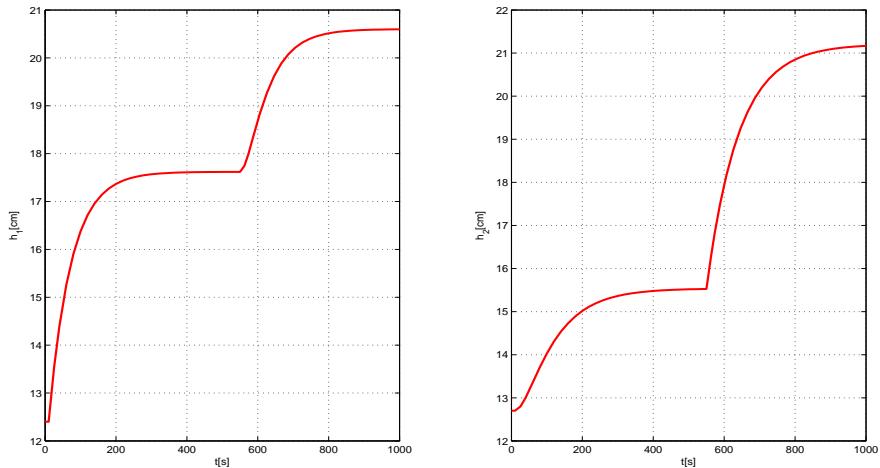
Tabulka 3.4: Vstupní a výstupní směry nul a pólů

	\mathbf{G}^-	\mathbf{G}^+
nula	-0.0598	0.128
vstupní směr nuly	$(0.8563 \ 0.5165)^T$	$(0.713 \ -0.7012)^T$
výstupní směr nuly	$(0.3789 \ 0.9254)^T$	$(-0.6217 \ 0.7568)^T$

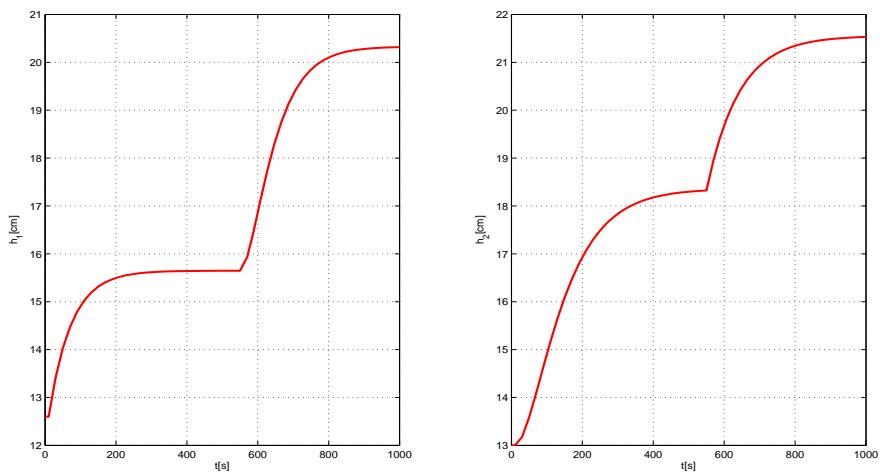
Odezvy systému s minimální fází na skok vstupu, viz. obr. 3.2, je na obr. 3.3 a systému s neminimální fází je na obr. 3.4



Obrázek 3.2: Vstupní napětí do systému



Obrázek 3.3: Odezva výšky hladiny na skok vstupu minimálně fázového systému



Obrázek 3.4: Odezva výšky hladiny na skok vstupu neminimálně fázového systému

Kapitola 4

Návrh regulátorů pomocí RGA

V této kapitole bude ukázán návrh PI regulátoru pro systém s minimální fází i pro systém s neminimální fází využívající informaci o míře interakcí pomocí matice *RGA* (Relative Gain Array). Pomocí matice *RGA* budou určeny nejvýhodnější páry vstup-výstup pro vytvoření regulační smyčky. Jednotlivé regulátory budou navrženy pomocí metody umístění pólů charakteristického polynomu. V závěru této kapitoly budou ukázány průběhy regulace hladiny.

4.1 Míra interakcí RGA

Pokud jsou jednotlivé přenosy $g_{kl}(s)$ z matice $\mathbf{G}(s)$ nenulové pro $k \neq l$, není matice přenosů $\mathbf{G}(s)$ diagonální. Z toho vyplývá, že vstup u_l působí na výstup y_k pro $k \neq l$. Míru těchto interakcí popisuje matice *RGA*. Určení této matice se skládá ze dvou kroků [10].

- všechny smyčky $(u_l - y_k)$ jsou otevřeny a

$$g_{kl} = \left(\frac{\partial y_k}{\partial u_l} \right)_{u_j=0, j \neq l} \quad (4.1)$$

- smyčky $(u_l - y_k)$ jsou uzavřeny jednotkovou zpětnou vazbou a

$$\hat{g}_{kl} = \left(\frac{\partial y_k}{\partial u_l} \right)_{y_i=0, i \neq k} \quad (4.2)$$

Matice RGA je rovna

$$RGA = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \cdots & \lambda_{nm} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

kde

$$\lambda_{ij} = \frac{g_{ij}}{\hat{g}_{ij}}. \quad (4.4)$$

Pro čtvercovou nesingulární matici přenosu $\mathbf{G}(s)$ při známém s lze matici RGA získat také pomocí vztahu

$$RGA = \mathbf{G}(s) \times (\mathbf{G}(s)^{-1})^T, \quad (4.5)$$

kde \times je násobení matice prvek po prvku (Schurovo násobení). Čím větší je hodnota λ_{ij} , tím větší je vliv vstupu u_j na výstup y_i . Pokud

$$\lambda_{ij} \in \langle 0.67 \quad 1.5 \rangle, \quad (4.6)$$

je řízení regulační smyčky pro páry $(u_j - y_i)$ ještě možné [11]. Při jiných hodnotách se stává řízení systému velmi obtížné, protože míra interakcí je příliš velká. Je zřejmé, že pomocí matice RGA lze najít nejvhodnější párování vstup u_j výstup y_i , pro které bude možno navrhovat PI/PID regulátor klasickými metodami pro jednorozměrné (SISO) systémy.

4.2 Návrh PI řízení pomocí RGA pro systém s minimální fází

Přenosová matice systému s minimální fází je

$$\mathbf{G}^+(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5.22}{62.7s+1} & \frac{2.98}{1409s^2 + 85.17s + 1} \\ \frac{2.837}{2761s^2 + 120.9s + 1} & \frac{5.67}{90.3s + 1} \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Zjištění velikostí interakcí lze pro ustálený stav získat pomocí vztahu (4.5), kde $s = 0$.

Pro minimálně fázový systém s přenosovou maticí (4.7) je matice interakcí RGA rovna

$$RGA = \mathbf{G}^+(0) \times \mathbf{G}^+(0)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.4 & -0.4 \\ -0.4 & 1.4 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Z matice RGA (4.8) je zřejmé, že podle podmínky (4.6) budou nejvhodnějšími páry $(u_j - y_i)$ pro regulační smyčky páry $(u_1 - y_1)$ a $(u_2 - y_2)$.

Přenosy, pro které budou navrženy regulátory odpovídající páru $(u_1 - y_1)$ a $(u_2 - y_2)$ jsou

$$\begin{aligned} g_{11}(s) &= \frac{5.22}{62.7s + 1} \\ g_{22}(s) &= \frac{5.67}{90.3s + 1}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Přenosy (4.9) jsou přenosy prvního rádu, proto pro jejich řízení postačí PI regulátory. Pro návrh PI regulátorů je použita metoda umístění pólů charakteristického polynomu [5]. Přenos PI regulátoru je

$$K(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} = \frac{q(s)}{p(s)}. \quad (4.10)$$

Přenosy pro páry $(u_k - y_k)$ jsou po úpravě

$$g_{kk}(s) = \frac{g}{Ts + 1} = \frac{a}{s + b} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (4.11)$$

rovny

$$\begin{aligned} g_{11}(s) &= \frac{0.083}{s + 0.0159} \\ g_{22}(s) &= \frac{0.0628}{s + 0.011}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Charakteristický polynom otevřené smyčky je

$$c(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) = s^2 + (b + ak_p s) + ak_i. \quad (4.13)$$

Požadovaný charakteristický polynom uzavřené smyčky je

$$c_D(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2. \quad (4.14)$$

Koefficienty ζ a ω_n lze vyjádřit jako

$$\zeta = -\frac{\ln(OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(OS/100)}} \quad (4.15)$$

a

$$\omega_n = \frac{4}{T_S \zeta}, \quad (4.16)$$

kde OS [%] je požadovaný maximální překmit soustavy a T_S [s] je požadovaná doba ustálení [5]. Porovnáním koeficientů u (4.13) a (4.14) lze vyjádřit neznámé koeficienty PI regulátoru ve tvaru

$$k_p = \frac{2\zeta\omega_n - b}{a} \quad (4.17)$$

$$k_i = \frac{\omega_n^2}{a} \quad (4.18)$$

Hodnoty k_p a k_i PI regulátoru pro přenos $g_{11}(s)$ jsou v tab. 4.1

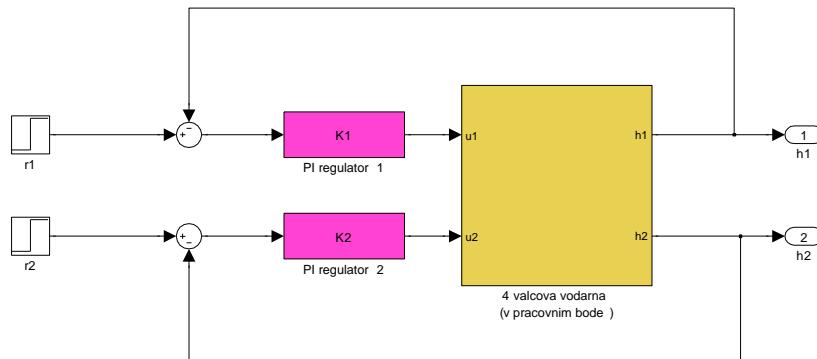
Tabulka 4.1: Konstanty PI regulátoru pro systém s minimální fází

	k_p	k_i
K_1	1.73	0.112
K_2	2.37	0.15

pro požadované hodnoty odezvy SISO regulační smyčky $T_{S_{11}} = T_{S_{22}} = 500s$ a $OS_{11} = OS_{22} = 1\%$. Výsledné přenosy regulátorů jsou

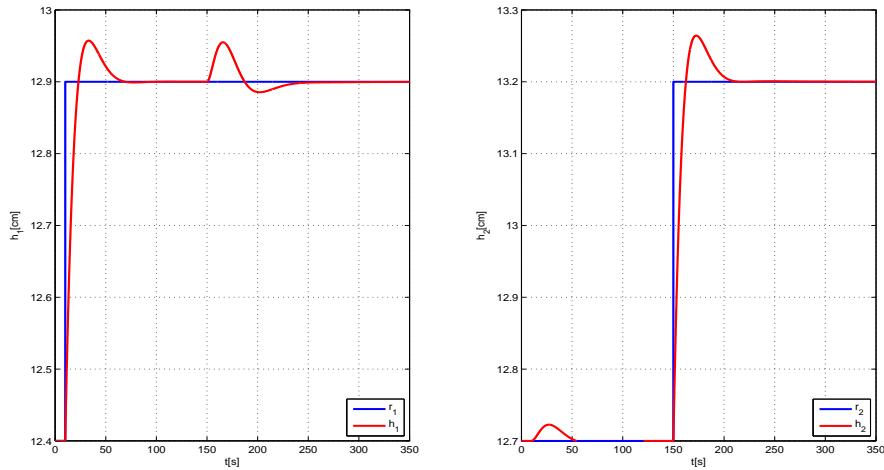
$$\begin{aligned} k_{11}(s) &= \frac{1.73s + 0.112}{s} \\ k_{22}(s) &= \frac{2.37s + 0.15}{s}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Zpětnovazební regulační smyčka regulátoru a systému je zobrazena na obr. 4.1.



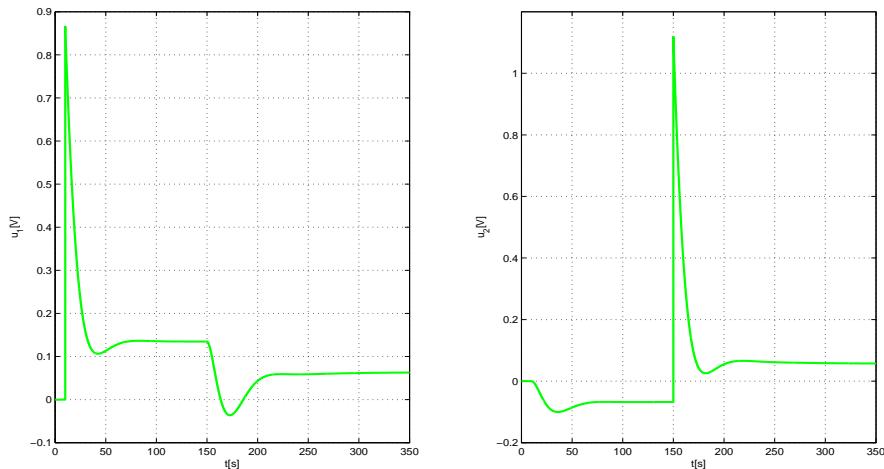
Obrázek 4.1: Simulinkové zpětnovazební zapojení PI regulátoru a systému

Odezvy systému na skokovou změnu referencí r_1 a r_2 ukazuje obr. 4.2.



Obrázek 4.2: Odezva regulovaného systému na skokovou změnu referencí

Odezvy akčních zásahů do soustavy jsou vidět na obr. 4.3.



Obrázek 4.3: Odezva akčních zásahů

Z průběhu na obr. (4.2) je vidět, že odezva systému splňuje požadované T_S a OS . PI regulátory jsou postačující i na regulaci vlivu interakcí. Průběh akčního zásahu, viz obr.(4.3), se také pohybuje v žádoucích hodnotách.

4.3 Návrh PI řízení pomocí RGA pro systém s neminimální fází

Přenosová matice systému s neminimální fází je

$$\mathbf{G}^-(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3.048}{63.2s+1} & \frac{4.68}{2515s^2+103s+1} \\ \frac{5.36}{5032s^2+146.4s+1} & \frac{3.195}{91.4s+1} \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

Velikost míry interakcí v MIMO systému s neminimální fází (4.20) lze zjistit pomocí matice *RGA*. Matice *RGA* pro ustálený stav, tj. $s = 0$, lze získat jako

$$RGA = \mathbf{G}^-(0) \times \mathbf{G}^-(s)^{-1} = \begin{pmatrix} -0.6346 & 1.6346 \\ 1.6346 & -0.6346 \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Z matice (4.21) je vidět, že nejlepší páry $(u_j - y_i)$ pro regulační smyčky budou páry $(u_1 - y_2)$ a $(u_2 - y_1)$. To znamená, že bude navrhován regulátor pro přenos

$$g_{12}(s) = \frac{4.68}{2515s^2 + 103s + 1} \quad (4.22)$$

a pro přenos

$$g_{21}(s) = \frac{5.36}{5032s^2 + 146.4s + 1}. \quad (4.23)$$

Přenosy (4.22) a (4.23) jsou druhého řádu a pro jejich regulaci opět postačí PI regulátor. Pro návrh PI regulátoru je opět použita metoda umístění pólů charakteristického polynomu [5]. Přenos PI regulátoru je stejný jako (4.10). Přenosy $g_{ij}(s)$ lze upravit na tvar

$$g_{ij}(s) = \frac{K}{(s + p_1)(s + p_2)} = \frac{b(s)}{a(s)}. \quad (4.24)$$

Konkretní přenosy pak mají tvar

$$\begin{aligned} g_{12}(s) &= \frac{0.0019}{(s + 0.0251)(s + 0.0158)} \\ g_{21}(s) &= \frac{0.0011}{(s + 0.0182)(s + 0.0109)} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Požadovaný charakteristický polynom uzavřené regulační smyčky je [5]

$$c_D(s) = (s + \alpha\omega_n)(s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2). \quad (4.26)$$

Kde ω_n lze získat jako

$$\omega_n = \frac{p_1 + p_2}{\alpha + 2\zeta}. \quad (4.27)$$

Parametr ζ lze získat pomocí vztahu (4.15), $OS [\%]$ je požadovaný maximální překmit soustavy a parametr α je libovolně volitelný. Konstanty PI regulátoru lze obecně získat [5] jako

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{2\alpha\zeta\omega_n^2 + \omega_n^2 - p_1p_2}{K} \\ k_i &= \frac{\alpha\omega_n^3}{K}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Konkrétní konstanty PI regulátoru pro přenos $g_{12}(s)$ a pro přenos $g_{21}(s)$ jsou v tab. 4.2

Tabulka 4.2: Konstanty PI regulátoru pro systém s neminimální fází

	k_p	k_i
K_1	0.293	0.0039
K_2	0.2605	0.0024

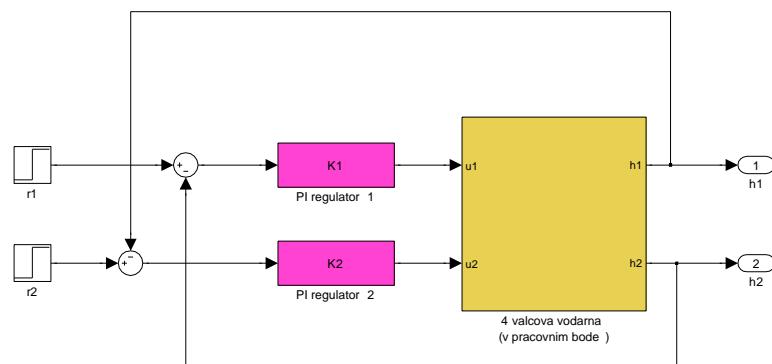
pro parametry regulace

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \alpha_{21} = 0.5 \\ OS_{12} = OS_{21} &= 10\%. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Jednotlivé přenosy PI regulátorů tedy jsou

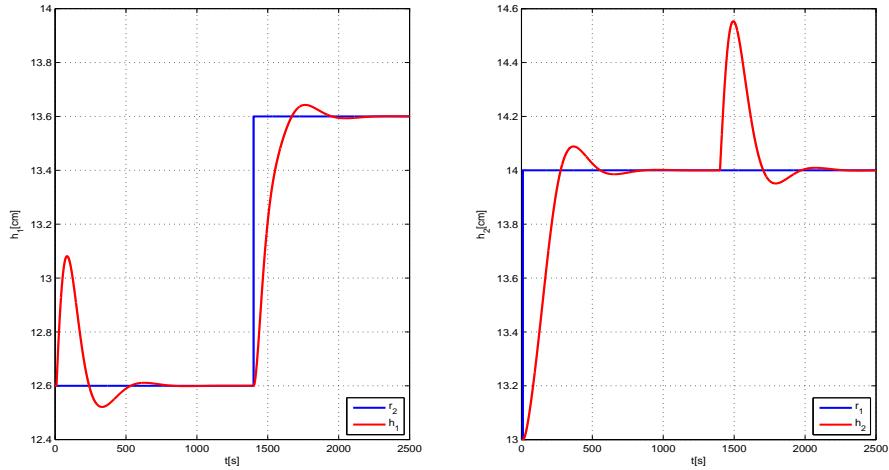
$$\begin{aligned} K_{12}(s) &= \frac{0.293s + 0.003876}{s} \\ K_{21}(s) &= \frac{0.2605s + 0.002431}{s}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Celkové simulinkové zapojení zpětnovazební regulační smyčky systému a PI regulátorů je na obr. 4.4.



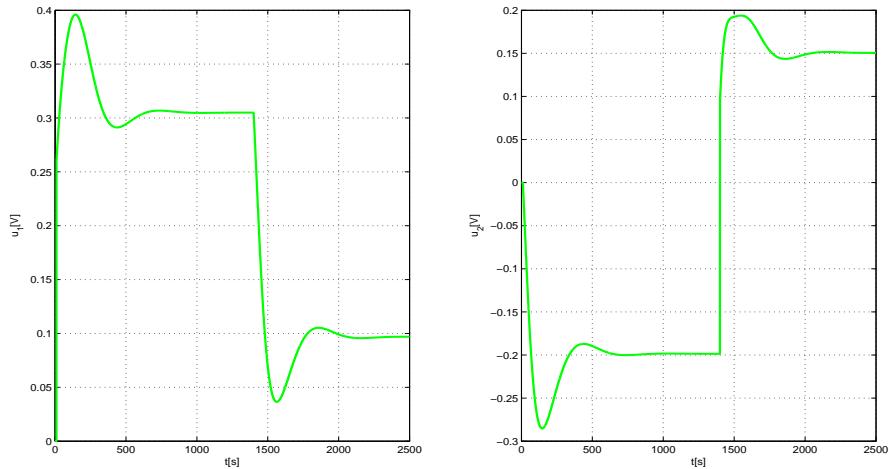
Obrázek 4.4: Simulinkové zpětnovazební zapojení PI regulátoru a systému

Odezva systému na skokovou změnu referencí r_1 [cm] a r_2 [cm] je na obr. 4.5.



Obrázek 4.5: Odezva regulovaného systému na skokovou změnu referencí

Průběhy akčních zásahů u_1 [V] a u_2 [V] jsou na obr. 4.6.



Obrázek 4.6: Odezva akčních zásahů

Z obr. 4.5 je patrné, že interakce jsou větší než v případě systému s minimální fází. Regulační smyčky i v tomto případě dokáží systém uregulovat do požadované hodnoty.

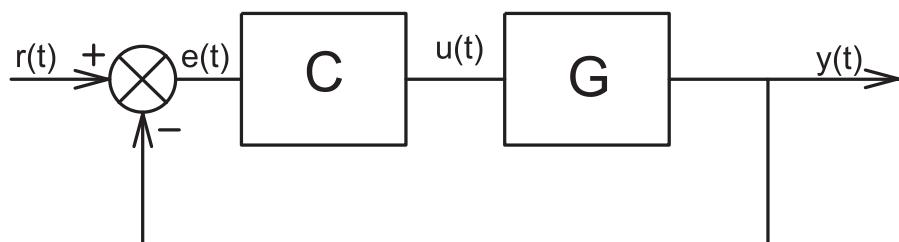
Kapitola 5

Řízení pomocí Nyquistovy analýzy stability

Tato kapitola se zabývá návrhem decentralizovaného řízení čtyřválcové vodárny pomocí analýzy Nyquistova kritéria stability. V první části bude ukázáno zajištění stability celkového systému pomocí zpětnovazebního decentralizovaného řízení PI regulátory. V další části kapitoly budou ukázány modifikace této metody tak, aby bylo možno specifikovat chování zpětnovazebního systému. Dále bude ukázán návrh decentralizovaných PI regulátorů pouze pro systém čtyřválcové vodárny s neminimální fází, protože systém čtyřválcové vodárny s minimální fází je pro tuto metodu příliš triviální.

5.1 Analýza Nyquistova kritéria stability vícerozměrného systému

Schéma zapojení decentralizovaného zpětnovazebního systému je na obr. 5.1.



Obrázek 5.1: Zapojení decentralizovaného systému

Na obr. 5.1 blok **C** představuje decentralizovaný regulátor a blok **G** MIMO systém. Signály vstupující do systému a ze systému vystupující jsou:

- $\mathbf{r}(t)$... reference (žádaná hodnota výstupu),
- $\mathbf{e}(t)$... regulační odchylka ($e(t) = r(t) - y(t)$),
- $\mathbf{u}(t)$... akční zásah,
- $\mathbf{y}(t)$... výstup ze soustavy.

Matice jednotlivých přenosů MIMO systému je

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & \cdots & g_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(s) & \cdots & g_{nn}(s) \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Matice jednotlivých regulátorů decentralizovaného řízení je

$$\mathbf{C}(s) = \text{diag} \left(K_1(s) \ \cdots \ K_n(s) \right) = \begin{pmatrix} K_1(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & K_n(s) \end{pmatrix}, \quad (5.2)$$

kde $K_l(s)$ jsou jednotlivé PI regulátory na hlavní diagonále matice **C(s)** ve tvaru

$$K_l(s) = \frac{k_{pls} + k_{il}}{s}. \quad (5.3)$$

Zpětnovazební systém má matici přenosů

$$\mathbf{T}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{R}(s)} = \mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s)[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s)]^{-1}, \quad (5.4)$$

kde **Y(s)** je Laplaceův obraz výstupního signálu, **R(s)** je Laplaceův obraz referenčního signálu a **I** je jednotková matice. Diagonální subsystém zpětnovazebního systému **T(s)** je definován vztahem

$$\tilde{\mathbf{T}}(s) = \text{diag} \left(\frac{g_{ll}(s)K_l(s)}{1 + g_{ll}(s)K_l(s)} \right), \quad l = 1, 2, \dots, n. \quad (5.5)$$

Pokud je diagonální subsystém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ stabilní, pak i zpětnovazební systém **T(s)** je stabilní, jestliže Nyquistovy křivky diagonálního subsystému $\tilde{T}(s)$ v komplexní rovině se superponovanými Gershgorinovými kružnicemi o poloměru

$$\sum_{k=1, k \neq l}^n |g_{kl}(j\omega)K_l(j\omega)| \quad (5.6)$$

neobkrouží kritický bod -1 . Gershgorinovy kružnice reprezentují velikosti systémových interakcí. Toto tvrzení platí, pokud je splněna nerovnice

$$|1 + g_{ll}(j\omega)K_l(j\omega)| > \sum_{k=1, k \neq l}^n |g_{kl}(j\omega)K_l(j\omega)| \quad \forall l, \forall \omega \quad (5.7)$$

[4]. Nerovnice (5.7) reprezentuje kritérium sloupcové diagonální dominance. Pokud zpětnovazební systém $\mathbf{T}(s)$ zachová pro všechny zpětnovazební smyčky a pro všechny frekvence sloupcovou diagonální dominanci a diagonální subsystém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ je stabilní, potom systém $\mathbf{T}(s)$ je také stabilní [4].

5.2 Návrh PI regulátorů decentralizovaného řízení

V této části bude ukázán návrh decentralizovaných PI regulátorů využívajících Nyquistovu analýzu stability popsanou v předchozí části.

5.2.1 Získání PI regulátorů zajišťujících stabilitu diagonálního subsystému

Nutnou podmínkou pro stanovení stability celkového zpětnovazebního systému $\mathbf{T}(s)$ je zajistit stabilitu diagonálního subsystému $\tilde{\mathbf{T}}(s)$, tj. Nyquistova křivka otevřené smyčky $g_{ll}(j\omega)K_l(j\omega)$ nesmí v komplexní rovině obkroužit bod -1 . Jedná se tedy o stabilizaci SISO systému $g_{ll}(j\omega)$ regulátorem K_l . Parametrický popis pro hranici oblasti M_{sl} parametrů PI regulátoru $K_l(s)$, který stabilizuje diagonální subsystém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$, lze dle [2] získat pomocí rovnice

$$(a_{ll}(j\omega) + jb_{ll}(j\omega)) \left(\frac{k_{il} + j\omega k_{pl}}{j\omega} \right) = -1, \quad (5.8)$$

kde $a_{ll}(j\omega)$ je reálná část přenosu $g_{ll}(j\omega)$, $b_{ll}(j\omega)$ je imaginární část přenosu $g_{ll}(j\omega)$ a $r_{ll}(j\omega)$ je absolutní hodnota přenosu $g_{ll}(j\omega)$. Řešením rovnice (5.8) je

$$\begin{aligned} k_{pl} &= -\frac{a_{ll}(\omega)}{r_{ll}^2(\omega)} \\ k_{il} &= -\omega \frac{b_{ll}(\omega)}{r_{ll}^2(\omega)}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Pro $0 \leq \omega < \infty$ lze získat hranici oblasti M_{sl} parametrů PI regulátoru, který stabilizuje diagonální subsystém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$.

5.2.2 Získání parametrů PI regulátorů stabilizujících celkový systém

Jednotlivé přenosy z matice přenosů (5.1) lze získat ve tvaru

$$g_{kl}(j\omega) = a_{kl}(j\omega) + jb_{kl}(j\omega) = r_{kl}(j\omega)e^{j\phi_{kl}(j\omega)}, \quad (5.10)$$

kde $r_{kl}(j\omega)$ a $\phi_{kl}(j\omega)$ jsou absolutní hodnota a fázový posun přenosu $g_{kl}(j\omega)$. Použitím vztahů (5.3), (5.7) a (5.10) lze algebraickými upravami vyjádřit kritérium sloupcové diagonální dominance ve tvaru

$$k_{pl}^2 (r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)) + k_{il}^2 \frac{r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)}{\omega^2} + 2 \left(k_{pl} a_{ll}(j\omega) + k_{il} \frac{b_{ll}(j\omega)}{\omega} \right) + 1 > 0, \quad (5.11)$$

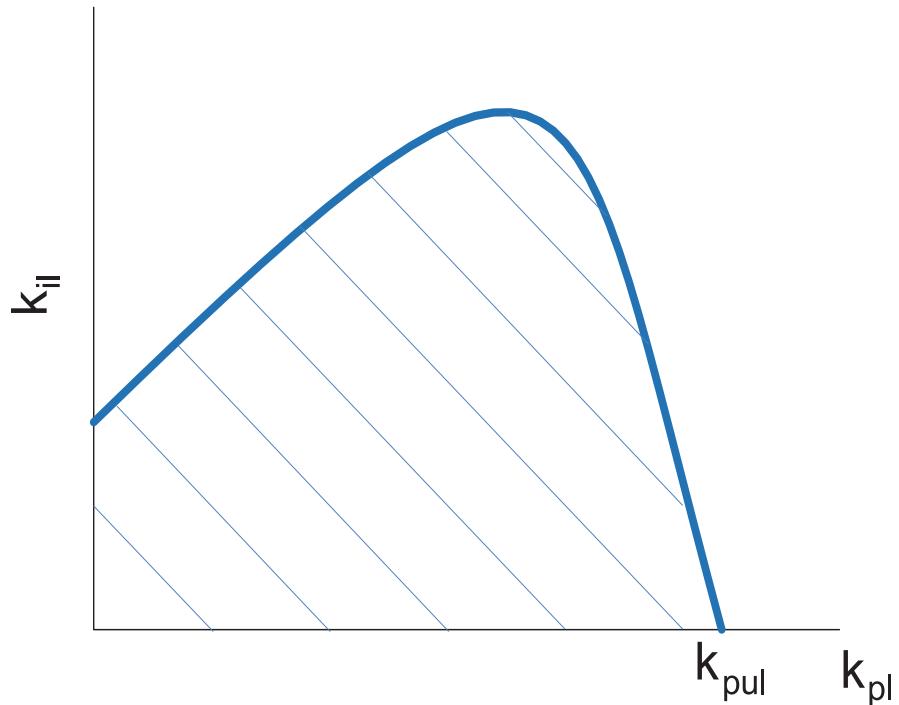
kde

$$R_l(\omega) = \sum_{k=1, k \neq l}^n |g_{kl}(j\omega)| \quad (5.12)$$

a

$$r_{ll}(\omega) = |g_{ll}(j\omega)| \quad (5.13)$$

Oblast M_{ml} , viz obr. 5.2, všech parametrů k_{pl} a k_{il} PI regulátoru $K_l(s)$ stabilizujícího zpětnovazební systém $T(s)$ lze získat tak, že pro zvolený rozsah parametru k_{pl} se hledají parametry k_{il} takové, které zajistí platnost nerovnice (5.11) pro všechny $0 \leq \omega < \infty$.



Obrázek 5.2: Oblast M_{ml} parametrů stabilizujícího PI regulátoru

Výsledná oblast parametrů PI regulátorů stabilizujících celkový systém $\mathbf{T}(s)$ je dána vztahem

$$M_l = M_{sl} \cap M_{ml}. \quad (5.14)$$

5.2.3 Získání parametrů PI regulátorů decentralizovaného řízení

V předchozí kapitole bylo ukázáno, jak lze nalézt oblast M_l parametrů každého regulátoru, pro který je zachována sloupcová diagonální dominance a stabilita diagonálního subsystému $\tilde{\mathbf{T}}(s)$. V této kapitole bude ukázáno, jak lze z této oblasti parametrů vybrat vhodné parametry k_{pl} a k_{il} . Metoda výběru vhodných parametrů vychází z techniky návrhu PI regulátoru metodou Zieglera-Nicholse.

Nejdříve je třeba nalézt pro každou oblast přípustných parametrů M_l mezní zesílení k_{pul} , viz obr. 5.2, a mezní frekvenci ω_{ul} . Mezní zesílení je maximální k_{pl} splňující nerovnici (5.7). Mezní frekvence ω_{ul} je dle [3] frekvence ω splňující rovnici

$$k_{pul}^2 (r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)) + k_{il}^2 \frac{r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)}{\omega^2} + 2 \left(k_{pul} k_{il} a_{ll}(j\omega) + k_{il} \frac{b_{ll}(j\omega)}{\omega} \right) + 1 = 0 \quad (5.15)$$

V dalším kroku je potřeba nalézt index sloupcové diagonální dominance ϕ_{ul} pro mezní frekvenci. Index sloupcové diagonální dominance $\phi_l(\omega)$ je definován jako

$$\phi_l(\omega) = \frac{|g_{ll}(j\omega)| - \sum_{k=1, k \neq l}^n |g_{kl}(j\omega)|}{|g_{ll}(j\omega)|} = 1 - \frac{R_l(\omega)}{r_{ll}(\omega)}. \quad (5.16)$$

Index sloupcové diagonální dominance pro mezní frekvenci $\phi_{ul}(\omega)$ lze získat ze vztahu (5.16) pro $\omega = \omega_{ul}$, tj.

$$\phi_{ul} = \phi_l(\omega_{ul}). \quad (5.17)$$

Vlastnosti indexu sloupcové diagonální dominance ϕ_{ul} jsou

$$\begin{aligned} \phi_{ul} &\in \mathbb{R} \\ \phi_{ul} &\leq 1. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Pomocí indexu sloupcové diagonální dominance ϕ_{ul} pro mezní frekvenci ω_{ul} lze nalézt ladící faktor F_l pro parametry každého PI regulátoru K_l . Ladící faktor F_l lze získat dle

následujících vztahů [4]

$$\begin{aligned} F_l &= 0.75 && \text{pro } \phi_{ul} \leq -1.5 \\ F_l &= 0.375 - 0.25\phi_{ul} && \text{pro } -1.5 < \phi_{ul} \leq -0.5 \\ F_l &= 0.5 && \text{pro } -0.5 < \phi_{ul} \leq 0 \\ F_l &= 0.5 - 0.25\phi_{ul} && \text{pro } \phi_{ul} \leq 1. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Výsledné parametry k_{pl} a k_{il} regulátoru K_l lze získat použitím faktoru F_l pomocí vztahů

$$\begin{aligned} k_{pl} &= k_{pul}F_l \\ k_{il} &= k_{iul}F_l \end{aligned}, \quad (5.20)$$

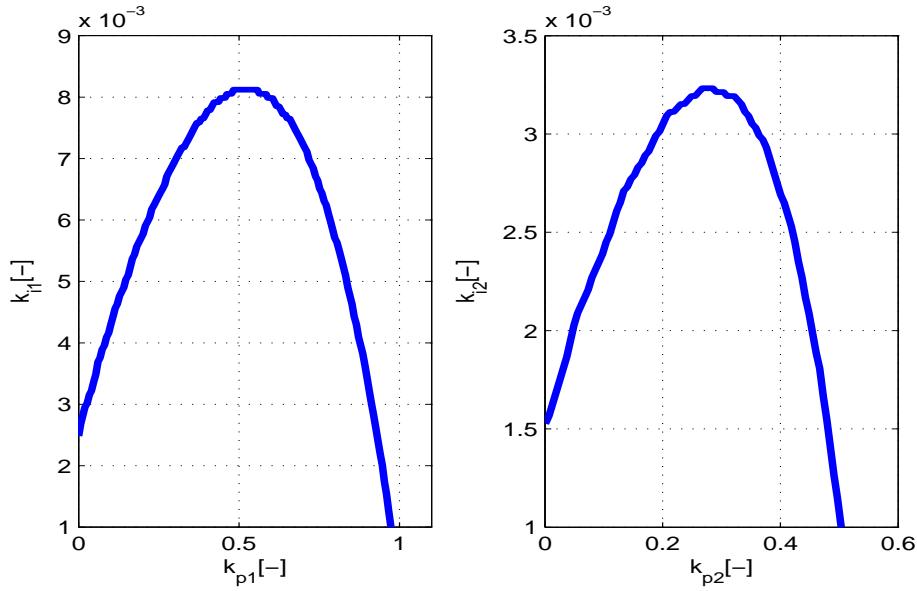
kde k_{iul} je maximální k_{il} odpovídající k_{pl} nalezeného pomocí vztahu (5.20).

5.2.4 Návrh decentralizovaného řízení pro systém s neminimální fází

Při návrhu řízení čtyřválcové vodárny s neminimální fází je potřeba nejdříve zvolit vhodné párování vstup - výstup $(u_j - y_i)$. V předchozí kapitole bylo pomocí RGA ukázáno, že nevhodnější párování u čtyřválcové vodárny s neminimální fází jsou páry $(u_2 - y_1)$ a $(u_1 - y_2)$. Aby bylo možné beze změn použít výše popsanou metodu návrhu decentralizovaného řízení využívajícího Nyquistova kritéria stability, je nejdříve potřeba zaměnit oba sloupce matice přenosů $G(s)$ mezi sebou z důvodu umístění jednotlivých přenosů $g_{12}(s)$ a $g_{21}(s)$ na hlavní diagonálu. Matice přenosů bude mít tedy pro účel návrhu tvar

$$G(s) = \begin{pmatrix} g_{12}(s) & g_{11}(s) \\ g_{22}(s) & g_{21}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4.68}{2515s^2 + 103s + 1} & \frac{3.048}{63.2s + 1} \\ \frac{3.195}{91.4s + 1} & \frac{5.36}{5032s^2 + 146.4s + 1} \end{pmatrix}. \quad (5.21)$$

Pro tento systém byly řešením rovnice (5.9) a nerovnice (5.11) nalezeny oblasti parametrů M_{s1} , M_{s2} , M_{m1} a M_{m2} , jejichž průniky dají výsledné oblasti M_1 a M_2 parametrů všech stabilizujících PI regulátorů, viz obr. 5.3.

Obrázek 5.3: Oblast stabilních parametrů M_1 a M_2

Z obr. 5.3 lze snadno odečíst hodnoty mezního zesílení k_{pul}

$$\begin{aligned} k_{pu1} &= 0.97 \\ k_{pu2} &= 0.5 \end{aligned} \quad . \quad (5.22)$$

Mezní frekvence ω_{u1} a ω_{u2} jsou nalezeny pomocí získaných mezních zesílení (5.22) dosazených do vztahu (5.15) a nalezením ω , které řeší tuto rovnici. Nalezené mezní frekvence jsou

$$\begin{aligned} \omega_{u1} &= 0.0441 \\ \omega_{u2} &= 0.0261 \end{aligned} \quad . \quad (5.23)$$

Indexy sloupcové diagonální dominance ϕ_{u1} a ϕ_{u2} jsou dle (5.17) pro mezní frekvence $\omega = \omega_{u1}$ a $\omega = \omega_{u2}$

$$\begin{aligned} \phi_{u1} &= 0.0169 \\ \phi_{u2} &= -0.3349 \end{aligned} \quad . \quad (5.24)$$

Ze získaných hodnot indexů sloupcové diagonální dominance ϕ_{u1} a ϕ_{u2} lze ze vztahů (5.19) získat ladící faktory

$$\begin{aligned} F_1 &= 0.4958 \\ F_2 &= 0.5 \end{aligned} \quad . \quad (5.25)$$

Výsledné parametry pro PI regulátor K_1 jsou podle vztahů (5.20)

$$\begin{aligned} k_{p1} &= 0.4958 \\ k_{i1} &= 0.004026 \end{aligned} \quad . \quad (5.26)$$

a pro K_2

$$\begin{aligned} k_{p2} &= 0.2667 \\ k_{i2} &= 0.001616 \end{aligned} \quad . \quad (5.27)$$

Výsledné PI regulátory decentralizovaného řízení jsou

$$K_1 = \frac{0.4958s + 0.004026}{s} \quad (5.28)$$

a

$$K_2 = \frac{0.2667s + 0.001616}{s}. \quad (5.29)$$

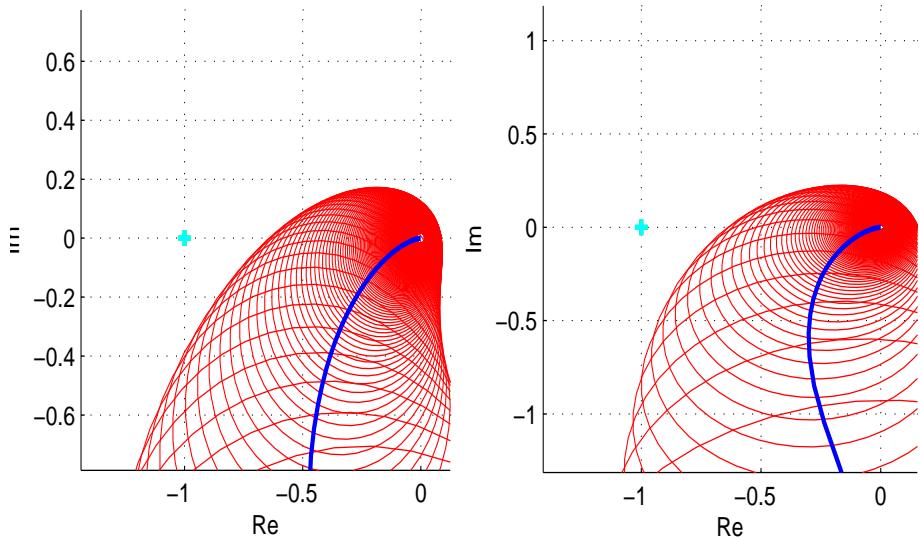
Nyquistovy křivky se superponovanými Gershgorinovými kružnicemi o poloměru

$$\sum_{k=1, k \neq l}^n |g_{kl}(j\omega)K_l(j\omega)| \quad (5.30)$$

otevřené smyčky zpětnovazebního decentralizovaného systému

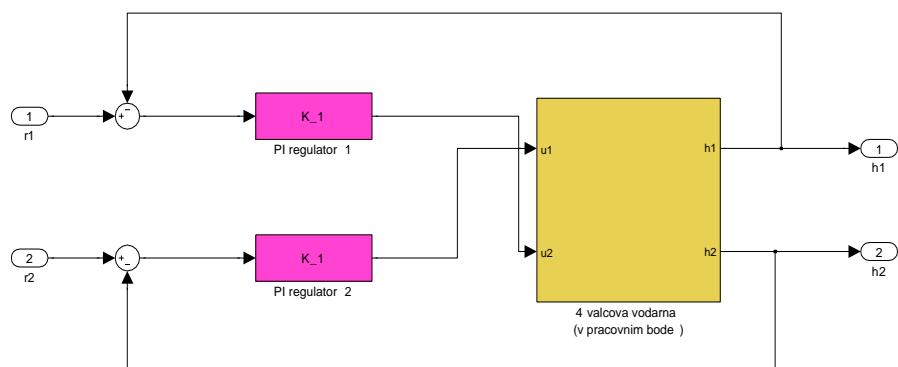
$$\mathbf{L}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s) \quad (5.31)$$

jsou na obr. 5.4



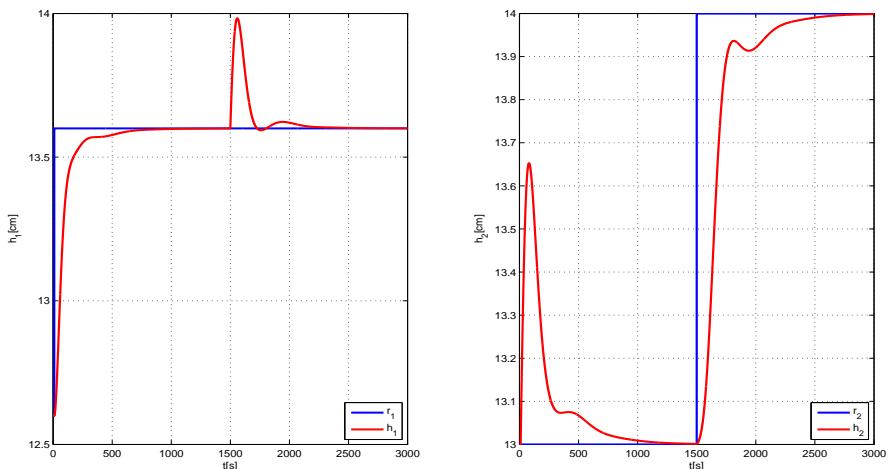
Obrázek 5.4: Nyquistovy křivky otevřené smyčky systému $\mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s)$

Z obr. 5.4 je zřejmé, že je zachována sloupcová diagonální dominance, protože Nyquistova křivka s Gershgorinovými kružnicemi neobkrouží kritický bod -1 . Sloupcová diagonální dominance je zachována pro všechny frekvence. Zpětnovazební diagonální sub-systém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ je stabilní, protože je splněno, že diagonální prvky $g_{ll}(j\omega)K_l(j\omega)$ neobkrouží kritický bod -1 (modré křivky). Celkový zpětnovazební systém $\mathbf{T}(s)$ je také stabilní, protože je splněna podmínka, že vzdálenosti kritického bodu -1 a bodů $g_{ll}(j\omega)K_l(j\omega)$ jsou pro všechny frekvence větší než poloměry Gershgorinových kružnic (5.30). Simulinckové zapojení celého zpětnovazebního zapojení $\mathbf{T}(s)$ je na obr. 5.5.

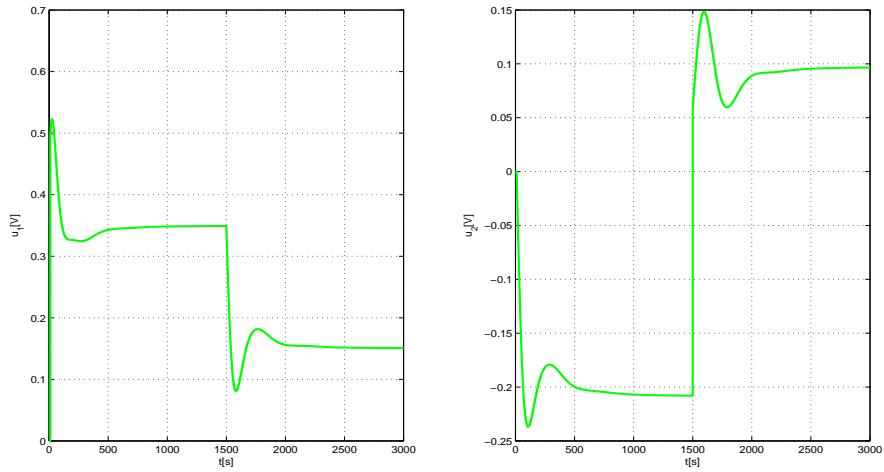


Obrázek 5.5: Simulinkové zapojení regulační smyčky

Výsledné průběhy regulace výšky hladin h_1 a h_2 a akční zásahy u_1 a u_2 jsou na obr. 5.6 a 5.7



Obrázek 5.6: Průběhy regulace výšky hladin h_1 a h_2



Obrázek 5.7: Akční zásahy \$u_1\$ a \$u_2\$ při regulaci výšky hladin

Z výsledných průběhů regulace výšky hladin je vidět, stejně jako v předchozí kapitole, že systémové interakce nezpůsobí nestabilitu celého systému, a jsou eliminovány v čase regulační smyčkou. Doba regulace a výška překmitů interakcí se od metody z předchozí kapitoly příliš neliší. Nevýhodou této metody je to, že při návrhu decentralizovaných PI regulátorů neexistuje parametr, kterým by bylo možno specifikovat chování řízené čtyřválcové vodárny. V následujících částech kapitoly budou ukázány dvě varianty této metody tak, aby bylo možné specifikovat chování řízení čtyřválcové vodárny.

5.3 I. varianta návrhu decentralizovaného řízení

V předchozí části bylo ukázáno, jak nalézt oblast regulátorů, která zajistí, aby Gershgorinovy kružnice superponované na Nyquistovu křivku v komplexní rovině neobkroužily bod \$-1\$. V této části bude ukázána varianta této metody tak, aby Gershgorinovy kružnice neobkroužily kružnice se středem v bodě \$[-1; 0j]\$ a poloměrem \$Q\$, viz obr. 5.8. Podmínka pro diagonální dominanci (5.7) je upravena na tvar

$$|1 + g_{ll}(j\omega)k_l(j\omega)| - Q > \sum_{k=1, k \neq l}^n |g_{kl}(j\omega)k_l(j\omega)| \forall l, \forall \omega. \quad (5.32)$$

Dosazením vztahů (5.10), (5.12) a (5.13) do nerovnice (5.32) a algebraickými upravami lze tuto nerovnici získat ve tvaru

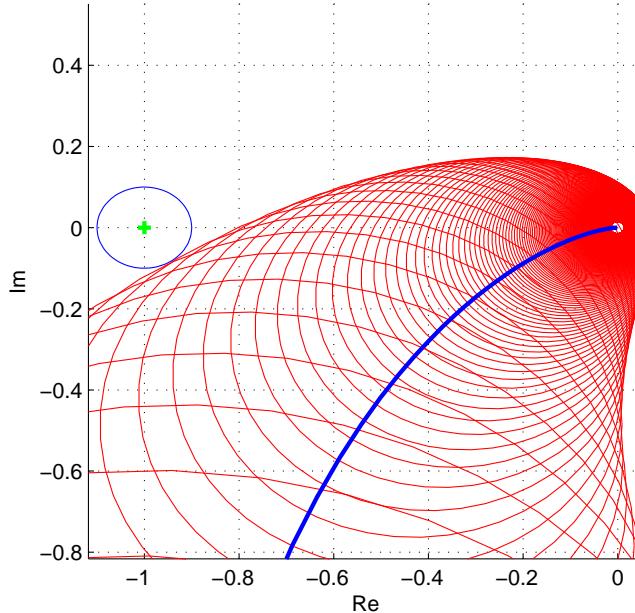
$$|X(j\omega)| - R_l(\omega) |Y(j\omega)| - Q |j\omega| > 0, \quad (5.33)$$

kde

$$X(j\omega) = (a_{ll}(\omega)k_{il} - b_{ll}(\omega)k_{pl}\omega) + j(a_{ll}(\omega)k_{pl}\omega + b_{ll}k_{il} + \omega) \quad (5.34)$$

a

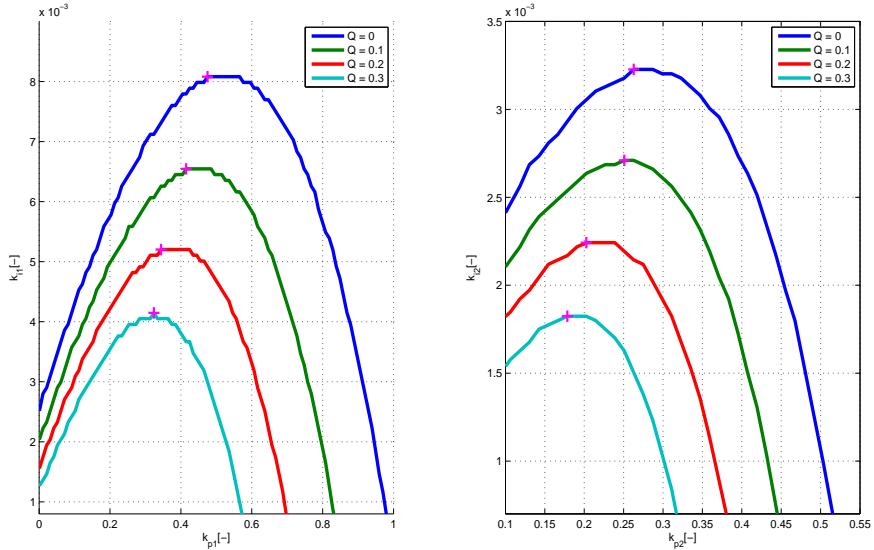
$$Y(j\omega) = k_{il} + jk_{pl}\omega. \quad (5.35)$$



Obrázek 5.8: Omezení Gershgorionových kružnic kružnicí v bodě $[-1; 0j]$
o poloměru Q

Pro zvolený rozsah parametru k_{pl} a použitím nerovnice (5.33) lze získat oblast parametrů M_{ml} zajišťujících splnění nerovnice (5.32). Konkrétní parametry k_{pl} a k_{il} lze získat tak, že pro maximální hodnotu parametru k_{il} splňující nerovnici (5.33) je nalezen daný parametr k_{pl} . Výsledná oblast všech přípustných parametrů je opět dána vztahem (5.14). Změnou poloměru Q je možné měnit chování soustavy.

Pro systém čtyřválcové vodárny byly nalezeny oblasti parametrů PI regulátorů M_1 a M_2 v závislosti na volitelném poloměru Q dle nerovnice (5.32), viz obr. 5.9.



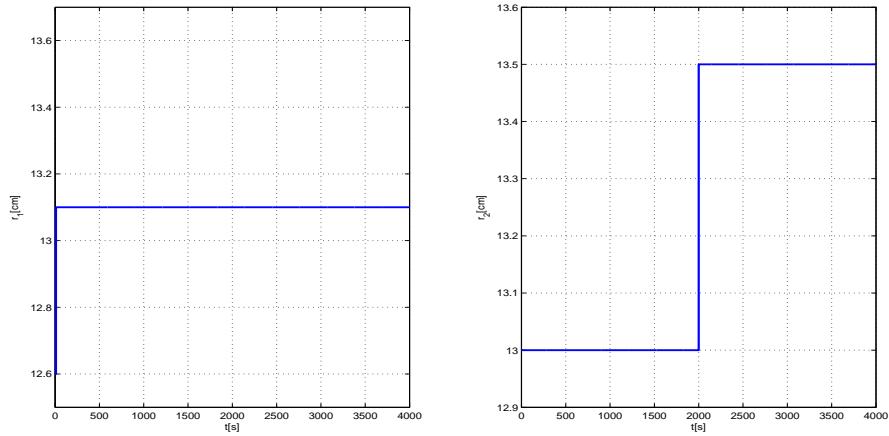
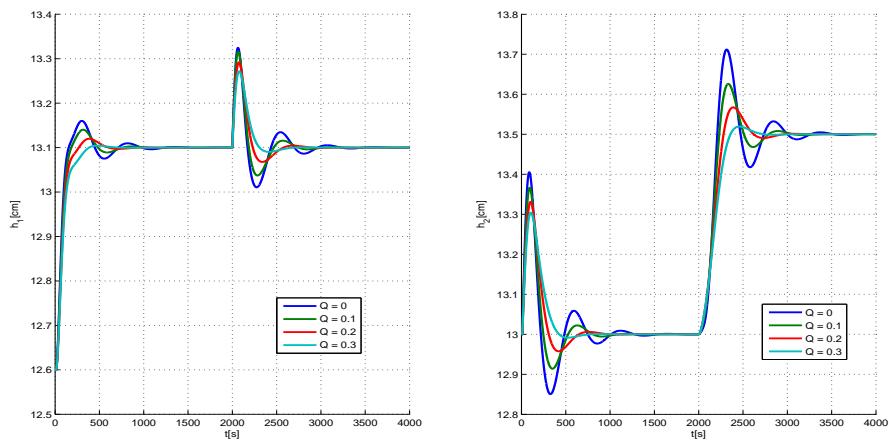
Obrázek 5.9: Oblast stabilních parametrů M_1 a M_2 v závislosti na poloměru Q

Z oblastí parametrů M_1 a M_2 jsou vybrány maximální hodnoty parametru k_{i1} a k_{i2} a s nimi korespondující hodnoty k_{p1} a k_{p2} . Na obr. 5.9 jsou tyto vybrané parametry pro zvolené Q vyznačeny fialovým křížkem. Tab. 5.2 uvádí hodnoty parametrů k_{p1} , k_{i1} , k_{p2} a k_{i2} v závislosti na volitelném poloměru Q .

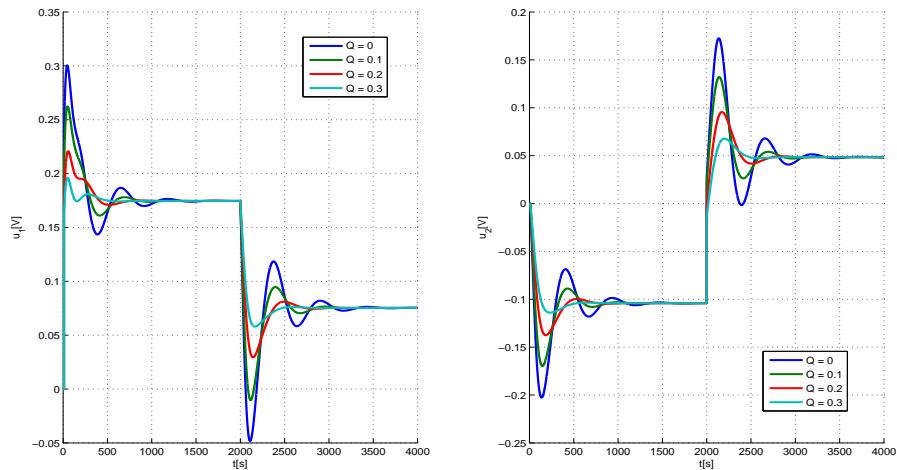
Tabulka 5.1: Parametry PI regulátorů v závislosti na poloměru Q

Q	k_{p1}	k_{i1}	k_{p2}	k_{i2}
0	0.4753	0.0081	0.2629	0.0032
0.1	0.4147	0.0065	0.2508	0.0027
0.2	0.3441	0.0052	0.2027	0.0022
0.3	0.3239	0.0041	0.1786	0.0018

Simulinkové schéma zpětnovazebního zapojení decentralizovaných PI regulátorů a systému čtyřválcové vodárny je stejný jako na obr. 5.5. Výsledné reakce výšky hladin h_1 a h_2 zpětnovazebního decentralizovaného systému na změnu referenčních hodnot r_1 a r_2 jsou zobrazeny na obr. 5.10 a 5.11

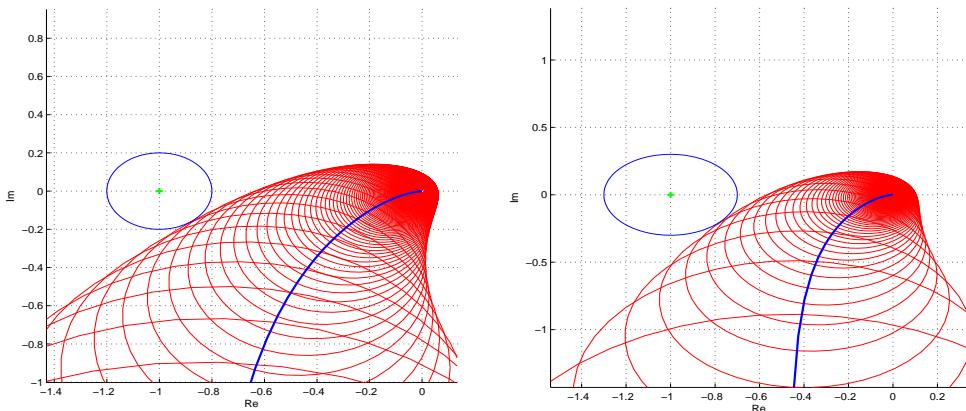
Obrázek 5.10: Referenční hodnoty r_1 a r_2 Obrázek 5.11: Odezvy výšky hladin h_1 a h_2 pro různé hodnoty Q

Akční zásahy systému v závislosti na volitelném parametru Q se nacházejí na obr. 5.12.

Obrázek 5.12: Akční zásahy u_1 a u_2 pro různé hodnoty Q

Z průběhu výšky hladin h_1 a h_2 je zřejmé, že změnou poloměru Q je možné měnit chování zpětnovazebního systému. V případě čtyřválcové vodárny platí, že menší hodnota Q má za následek, že výška hladin více kmitá, ale doba náběhu je kratší. S tímto faktem korespondují i vyšší hodnoty akčních zásahů u_1 a u_2 na obr. 5.12. Interakce jsou opět jako v předešlém případě eliminovány v čase.

Na obr. 5.13 je zobrazena Nyquistova křivka s Gershgorinovými kružnicemi pro každý regulátor K_l s různě zvolenými poloměry Q .

Obrázek 5.13: Nyquistovy křivky přenosů $g_{11}(j\omega)K_1(j\omega)$ a $g_{22}(j\omega)K_2(j\omega)$

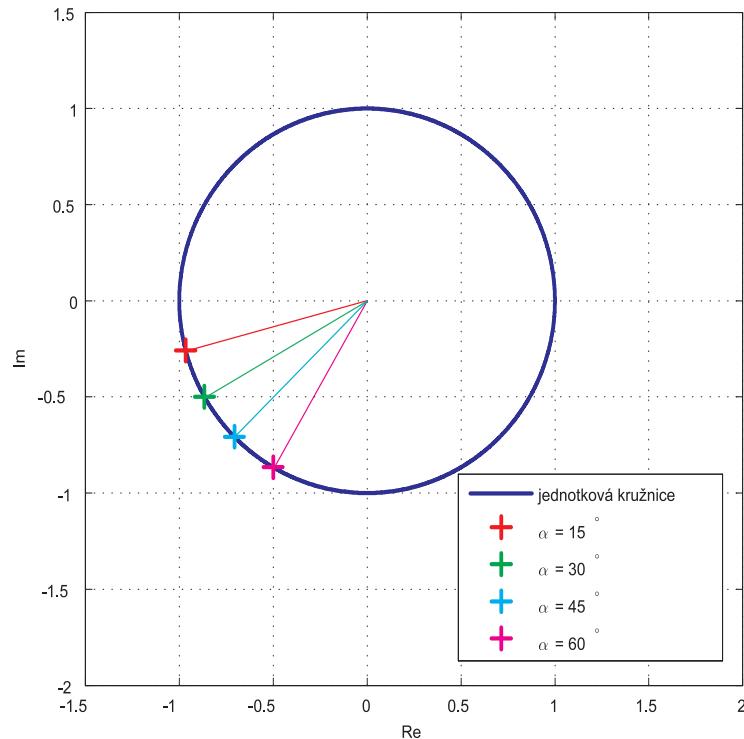
Z obr. 5.13 je zřejmé, že metoda zaručí dotyk Gershgorinových kružnic s kružnicí se středem $[-1; 0j]$ a poloměrem Q v jednom bodě.

5.4 II. varianta návrhu decentralizovaného řízení

V této části bude ukázána další varianta návrhu decentralizovaných PI reulátorů metodou založenou na analýze Nyquistovy stability. Návrh spočívá v požadavku, aby Gershgorinovy kružnice neobkroužily v komplexní rovině zvolený bod P na jednotkové kružnici. Bod P je volitelný a jeho souřadnice jsou

$$P = [-x; -y] = [-\cos(\alpha); -\sin(\alpha)], \quad (5.36)$$

kde volitelný parametr $\alpha [{}^{\circ}]$ je úhel průvodiče. Tuto situaci ilustruje obr. 5.14. U této



Obrázek 5.14: Jednotková kružnice s body P pro různé úhly α

metody není jako kritický bod uvažován bod $[-1; 0]$, ale bod $[-x, -y]$, proto je nutné upravit podmínu pro parametry stabilizujících PI regulátorů diagonálního subsystému

$\tilde{T}(s)$ zpětnovazebního systému $T(s)$. Tato podmínka je pro tuto metodu

$$k_{cl} = -\frac{x a_{ll}(j\omega) + y b_{ll}(j\omega)}{r_{ll}^2(j\omega)} \quad (5.37)$$

$$k_{il} = -\frac{\omega}{b_{ll}(j\omega)} \left(x - a_{ll}(j\omega) \frac{x a_{ll}(j\omega) + y b_{ll}(j\omega)}{r_{ll}^2(j\omega)} \right) \quad (5.38)$$

$$(5.39)$$

Kritérium sloupcové diagonální dominance metody, která zajistí neobkroužení bodu P opět vychází z nerovnice (5.11), ale pro tuto metodu je upravena na tvar

$$|Z + g_{ll}(j\omega)k_l(j\omega)| > \sum_{k=1, k \neq l}^n |g_{kl}(j\omega)k_l(j\omega)| \quad \forall l, \forall \omega, \quad (5.40)$$

kde

$$Z = x + jy. \quad (5.41)$$

Alegbraickými úpravami lze získat nerovnici 5.40 ve tvaru

$$\begin{aligned} k_{pl}^2 (r_{ll}^2(j\omega) - R_l^2(j\omega)) + k_{il}^2 \frac{r_{ll}^2(j\omega) - R_l^2(j\omega)}{\omega^2} + 2(k_{pl}(a_{ll}(j\omega)x + b_{ll}(j\omega)y)) + \\ + 2 \left(k_{il} \frac{b_{ll}(j\omega)x - a_{ll}(j\omega)y}{\omega} \right) + x^2 + y^2 > 0. \end{aligned} \quad (5.42)$$

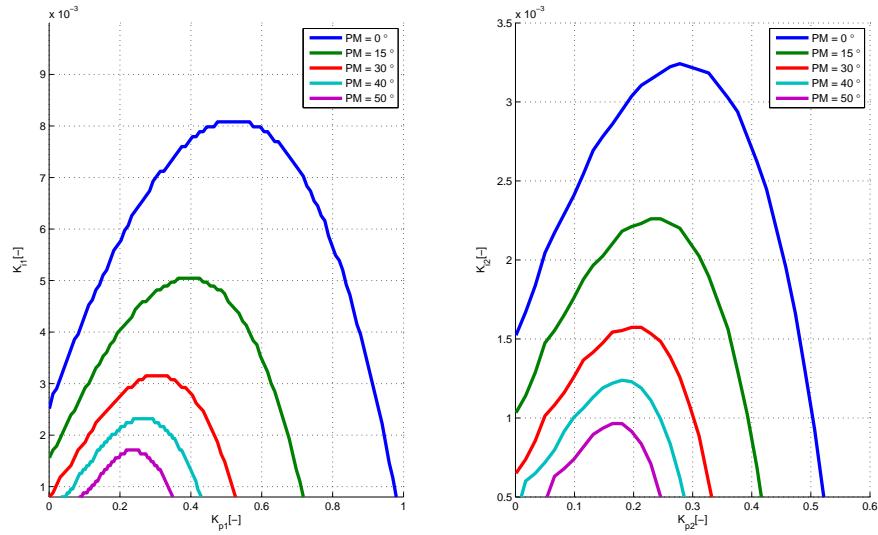
Výsledné parametry PI regulátorů lze opět nalézt tak, že se pro zvolený rozsah parametrů k_{pl} naleznou parametry k_{il} , které řeší nerovnici (5.42). Takto lze získat oblasti parametrů stabilizujících PI regulátorů. Výsledné parametry pro PI regulátor se získají nalezením maximální hodnoty parametru k_{il} a pro tuto hodnotu odpovídající parametr k_{pl} .

Pro systém čtyřválcové vodárny lze nalézt v závislosti na volitelném úhlu α oblasti parametrů stabilizujících regulátorů, viz obr. 5.15.

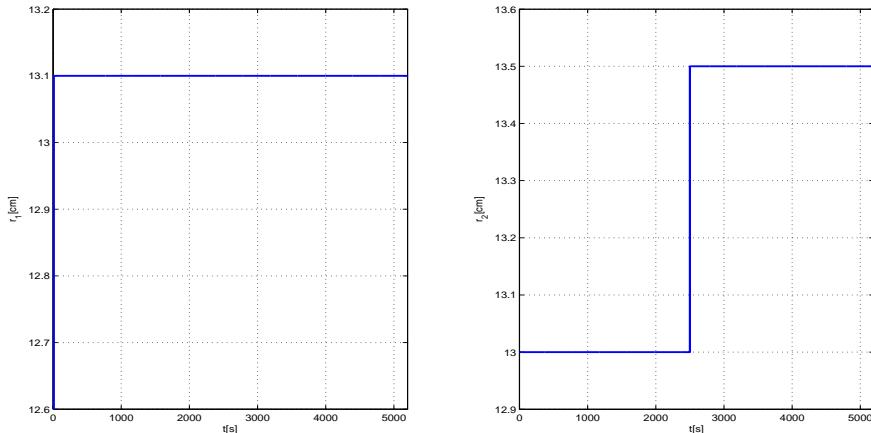
Výsledné parametry k_{p1} , k_{p2} , k_{i1} a k_{i2} pro různé hodnoty volitelného úhlu α jsou v tab. 5.2.

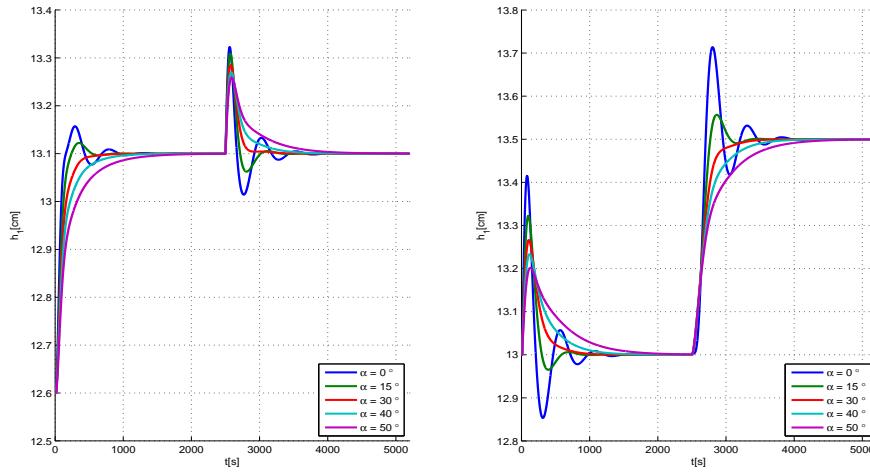
Tabulka 5.2: Parametry PI regulátorů v závislosti na úhlu α

α	k_{p1}	k_{i1}	k_{p2}	k_{i2}
0	0.5432	0.0082	0.2754	0.0032
15	0.3474	0.0050	0.2351	0.0023
30	0.2871	0.0032	0.2028	0.0016
40	0.2420	0.0023	0.1786	0.0012
50	0.2018	0.0017	0.1624	0.001

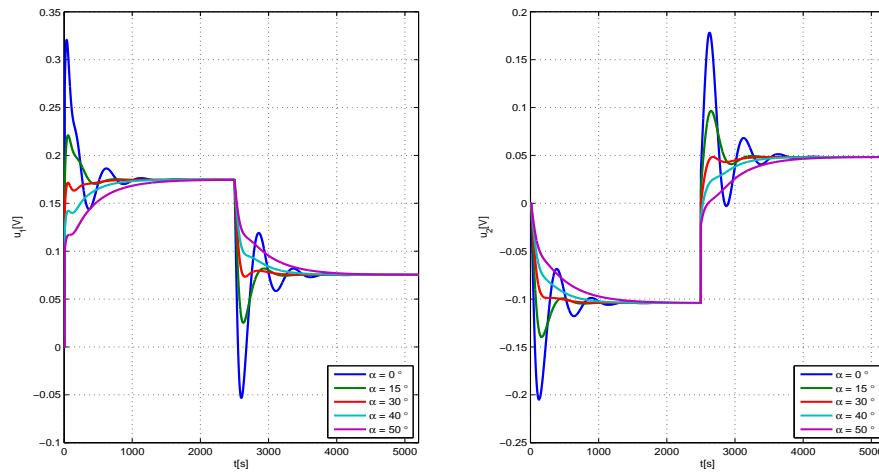
Obrázek 5.15: Oblast parametrů M_1 a M_2 v závislosti na α

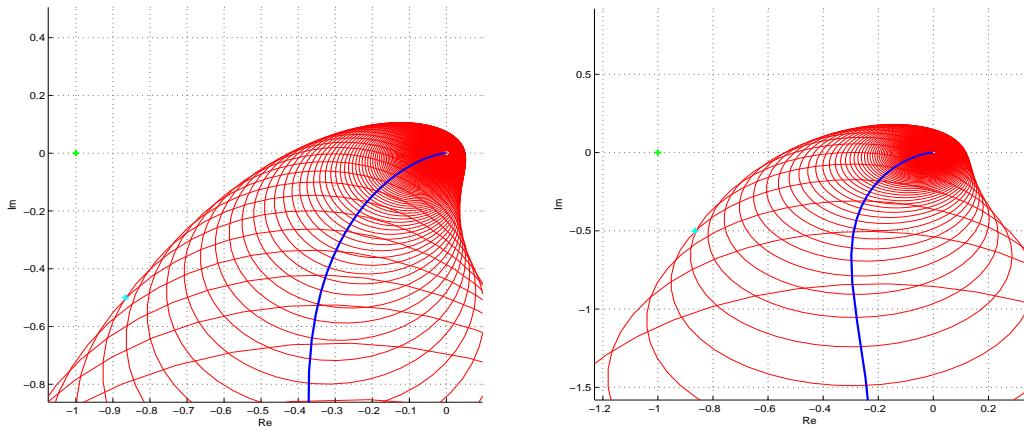
Simulinkové schéma zpětnovazebního zapojení decentralizovaných PI regulátorů a čtyřválcové vodárny je na obr. 5.5. Výsledné průběhy výšky hladin h_1 a h_2 v závislosti na volitelném úhlu α jsou na obr. 5.17.

Obrázek 5.16: Referenční hodnoty r_1 a r_2

Obrázek 5.17: Odezvy výšky hladin h_1 a h_2 pro různé hodnoty α

Akční zásahy systému v závislosti na volitelném parametru α se nacházejí na obr. 5.18.

Obrázek 5.18: Akční zásahy u_1 a u_2 pro různé hodnoty α



Obrázek 5.19: Nyquistovy křivky přenosů $g_{11}(j\omega)K_1(j\omega)$ a $g_{22}(j\omega)K_2(j\omega)$

Z obr. 5.19 je patrné, že Nyquistova křivka s Gershgorinovými kružnicemi se maximálně dotkne bodu P .

Kapitola 6

Závěr

V kapitole 2 byly ukázány základní vlastnosti pro vícerozměrné systémy. Jednalo se především o vlastnosti důležité pro následný návrh regulátorů.

V další kapitole byl popsán vícerozměrný systém čtyřválcové vodárny. Byl odvozen jeho matematicko-fyzikální popis. Tyto nelineární rovnice byly poté linearizovány v pracovních bodech. Tím byl získán lineární systém v okolí pracovního bodu. Z tohoto systému byly následně vytvořeny přenosy. Pro různé pracovní body byl získán systém obsahující všechny nuly systému v levé části komplexní poloroviny (minimálně fázový systém) a systém obsahující jednu systémovou nulu v pravé komplexní polorovině (nemimálně fázový systém). Pro oba získané systémy byly dále demonstrovány různé metody návrhu řízení.

V kapitole 3 byl ukázán návrh PI regulátorů využívající informaci o míře interakcí pomocí matice relativních zesílení RGA. Poté byly pro nejvhodnější nalezené páry vstup-výstup vytvořeny regulační smyčky s PI regulátory. Výsledná regulace splnila všechny požadavky na ni kladené. Systémové interakce nebyly touto metodou úplně odstraněny, ale byly potlačeny v čase regulačními smyčkami.

V další kapitole byl ukázán návrh decentralizovaného řízení pomocí analýzy Nyquistovy stability. Celý tento přístup byl založen na zajištění sloupcové diagonální dominance zpětnovazebního systému. U této metody se ukázalo, že systém s minimální fází byl pro tuto metodu příliš triviální. Případný návrh PI regulátorů by byl pro přenosy prvního řádu. Použitím této metody se ukázalo, že každý PI regulátor je pro regulaci přenosů prvního řádu možný. Pro účel demonstrace byl proto zvolen pouze systém s nemimální fází, kde už existovala pro každý PI regulátor pouze určitá oblast parametrů, pro které tento regulátor zajišťoval sloupcovou diagonální dominanci. Z přípustných regulátorů byl vybrán jeden konkrétní pomocí metody Zigler-Nicholson. U této metody, podobně jako v

předchozí, nebyly systémové interakce odstraněny, ale pouze potlačeny v čase regulační smyčkou. Nevýhoda této metody spočívá v tom, že nebylo možné specifikovat chování výsledné regulace. Tento nedostatek byl vyřešen návrhem dvou variant založených na této metodě.

První varianta je založena na rozšíření oblasti okolo kritického bodu -1 , do kterého se Nyquistova křivka otevřené smyčky regulátorů a systému se superponovanými Gershgorinovými kružnicemi nesměla dostat ani ji nesměla obkroužit. Tato oblast byla definována kružnicí o volitelném poloměru. Tím byl získán proměnný parametr, kterým bylo možno ludit chování výsledné regulace výšky hladin v jednotlivých nádržích. Pro tuto variantu bylo potřeba odvodit novou podmínku pro oblast parametrů PI regulátorů, které zajišťují sloupcovou diagonální dominanci. Pro hodnotu ladícího parametru platilo, že čím byl tento parametr větší, tím byla výsledná regulace pomalejší a překmity menší. To je dáno tím, že výsledné křivky byly dále od kritického bodu -1 .

Druhá varianta založená na analýze Nyquistovy stability definovala bod na jednotkové kružnici, který stejně jako v předchozím případě, nesměly Nyquistovy křivky s Gershgorinovými kružnicemi obkroužit. Byla opět odvozena nová podmínka pro oblast parametrů PI regulátorů, které zajistí sloupcovou diagonální dominanci. U této varianty bylo navíc nutné odvodit novou podmínku pro parametry PI regulátoru stabilizujícího diagonální subsystém. Volitelným parametrem zde byl úhel mezi zápornou reálnou osou a průvodičem spojující počátek a bod na jednotkové kružnici v komplexní rovině. Stejně jako u předchozí metody platilo, že čím větší hodnota volitelného parametru, tím pomalejší byla regulace a menší překmity.

Obě navržené varianty opět nedokázaly systémové interakce odstranit úplně, ale pouze je pomocí regulační smyčky v čase eliminovat.

Z dosažených výsledků je vidět, že i pro systém se silnými systémovými interakcemi lze navrhnut decentralizované PI řízení, které zajistí stabilitu i požadované chování výsledných regulačních smyček. Úplné odstranění interakcí dokáže zajistit dynamické rozvazbení, při kterém je matice přenosů systému a rozvazujícího kompenzátoru diagonální. Tato metoda však nebyla náplní práce.

Literatura

- [1] Antsaklis, J. P.; Michael, A. N.: *A Linear System Primer*. Birkhauser, 2007.
- [2] Aström, K.; Papagopoulos, H.; Häggalund, T.: Design of PI controllers based on non-convex optimization. *Automatica*, 1998, roč. 34: s. 585–601.
- [3] Chen, D.; Seborg, D. E.: Multiloop PI/PID Controller Design Based on Gershgorin Bands. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings*, 2002, roč. 149, č. 1: s. 68–73.
- [4] Chen, D.; Seborg, D. E.: Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis. *Journal of Process Control*, 2003, roč. 13, č. 1: s. 27–36.
- [5] Šebek, M.: *Systémy a řízení - prezentace k přednáškám*. <http://dce.felk.cvut.cz/e-kurzy>, 2006.
- [6] Franklin, F. F.; Powell, J. D.; Emami-Naeini, A.: *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson Prentice Hall, 2006.
- [7] Ho, K., W.; et. al: The Direct Nyquist Array Design of PID Controllers. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 2000, roč. 47: s. 175–185.
- [8] Johansson, H., K.: The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, 2000, roč. 8: s. 456 –465.
- [9] Krajník, E.: *Maticový počet*. Vydavatelství ČVUT, 2004.
- [10] Skogestad, S.; Postlethwaite, I.: *Multivariable Feedback control: Analysis and Design Second Edition*. John Wiley & Sons Ltd, 2005.
- [11] Zakucia, J.: *Řízení čtyřválcové vodárny*. Diplomová práce, ČVUT v Praze, 2009.

Příloha A

Obsah přiloženého CD

K této práci je přiloženo CD, na němž jsou uložena simulinková schémata a diplomová práce v elektronické podobě

- PI regulátor navržený pomocí RGA pro systém s minimální fází: `RGA_min.mdl`
- PI regulátor navržený pomocí RGA pro systém s neminimální fází: `RGA_nemin.mdl`
- PI regulátor navržený pomocí Nyquistovy analýzy stability pro systém s neminimální fází: `Nyquist_nemin.mdl`
- PI regulátor navržený pomocí I.varianty pro systém s neminimální fází: `Var_I_nemin.mdl`
- PI regulátor navržený pomocí II.varianty pro systém s neminimální fází: `Var_II_nemin.mdl`
- Diplomová práce PDF