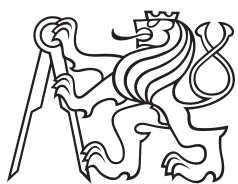


Bakalářská práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F3

Fakulta elektrotechnická
Katedra řídicí techniky

Regulace teploty modelu tepelného systému

Tomáš Styblík

Vedoucí: doc. Ing. Petr Hušek Ph.D.
Studijní program: Kybernetika a Robotika
Květen 2024

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Styblík**

Jméno: **Tomáš**

Osobní číslo: **507328**

Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**

Zadávací katedra/ústav: **Katedra řídicí techniky**

Studijní program: **Kybernetika a robotika**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Regulace teploty modelu tepelného systému

Název bakalářské práce anglicky:

Temperature control of a model of a thermal system

Pokyny pro vypracování:

Tato práce se zabývá řízením teploty reálného modelu tepelného systému pomocí programovatelného automatu připojeného k PC.

1. Seznamte se s možnostmi spojitého řízení teploty pomocí programovatelného automatu Eurotherm PAC T2750
2. Vytvořte fyzický model tepelného systému s vhodnými akčními členy a senzory teploty
3. Vytvořte matematický model soustavy a na jeho základě navrhnete a otestujete vhodný způsob spojitého řízení teploty v prostředí Matlab/Simulink
4. Realizujte navržené algoritmy řízení na fyzickém modelu pomocí programovatelného automatu Eurotherm PAC T2750 připojeného k PC

Seznam doporučené literatury:

- [1] F. T. Brown: Engineering System Dynamics A Unified Graph-Centered Approach, Taylor and Francis, 2nd ed., 2007
- [2] T2750 Eurotherm PAC, User's Manual on-line, <https://www.eurotherm.com/?wpdmdl=101298>
- [3] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. Emami-Naeini: Feedback Control of Dynamic Systems. Prentice Hall; 7th ed., 2014
- [4] Protokol Modbus. <https://www.modbus.org/>

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

doc. Ing. Petr Hušek, Ph.D. katedra řídicí techniky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **24.01.2024**

Termín odevzdání bakalářské práce: **24.05.2024**

Platnost zadání bakalářské práce:

do konce letního semestru 2024/2025

doc. Ing. Petr Hušek, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Poděkování

Rád bych poděkoval panu doc. Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za cenné rady, věcné připomínky, vstřícnost při konzultacích a za odborné vedení práce.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně, a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

V Praze, 24. května 2024

Abstrakt

Tato bakalářská práce je zaměřena na řízení teploty ve fyzickém modelu pece, který jsem vyrobil z volně dostupných materiálů. Práce zahrnuje popis programovatelného automatu PAC T2750 od firmy Eurotherm, který slouží k řízení celého procesu. Dále je popsána výroba fyzického modelu, výroba matematického modelu pomocí pseudovazebních grafů a návrh regulátorů pomocí metody Root Locus. Experimenty zahrnovaly testování regulátorů na matematickém i fyzickém modelu, jejichž výsledky jsou následně porovnány. Téma této práce je inspirováno mou předchozí zkušeností s řízením výrobních procesů a je také relevantní s mým aktuálním zaměstnáním u firmy Etherm a.s.

Klíčová slova: řízení teploty, fyzický model pece, programovatelný automat, pseudovazební graf, Root Locus, regulátor

Vedoucí: doc. Ing. Petr Hušek Ph.D.

Abstract

This bachelor's thesis focuses on temperature control in a physical furnace model constructed from readily available materials. The thesis includes a description of the Eurotherm PAC T2750 programmable logic controller, which is used to control the entire process. It also covers the fabrication of the physical model, the creation of a mathematical model using pseudo bond graphs, and the design of controllers using the Root Locus method. Experiments involved testing controllers on both the mathematical and physical models, with subsequent comparison of results. The topic of this thesis is inspired by my previous experience with industrial process control and is also relevant with my current position at Etherm a.s.

Keywords: temperature control, physical furnace model, programmable logic controller, pseudo bond graph, Root Locus, controller

Title translation: Temperature control of a model of a thermal system

Obsah

1 Úvod	1		
2 Programovatelný automat	3		
2.1 PAC T2750	4		
2.1.1 Redundantní řízení	5		
2.2 LINtools Engineering Studio	5		
2.2.1 Funkční blok LOOP-PID	5		
2.3 Schéma zapojení	6		
3 Fyzický model	7		
3.1 Vrstva z polystyrenu	8		
3.2 Vrstva z vláknocementové desky	8		
3.3 Víko s odvětrávacím mechanismem	9		
3.3.1 Mechanismus	9		
4 Matematický model	11		
4.1 Spoje typu 0 a 1	11		
4.2 Typy zobecněných prvků	12		
4.3 Pseudovazební graf modelu pece	15		
4.3.1 Zjednodušený pseudovazební graf modelu pece	16		
4.4 Nelineární model	17		
4.4.1 Schéma nelineárního modelu	18		
4.4.2 Odhad neznámých parametrů	18		
4.5 Lineární model	20		
4.5.1 Matice lineárního stavového modelu	21		
4.5.2 Přenos systému	22		
5 Návrh regulátorů	27		
5.1 Proporcionálně integrační (PI) regulátor	27		
5.1.1 PI regulátor pro přenos G_1	28		
5.1.2 PI regulátor pro přenos G_2	31		
5.1.3 PI regulátor pro přenos G_4	34		
5.2 Proporcionálně integračně derivační (PID) regulátor	37		
5.2.1 PID regulátor pro přenos G_1	37		
5.2.2 PID regulátor pro přenos G_2	40		
5.2.3 PID regulátor pro přenos G_4	43		
6 Závěr	47		
Literatura	49		

Obrázky

2.1 Programovatelný automat T2750 s moduly AI a DO.	4	4.14 Odezva lineárního systému s přenosem $G_2(s)$ a nelineárního systému na skok z 54,57 V na 58,6 V.	24
2.2 Principiální schéma zapojení modelu pece a T2750.	6	4.15 Odezva lineárního systému s přenosem $G_3(s)$ a nelineárního systému na skok z 60,42 V na 79 V.	25
3.1 Hotový fyzický model pece s odvětrávacím mechanismem.	7	4.16 Odezva lineárního systému s přenosem $G_4(s)$ a nelineárního systému na skok z 200,7 V na 222,8 V.	26
3.2 Hotový model bez odvětrávacího mechanismu.	9	5.1 Odezva lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ s regulátorem PI.	28
3.3 Pohled na spodní část víka.	9	5.2 Root Locusu systému $G_1(s)$ a regulátoru PI.	29
3.4 Mechanismus odvětrávání teplého vzduchu.	10	5.3 Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PI.	30
4.1 Kauzální značky na spojích typu 0 a 1.	12	5.4 Odezva lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ s regulátorem PI.	31
4.2 Zapojení zobecněné poddajnosti na spoj typu 0.	12	5.5 Root Locusu systému $G_2(s)$ a regulátoru PI.	32
4.3 Zapojení zobecněného rezistoru na spoj typu 1.	13	5.6 Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PI.	33
4.4 Zdroj zobecněného toku Sf_z	13	5.7 Odezva lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ s regulátorem PI.	34
4.5 Zdroj zobecněného toku Sf_v	14	5.8 Root Locusu systému $G_4(s)$ a regulátoru PI.	35
4.6 Zdroj zobecněného úsilí Se	14	5.9 Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PI.	36
4.7 Plný pseudovazební graf s popsány úsilími a toky.	15	5.10 Odezva lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ s regulátorem PID.	37
4.8 Zjednodušený pseudovazební graf s popsány úsilími a toky.	16	5.11 Root Locusu systému $G_1(s)$ a regulátoru PID.	38
4.9 Barevné vyznačení uvažovaných teplot.	17	5.12 Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PID.	39
4.10 Schéma nelineárního modelu v grafickém prostředí Simulink.	18	5.13 Odezva lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ s regulátorem PID.	40
4.11 Porovnání trénovacích dat s matematickým modelem.	19		
4.12 Porovnání testovacích dat s matematickým modelem.	20		
4.13 Odezva lineárního systému s přenosem $G_1(s)$ a nelineárního systému na skok z 31,51 V na 34,14 V.	23		

5.14 Root Locusu systému $G_2(s)$ a regulátoru PID.	41
5.15 Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PID.	42
5.16 Odezva lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ s regulátorem PID.	43
5.17 Root Locusu systému $G_4(s)$ a regulátoru PID.	44
5.18 Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PID.	45

Tabulky

2.1 Typy vstupních a výstupních modulů.	3
3.1 Seznam použitých věcí, materiálů a nářadí.	8



Kapitola 1

Úvod

S čím dál tím větším nárokem na automatizaci výrobních procesů, který roste v důsledku jejich stálého modernizování a optimalizování, objevíme programovatelné automaty téměř v každém průmyslu. Najedeme je nejen v automobilových průmyslech, kde řídí výrobní linky nebo v nákupních centrech, kde řídí vytápění a klimatizaci prostoru, ale i ve sklářských průmyslech, kde se řídí například teplota v tavicí peci. Na posledním zmíněném odvětví je mimo jiné založena tato bakalářská práce.

V této práci se budu zabývat řízením teploty ve fyzickém modelu pece, který jsem vyrobil. Na začátku popíši programovatelný automat, který používám pro řízení celého procesu. Dále popíši výrobu fyzického modelu a matematický model, který jsem modeloval pomocí pseudovazebních grafů. Dále navrhu regulátory pomocí metody Root Locus na matematickém modelu a odzkouším je na modelu fyzickém. Na závěr porovnáím průběhy jak fyzického, tak lineárního modelu.

Téma bakalářské práce jsem si vybral na základě předchozí zkušenosti s řízením výrobního procesu pomocí programovatelného automatu a protože koresponduje i s mým aktuálním zaměstnáním u firmy Etherm a.s., která se zabývá automatizací ve sklářských, hutních a strojírenských průmyslech a měla zájem mě v této problematice podpořit.

Kapitola 2

Programovatelný automat

Jak již bylo v úvodu zmíněno, programovatelný automat nalezneme opravdu kdekoliv, ale čím se liší od běžných osobních počítačů (PC)?

Programovatelný automat neboli PAC (z anglického *Programable Automation Contoller*), který je spíše známý pod pojmem programovatelný logický automat neboli PLC (z anglického *Programable Logic Contoller*) je průmyslový počítač používaný pro automatizaci procesů v reálném čase. Sleduje nepřetržitě stav vstupních proměnných a na základě jejich stavu, pak ovládá výstupy. Od běžných počítačů se liší tím, že vykonávají program v tzv. cyklech (skenovacích periodách). Cyklus se provádí ve třech krocích:

- Čtení výstupu
- Zpracování programu
- Zápis výstupu

Na vstupních/výstupních perifériích se ale nepracuje s reálnou hodnotou. Tyto hodnoty jsou ukládány do registrů, ze kterých se pak čtou a po provedení jednoho cyklu se aktualizují.

Vstupní a výstupní periferie se rozdělují na:

Vstupní a výstupní periferie
Digitální vstupy (DI) a výstupy (DO)
Analogové vstupy (AI) a výstupy (AO)
Funkční moduly (FM)
A další, záleží na konkrétním výrobcí systému

Tabulka 2.1: Typy vstupních a výstupních modulů.

Dále se PAC rozděljuje podle konstrukce na dvě kategorie: integrované a modulární.

Integrované PAC se skládá z napájecího zdroje, procesorové jednotky (CPU) a několika vstupů a výstupů. Počet vstupů a výstupů je daný a nedá se jakkoliv měnit. Výhodou této konstrukce je nízká cena a kompaktnost.

Modulární PAC má obvykle rám (DIN lištu), na který se uchycují všechny moduly. Skládá se z napájecího modulu, CPU modulu a dalších již zmíněných modulů v tabulce 2.1. Tyto typy konstrukcí jsou sice dražší, ale snadno rozšiřovatelné.

2.1 PAC T2750

V tomto projektu je pro řízení použit PAC T2750 od firmy Eurotherm. T2750 je modulární řídicí jednotka, kterou lze použít buď jako samotnou jednotku nebo jako součást kompletního řídicího systému. Pro snadné propojení s PC a dalšími zařízeními, podporuje komunikační protokoly jako například protokol Modbus. Řídicí algoritmy se programují v prostředí LINTools Engineering Studio.

Jak lze vidět na obrázku 2.1, procesorové jednotky a moduly se montují do připraveného krytu, který je umístěn na DIN liště. K T2750 se může najednou připojit až 16 různých modulů. Moduly mohou mít různý počet vstupů i výstupů. V mé bakalářské práci požívám výstupní digitální modul s osmi výstupy (DO8) a vstupní analogový modul (AI8).



Obrázek 2.1: Programovatelný automat T2750 s moduly AI a DO.

■ 2.1.1 Redundantní řízení

T2750 podporuje redundantní řízení. To je typ řízení, kde místo jedné procesorové jednotky, jsou zapojeny procesorové jednotky dvě. První CPU je hlavní, druhé slouží jako záložní. Když dojde k chybě na první CPU, přepne se záložní CPU a proces, který je řízen, probíhá bez jakéhokoliv přerušení dál. Následná výměna nefunkčního CPU může proběhnout za chodu a po výměně převezme řízení zas první CPU.

■ 2.2 LINtools Engineering Studio

LINtools je softwarový balíček pro Windows. Slouží k nastavení strategie v programovatelném automatu T2750. Díky grafické konfiguraci včetně konfigurace funkčních bloků a sekvenčních funkcí, umožňuje LINtools vytváření strategií pro spojitě i sekvenční řízení. Jedním z bloků, který lze použít pro spojitě řízení je blok LOOP-PID.

■ 2.2.1 Funkční blok LOOP-PID

Blok LOOP-PID je jeden z velmi používaných bloků v tomto softwaru. Má dva výstupní kanály (Channel 1/Channel 2) a ty mohou být nastaveny na několik typů řízení: PID, On/Off nebo Valve Position. Primárně se Channel 1 používá jako výstup na ohřívání (*heating*) a Channel 2 na ochlazování (*cooling*).

V této práci budu využívat první typ řízení, tedy řízení PID. Zde jsou jako hlavní parametry, kterými se regulátor nastavuje, proporcionální pásmo Pb (%), integrační konstanta T_i (s) a derivační konstanta T_d (s). Jejich výpočet z parametrů K_p , K_i a K_d je jednoduchý.

$$Pb = \frac{100}{K_p} \quad (2.1)$$

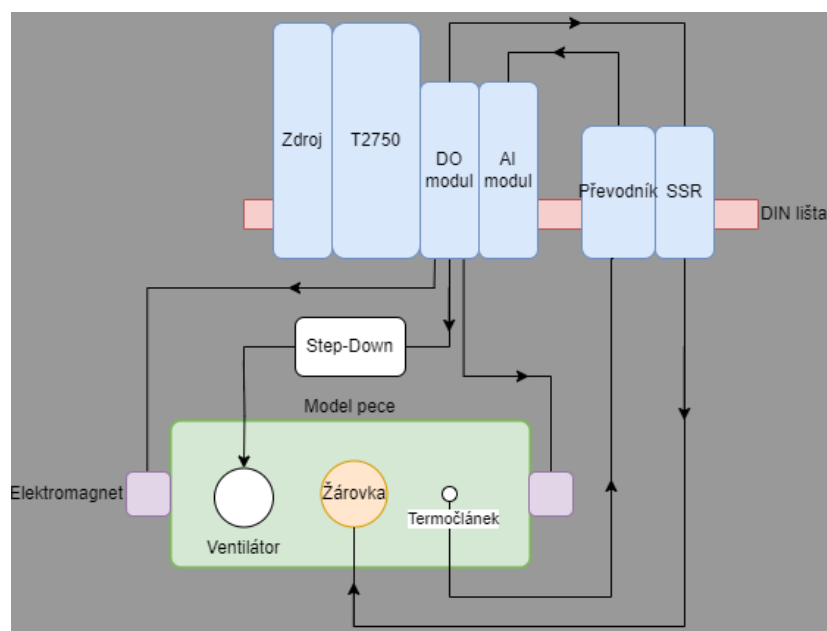
$$T_i = \frac{K_p}{K_i} \quad (2.2)$$

$$T_d = \frac{K_d}{K_p} \quad (2.3)$$

Dále se dají nastavit parametry, které dokážou ovlivnit překmit regulátoru při ohřívání nebo podkmit při chlazení, ale do těchto parametrů nebudu zasahovat, v prvotním nastavení jsou nastaveny automaticky na trojnásobek proporcionálního pásma Pb .

2.3 Schéma zapojení

Na obrázku 2.2 je vidět principiální schéma zapojení jednotlivých senzorů a komponent.



Obrázek 2.2: Principiální schéma zapojení modelu pece a T2750.

Zkratka SSR je zkratkou pro polovodičové *Solid State Relay* (SSM1A430BD) od firmy Schneider Electirc, kterým spínám žárovku.

Dále používám převodník IPAQ R330 od firmy INOR. Zajímavostí o tomto typu převodníku je, že má v sobě zabudovaný NFC čip, kterým lze převodník nastavit pomocí aplikace z mobilního telefonu.

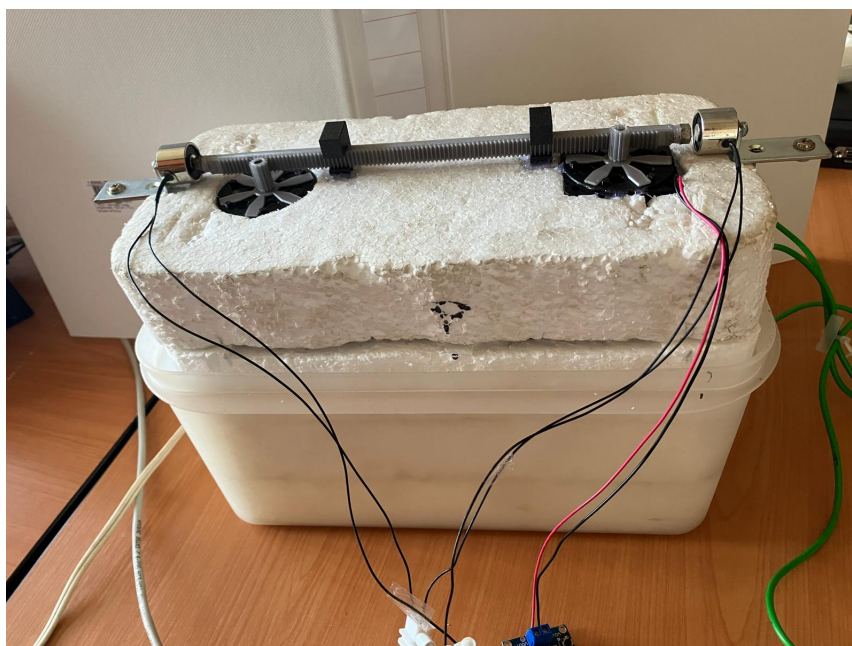
Jako senzor teploty používám termočlánek typu K.

Měl jsem na výběr mezi analogovým vstupním modulem AI2-TC a AI8. AI2-TC má galvanicky oddělené termočlánekové vstupy a nemusí se při měření termočlánekem používat převodník, kdežto u AI8 musí. Já jsem si vybral modul AI8, protože jsem se chtěl blíže seznámit s funkcí zmíněného převodníku.

Kapitola 3

Fyzický model

Tato kapitola se zabývá konstrukcí fyzického modelu pece. K vytvoření fyzického modelu jsem zvolil volně dostupné materiály. Jako zdroj tepla (tepelného toku) jsem použil 40 W žárovku. Pro vytvoření izolovaného prostoru, který bude vyhříván, jsem použil polystyrenovou pěnu. Vnitřní část modelu je obložena žáruvzdornou deskou, aby se vyvarovalo případnému seškvaření polystyrenové pěny, což by mohlo nastat z důvodu vyšší teploty ve vyhříváném prostoru. Pro snazší manipulovatelnost je celá konstrukce umístěna do nádoby vyrobené z LDPE plastu¹.



Obrázek 3.1: Hotový fyzický model pece s odvětrávacím mechanismem.

Na začátek zde uvedu seznam všech použitých věcí, materiálů a nářadí. Rozměry budou vždy ve tvaru Šířka × Výška × Hloubka.

¹LDPE (*Low density polyethylene*) - Polyethylen s nízkou hustotou

Materiál a věci	Nářadí
Nádoba z LDPE plastu 30×15×15 cm	AKU-vrtačka
Polystyren - tloušťka 5 cm	Vrtáky
Vláknocementovou desku - tloušťka 0,5 cm	Tavná pistole
Žárovka 40 W	Žiletkový nůž
Objímka na žárovku	Úhelník
Přívodní kabel	Elektrická ruční pila
Ventilátor 5 V, 0,9 W	3D tiskárna
2x Elektromagnety	Metr
2x Magnet	Tužka
Step-down měnič pro Ventilátor	

Tabulka 3.1: Seznam použitých věcí, materiálů a nářadí.

3.1 Vrstva z polystyrenu

Nejprve jsem si změřil vnitřní část plastové nádoby, která má rozměry 28×14×14 cm. Pomocí žiletkového nože jsem vyřezal čtyři kusy polystyrenu o velikosti 28×14 cm. Do dvou z nich jsem vyřezal díru o velikosti 22×11 cm a doprostřed spodního dílu díru o průměru objímky žárovky (4 cm v mém případě). Poslední díl jsem ponechal prozatím bez děr.

Následně jsem vložil díly polystyrenu do plastové nádoby. Na dně je položen díl polystyrenu, ve kterém bude umístěna objímka žárovky. Přívodní kabel do objímky jsem vedl pod spodním dílem polystyrenu podél stěny plastové nádoby nebo lze do nádoby udělat díru a jí kabel protáhnout. Dále jsem na tento díl umístil dva díly polystyrenu s vyřezanou dírou a vrstva z polystyrenu je hotova.

3.2 Vrstva z vláknocementové desky

Nyní, když je vyrobena první vrstva, začal jsem další vrstvou, kterou tvoří vláknocementová deska. Změřil jsem si vnitřní rozměry nádoby s již vloženým polystyrenem s rozměry 22×11×10 cm. Nařezal jsem celkem 6 kusů vláknocementové desky. Dva postranní kusy mají rozměr 10×10 cm, další dva postranní rozměr 22×10 cm a spodní a vrchní díl mají rozměr 21×10 cm.

Do spodního dílu jsem doprostřed vyřezal díru s průměrem 4 cm a navíc jsem k němu připevnil i plíšek, na kterém bude uchycen termočlánek. Vláknocementovou desku je potřeba přeříznout ruční elektrickou pilou. Čtyřmi postranními díly jsem obložil stěny a vrchní díl jsem ponechal prozatím stranou. Pokud některé kusy vláknocementové desky na stěnách nedrží, lze je přilepit tavnou pistolí k polystyrenu. Hotový model lze vidět na obrázku 3.2.



Obrázek 3.2: Hotový model bez odvětrávacího mechanismu.

3.3 Víko s odvětrávacím mechanismem

A konečně kryt (víko) pece. To jsem vytvořil z posledního kusu polystyrenu a posledního kusu vláknocementové desky. Do každého z nich jsem vyřezal symetricky podle středu dvě díry s průměrem 5 cm. Tyto díry budou složít k odvětrávání. Vláknocementová deska se ale musí zapustit do polystyrenu a to jsem udělal tak, že jsem do polystyrenu vydlabal 0,5 cm hlubokou díru. Následně jsem desku přilepil pomocí tavné pistole do vydlabané díry. Finální podobu víka lze vidět na obrázku 3.3.

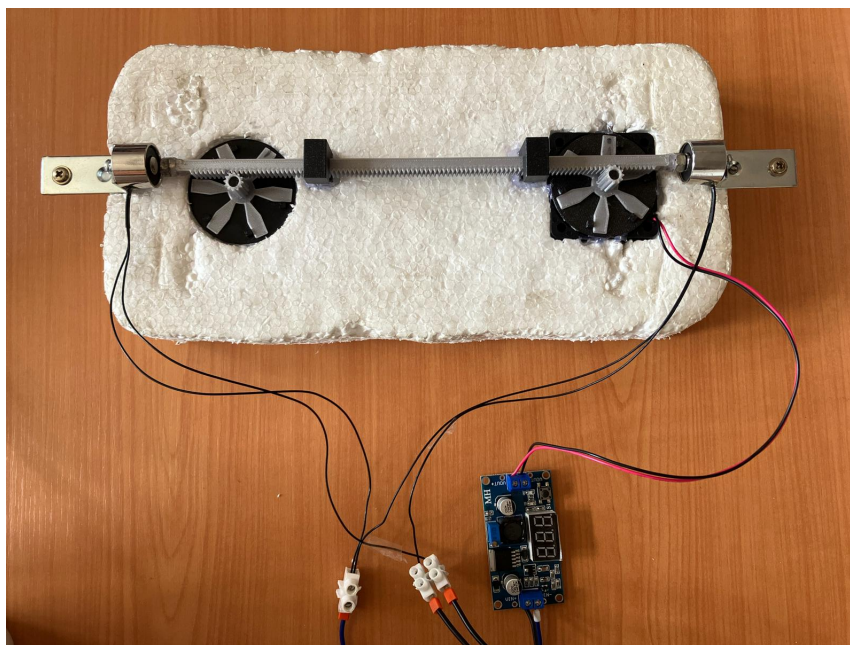


Obrázek 3.3: Pohled na spodní část víka.

3.3.1 Mechanismus

Mechanismus, kterým se bude ovládat odvětrání teplého vzduchu, jsem si navrhl v softwaru pro 3D modelování Fusion 360 a vytiskl na 3D tiskárně. Lze ho vidět na obrázku 3.4. Skládá se ze dvou klapky, ozubené tyčky s magnety, ventilátoru a dvou elektromagnetů. Ventilátor jsem shora zapustil do polystyrenu do jedné z vyřezaných děr. Následně jsem na něj přilepil, pomocí tavné pistole, jednu z klapky. Na druhou díru jsem přilepil pouze

klapku, taktéž pomocí tavné pistole. Klapky mají na sobě ozubení a díky tomu je lze ovládat synchronně pomocí tyčky s magnety. Ozubená tyčka je umístěna naproti ozubeným kolečkům a z druhé strany zajištěna dvěma držáky přilepenými k víku.



Obrázek 3.4: Mechanismus odvětrávání teplého vzduchu.

K tyčce jsou magnety přilepené tak, že severní pól magnetu směřuje z tyčky ven. Jak už je známo, opačné póly magnetu se přitahují, stejné póly se odpuzují a při zapnutí elektromagnetu se tedy magnet na tyčce odpudí od elektromagnetu a klapky se tak buď zavřou nebo otevřou.

Kapitola 4

Matematický model

V této kapitole se budu zabývat matematickým modelem pece. Pro modelování jsem využil zkušeností, které jsem nabyl v kurzu *Modelování a simulace dynamických systému* (MSD). Rozhodl jsem se systém modelovat metodou výkonových vazebních grafů. Konkrétně hovořím o pseudovazebních grafech. Tímto způsobem se modelují tepelné systémy, které nezasahují do více fyzikálních domén například mechanická a tepelná, elektrická a tepelná, a další. Modely jsou charakterizovány pomocí dvou zobecněných veličin, a to pomocí zobecněného úsilí (e) a zobecněného toku (f nebo \dot{q}).

U tepelných systémů tyto zobecněné veličiny jsou:

- zobecněné úsilí - teplota θ (K)
- zobecněný tok - tepelný tok \dot{q} (W), ($J s^{-1}$)

4.1 Spoje typu 0 a 1

Základním stavebním kamenem pro tvorbu grafu jsou spoje typu 0 a 1. Díky nim, lze spojovat prvky mezi sebou. Na spoji typu 0 je společné úsilí a rozdílný tok. Spoj typu 1 má společný tok a rozdílné úsilí. Je zaveden způsob značení úsilí a toků do grafu takový, že na stranu, kde není poloviční šipka, se píše zobecněné úsilí a na stranu, kde poloviční šipka je, se píše zobecněný tok.

Dále se do grafu značí tzv. kauzální značky ($\{|\}$). Ty nám pomáhají určit, jaký typ zobecněné veličiny vstupuje či vystupuje z/do prvku nebo spoje a dokážeme díky nim z grafu extrahovat stavové rovnice. Je-li kauzální značka na straně, kde se nachází poloviční šipka, vstupem do prvku ve směru šipky je úsilí, je-li na straně opačné, vstupem do prvku je tok.

U spoje typu 0 může být v jeden moment zakreslena pouze jedna kauzální značka, ostatní musí být na druhé straně. Naopak to platí u spoje typu 1. Vše vysvětluje obrázek 4.1.



Obrázek 4.1: Kauzální značky na spojích typu 0 a 1.

Tyto rovnosti platí pro spoj typu 0 v obrázku 4.1:

$$\begin{aligned} e_1 &= e_2 = e_3 \\ f_3 &= f_1 - f_2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

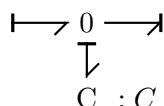
Tyto rovnosti platí pro spoj typu 1 v obrázku 4.1:

$$\begin{aligned} f_1 &= f_2 = f_3 \\ e_3 &= e_1 - e_2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

4.2 Typy zobecněných prvků

Nyní popíšeme prvky, kterými se modelují jednotlivé vlastnosti použitých materiálů a součástek. Začneme zobecněnou poddajností.

Zobecněná poddajnost C s parametrem C . Ta nám v modelu reprezentuje akumulační vlastnost materiálu. Parametr je tepelná kapacita a její jednotky jsou ($\text{J } ^\circ\text{C}^{-1}$). Ve vazebním grafu se napojuje na spoj typu 0, jak lze vidět na obrázku 4.2.

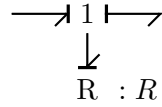


Obrázek 4.2: Zapojení zobecněné poddajnosti na spoj typu 0.

Kauzální značka se u poddajnosti zakresluje spíše na opačném konci, než je poloviční šipka. Je to z důvodu vlastnosti prvku. Může být buď v zapojení integračním a nebo derivačním. Upřednostněná je vlastnost integrační z důvodu, že derivační zapojení je náročné na numerické simulace u blokových diagramů. Pokud tedy je kauzální značka na opačném konci, jak je na obrázku 4.2, výstupní úsilí se spočítá následujícím vztahem (4.3).

$$e = \frac{1}{C} \int \dot{q} dt \quad (4.3)$$

Zobecněný rezistor R s parametrem R. Ten nám reprezentuje izolační vlastnost materiálu. Parametr je tepelná vodivost H , což je převrácená hodnota R , se kterou budu pracovat po celý zbytek projektu. Jednotky R jsou ($^{\circ}\text{C W}^{-1}$). Ve vazebním grafu se napojuje na spoj typu 1, jak lze vidět na obrázku 4.3.

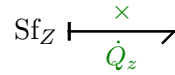


Obrázek 4.3: Zapojení zobecněného rezistoru na spoj typu 1.

Kauzální značka se většinou v grafu zakresluje jako poslední, protože nezáleží na straně, na kterou se zakreslí. V případě 4.3 se výstupní zobecněný tok spočítá vztahem (4.4).

$$\dot{q} = \frac{1}{R}e \quad (4.4)$$

Zdroj zobecněného toku Sf_Z s parametrem \dot{Q}_z . Žárovku jsem modeloval jako zdroj zobecněného toku. Do grafu se zakresluje způsobem, který je na obrázku 4.4.



Obrázek 4.4: Zdroj zobecněného toku Sf_Z .

Vstupem do systému bude napětí U_z (V), kterým budu žárovku řídit. Odebíraný proud I_z (A) spočítám vztahem[7] (4.5).

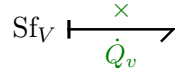
$$I_z = P_{jm} \cdot \frac{U_z^k}{U_{jm}^{1+k}}, \quad (4.5)$$

kde P_{jm} je jmenovitý výkon žárovky 40 W, U_{jm} je jmenovité napětí žárovky 230 V a k se spočítá vztahem $k = \log(n/10)$, kde n je hodnota kolikrát klesne výkon při desetinné změně jmenovitého napětí, která je typicky $n = 30$, tedy $k = 0,477$.

Tok \dot{Q}_z (W) se spočítá vztahem (4.6):

$$\dot{Q}_z = I_z U_z = P_{jm} \cdot \frac{U_z^{0,477}}{U_{jm}^{1,477}} U_z \quad (4.6)$$

Zdroj zobecněného toku Sf_V s parametrem \dot{Q}_v . Ventilátor jsem modeloval jako zdroj zobecněného toku. Do grafu se zakresluje způsobem, který je na obrázku 4.5.



Obrázek 4.5: Zdroj zobecněného toku Sf_V .

Vstupem do systému bude napětí U_v (V). Výstupní tok \dot{Q}_v W spočítám vztahem (4.7):

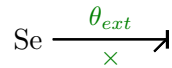
$$\dot{Q}_v = c \cdot \rho \cdot Q(U_v) \cdot \Delta T, \quad (4.7)$$

kde $c = 1003 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}$ je měrná tepelná kapacita vzduchu, $\rho = 1,25 \text{ kg m}^{-3}$ hustota vzduchu, $Q(U_v) = 0,0005583 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$ průtok vzduchu na Volt, ΔT rozdíl teploty okolí θ_{ext} a teploty uvnitř $\theta_2 = \frac{q_2}{C_2}$.

Výsledný vztah pro \dot{Q}_v (4.8):

$$\dot{Q}_v = 0,7 \cdot (\theta_2 - \theta_{ext}) \cdot U_v, \quad (4.8)$$

Zdroj zobecněného úsilí Se s parametrem θ_{ext} . Teplotu okolí jsem modeloval pomocí zdroje zobecněného úsilí. V grafu se značí způsobem, který je na obrázku 4.6. Parametr θ_{ext} bude mít hodnotu teploty v místnosti.



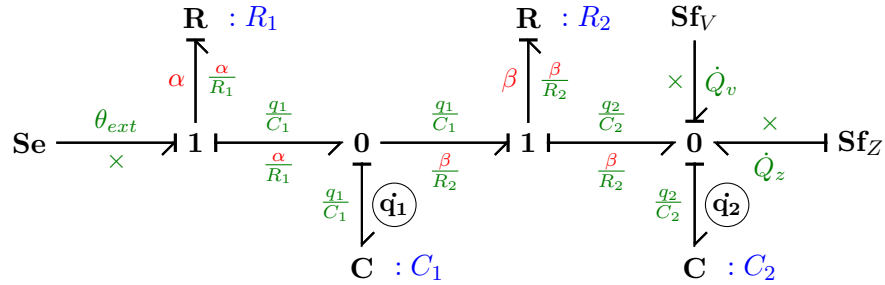
Obrázek 4.6: Zdroj zobecněného úsilí Se .

Všechny tyto prvky budou zakomponovány v pseudovazebním grafu. Každé dvojici prvků R a C odpovídá vždy jedna vrstva materiálu.

4.3.1 Zjednodušený pseudovazební graf modelu pece

Po provedení série experimentů, kde jsem měřil teplotu mezi každou vrstvou použitých materiálů, výsledky ukázaly, že teplota mezi stěnou plastové nádoby a stěnou z polystyrenu, se velmi podobá teplotě okolí, což naznačuje, že se tepelné vlastnosti plastového materiálu neprojeví. Tento závěr platí podobně i pro plíšek.

V důsledku této analýzy jsem vazební graf systému zjednodušil pouze na dvě nové stavové proměnné \dot{q}_1 a \dot{q}_2 . Parametry R_1 a C_1 nyní nově korespondují s tepelnými vlastnostmi polystyrenu, zatímco parametry R_2 a C_2 představují tepelné vlastnosti vláknocementové desky. Zjednodušený vazební graf je znázorněn na obrázku 4.8. Tato zjednodušená reprezentace mi umožňuje pracovat s systémem druhého řádu, což značně usnadňuje další analýzu a modelování.



Obrázek 4.8: Zjednodušený pseudovazební graf s popsány úsilími a toky.

Vazební graf lze převést na rovnice jednoduchým způsobem. Parametry α a β jsou pouze substituce za delší vztahy, které by graf udělaly nepřehledným. Dají se vyjádřit pomocí znalosti vlastnosti spoje typu 1 (4.2).

$$\alpha = \theta_{ext} - \frac{q_1}{C_1}$$

$$\beta = \frac{q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_2}$$

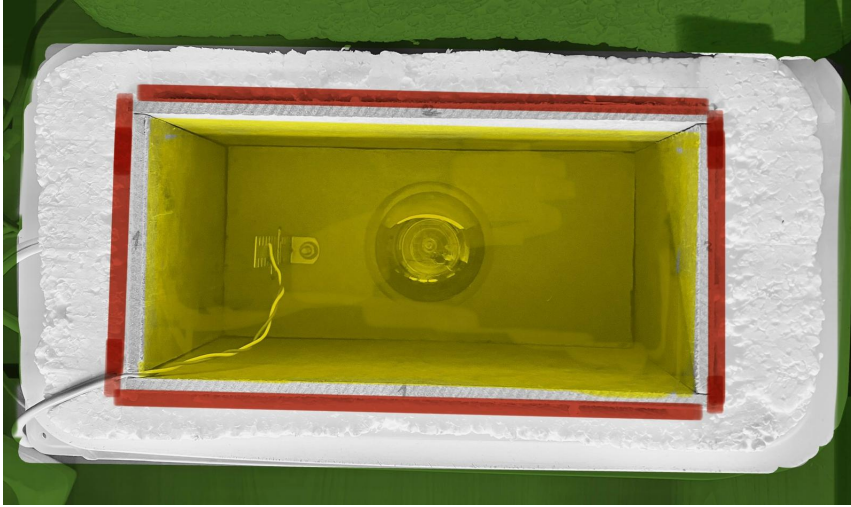
Nyní mohu z grafu extrahovat stavové rovnice. Zvolím si jednu stavovou proměnnou, například \dot{q}_1 . Kdybych se měl řídit postupem (4.1), tak do spoje 0, kde je stavová proměnná \dot{q}_1 , vstupuje tok $\frac{\alpha}{R_1}$ a vystupuje tok $\frac{\beta}{R_2}$. Tím dostanu následující rovnici:

$$\dot{q}_1 = \frac{\alpha}{R_1} - \frac{\beta}{R_2} \quad (4.9)$$

Obdobným způsobem dostanu druhou rovnici:

$$\dot{q}_2 = \frac{\beta}{R_2} - \dot{Q}_v + \dot{Q}_z \quad (4.10)$$

Na obrázku 4.9 jsou pro přehlednost barevně označeny teploty v jednotlivých vrstvách.



Obrázek 4.9: Barevné vyznačení uvažovaných teplot.

Význam barev:

- Zelená barva značí teplotu okolí θ_{ext} .
- Červená barva značí teplotu mezi vrstvou polystyrenu a deskou $\theta_1 = \frac{q_1}{C_1}$.
- Žlutá barva značí teplotu uvnitř pece $\theta_2 = \frac{q_2}{C_2}$.

4.4 Nelineární model

Po dosazení za α , β , \dot{Q}_v a \dot{Q}_z do rovnic (4.9) a (4.10) dostanu nelineární rovnice tohoto systému (4.11). Přidám k nim i výstupní rovnici, kde za výstup považuji teplotu uvnitř pece, což je moje regulovaná veličina.

Nelineární rovnice systému:

$$\begin{aligned}
 \dot{q}_1 &= -\frac{(R_1 + R_2)}{C_1 R_1 R_2} q_1 + \frac{1}{C_2 R_2} q_2 + \frac{1}{R_1} \theta_{ext} \\
 \dot{q}_2 &= \frac{1}{C_1 R_2} q_1 - \frac{1}{C_2 R_2} q_2 - 0,7 \left(\frac{q_2}{C_2} - 1,3 \theta_{ext} \right) U_v + 40 \frac{U_z^{0,477}}{230^{1,477}} \cdot U_z \\
 y &= \frac{1}{C_2} q_2
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Význam použitých proměnných:

- $\mathbf{x} = (q_1, q_2)$ je vektor stavových proměnných, kde q (J) je teplo.
- $\mathbf{u} = (U_v, U_z)$ je vektor vstupů, kde U_v (V) je vstupní napětí ventilátoru a U_z (V) je vstupní napětí žárovky.
- y je výstup, kterou je teplota v peci $\theta_2 = \frac{q_2}{C_2}$ ($^{\circ}\text{C}$).

Hodnotu jsem zaokrouhlil na $1000 \text{ J } ^\circ\text{C}^{-1}$ a rozdělil napůl.

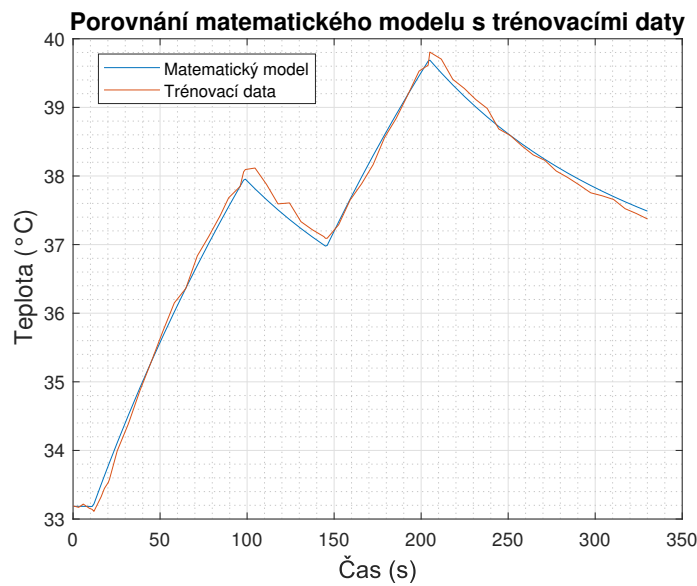
$$C_1 = C_2 = 500 \text{ J } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Hodnotu R_1 jsem nastavil na $10 \text{ } ^\circ\text{C W}^{-1}$ a hodnotu R_2 na $1 \text{ } ^\circ\text{C W}^{-1}$, protože vláknocementová deska vede teplo lépe než polystyren. Tyto hodnoty jsem následně zadal do simulačního programu *Parametr Estimator*.

Finální hodnoty parametrů:

$$\begin{aligned} R_1 &= 3,466 \text{ } ^\circ\text{C W}^{-1} \\ R_2 &= 0,3001 \text{ } ^\circ\text{C W}^{-1} \\ C_1 &= 781,1 \text{ J } ^\circ\text{C}^{-1} \\ C_2 &= 570,8 \text{ J } ^\circ\text{C}^{-1} \end{aligned} \quad (4.12)$$

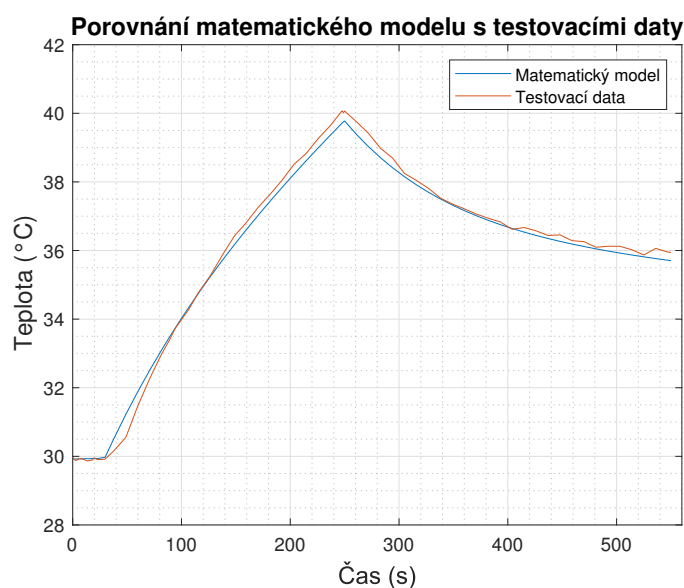
Tyto hodnoty byly odhadovány na "fitovacích"¹ datech změřených na fyzickém modelu. Jejich porovnání lze vidět na obrázku 4.11.



Obrázek 4.11: Porovnání trénovacích dat s matematickým modelem.

Následně jsem na fyzickém modelu změřil další testovací průběh a otestoval na něm můj nelineární model viz obrázek 4.12.

¹Data, která se používají k naladění nelineárního systému.



Obrázek 4.12: Porovnání testovacích dat s matematickým modelem.

4.5 Lineární model

Sada diferenciálních rovnic (4.11) lze přepsat do lineárního stavového modelu (4.13).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}\end{aligned}\quad (4.13)$$

\mathbf{x} je vektor stavových proměnných $\mathbf{x} = (q_1, q_2)$ a \mathbf{u} je vektor vstupů $\mathbf{u} = (U_v, U_z)$.

Abych mohl vytvořit lineární model, musím si zvolit pracovní bod, ve kterém udělám lineární aproximaci. Rozhodl jsem se udělat čtyři aproximace. Při 30 °C a 40 °C s vypnutým ventilátorem $U_v = 0$ V

$$P_1 = (q_{1p}; q_{2p}; U_{vp}; U_{zp}; y_p) = (q_{1p}; q_{2p}; 0; U_{zp}; 30)$$

$$P_2 = (q_{1p}; q_{2p}; U_{vp}; U_{zp}; y_p) = (q_{1p}; q_{2p}; 0; U_{zp}; 40)$$

a při 30 °C a 40 °C se zapnutým ventilátorem $U_v = 3.5$ V

$$P_3 = (q_{1p}; q_{2p}; U_{vp}; U_{zp}; y_p) = (q_{1p}; q_{2p}; 3,5; U_{zp}; 30)$$

$$P_4 = (q_{1p}; q_{2p}; U_{vp}; U_{bz}; y_p) = (q_{1p}; q_{2p}; 3,5; U_{bz}; 40).$$

Zbylé neznámé se dají dopočítat dosazením do rovnic (4.11). Po dosazení vychází pracovní body, při uvažování teploty okolí $\theta_{ext} = 22$ °C, následovně:

$$P_1 = (22996; 17124; 0; 31,51; 30) \quad (4.14)$$

$$P_2 = (30184; 22831; 0; 54,57; 40) \quad (4.15)$$

$$P_3 = (22996; 17124; 3,5; 60,42; 30) \quad (4.16)$$

$$P_4 = (30184; 22831; 3,5; 200,7; 40) \quad (4.17)$$

4.5.1 Matice lineárního stavového modelu

Matici systému \mathbf{A} vytvořím jednoduše. Parciálně se zderivuje každá rovnice z (4.11) podle stavových proměnných q_1 a q_2 a dosadím pracovní bod. U matice \mathbf{A}_1 dosazují body P_1 a P_2 a u matice \mathbf{A}_2 body P_3 a P_4 .

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial q_1} \right|_{P_{1,2}} & \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial q_2} \right|_{P_{1,2}} \\ \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial q_1} \right|_{P_{1,2}} & \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial q_2} \right|_{P_{1,2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{(R_1+R_2)}{C_1 R_1 R_2} & \frac{1}{C_2 R_2} \\ \frac{1}{C_1 R_2} & -\frac{1}{C_2 R_2} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -0,004623 & 0,005821 \\ 0,004254 & -0,005821 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2 &= \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial q_1} \right|_{P_{3,4}} & \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial q_2} \right|_{P_{3,4}} \\ \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial q_1} \right|_{P_{3,4}} & \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial q_2} \right|_{P_{3,4}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{(R_1+R_2)}{C_1 R_1 R_2} & \frac{1}{C_2 R_2} \\ \frac{1}{C_1 R_2} & -\frac{1}{C_2 R_2} - 0,7 \frac{U_v}{C_3} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -0,004623 & 0,005821 \\ 0,004254 & -0,010116 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Matici řízení \mathbf{B} se vytvoří obdobně. Nyní se musí ale dosadit pracovní body. Matice \mathbf{B}_1 koresponduje s bodem P_1 a podobně.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_v} \right|_{P_1} & \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_z} \right|_{P_1} \\ \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_v} \right|_{P_1} & \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_z} \right|_{P_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \left. 0,7(1,3\theta_{ext} - \frac{q_2}{C_2}) \right|_{P_1} & \left. \frac{59,08U_z^{0,477}}{2301,477} \right|_{P_1} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0,9799 & 0,09952 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_2 &= \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_v} \right|_{P_2} & \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_z} \right|_{P_2} \\ \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_v} \right|_{P_2} & \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_z} \right|_{P_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0,7(1,3\theta_{ext} - \frac{q_2}{C_2}) \Big|_{P_2} & \frac{59,08U_z^{0,477}}{230^{1,477}} \Big|_{P_2} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -7,9799 & 0,1293 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_3 &= \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_v} \right|_{P_3} & \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_z} \right|_{P_3} \\ \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_v} \right|_{P_3} & \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_z} \right|_{P_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0,7(1,3\theta_{ext} - \frac{q_2}{C_2}) \Big|_{P_3} & \frac{59,08U_z^{0,477}}{230^{1,477}} \Big|_{P_3} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0,9799 & 0,1358 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_4 &= \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_v} \right|_{P_4} & \left. \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial U_z} \right|_{P_4} \\ \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_v} \right|_{P_4} & \left. \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial U_z} \right|_{P_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0,7(1,3\theta_{ext} - \frac{q_2}{C_2}) \Big|_{P_4} & \frac{59,08U_z^{0,477}}{230^{1,477}} \Big|_{P_4} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -7,9799 & 0,2407 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Matici výstupů \mathbf{C} se vytvoří zderivováním výstupní rovnice podle stavových proměnných.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial y}{\partial q_1} \right|_P & \left. \frac{\partial y}{\partial q_2} \right|_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0,001752 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Matice \mathbf{D} je nulová.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

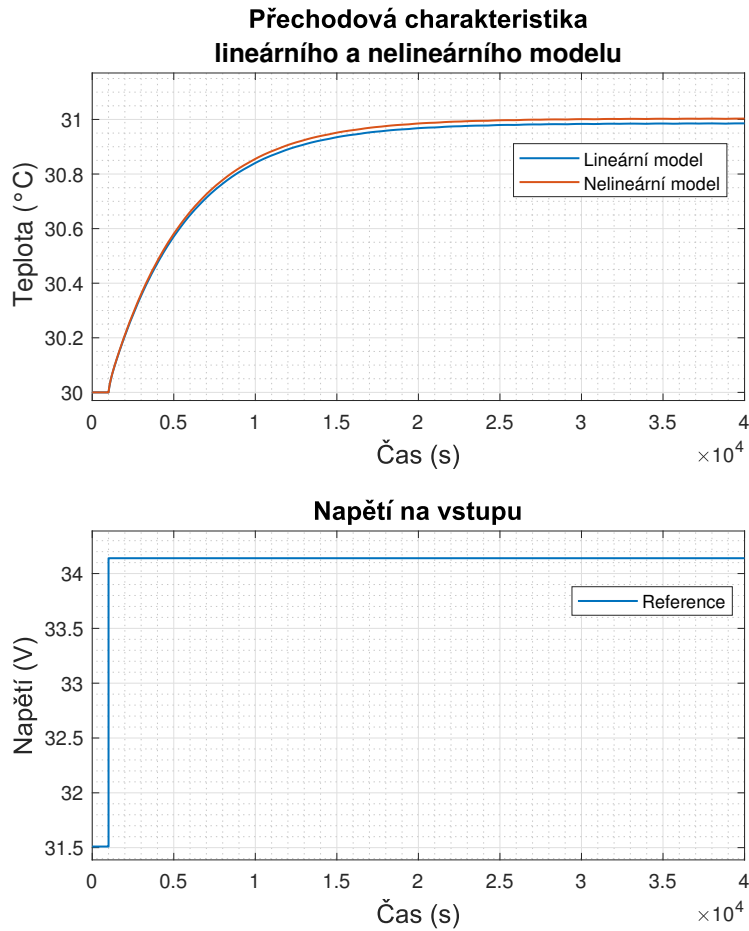
■ 4.5.2 Přenos systému

Nyní, když mám všechny potřebné matice, dokážu spočítat přenos systému $\mathbf{G}(s)$ pomocí vztahu (4.26). Vždy budu uvádět přenosy pro vstup U_z .

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (4.26)$$

Přenos $G_1(s)$ platí pro pracovní bod P_1 a matice \mathbf{A}_1 a \mathbf{B}_1 . Jeho přechodovou charakteristiku v okolí pracovního bodu P_1 lze vidět na obrázku 4.13.

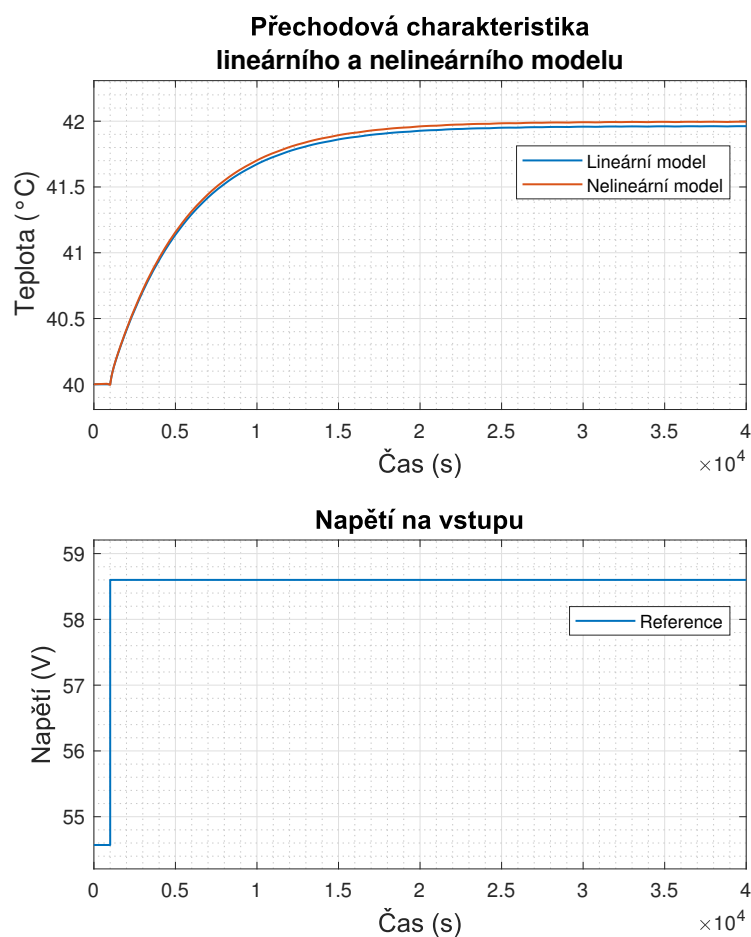
$$G_1(s) = \frac{\theta_2(s)}{U_z(s)} = \frac{0,0001744s + 8,061 \cdot 10^{-7}}{s^2 + 0,01044s + 2,15 \cdot 10^{-6}} \quad (4.27)$$



Obrázek 4.13: Odezva lineárního systému s přenosem $G_1(s)$ a nelineárního systému na skok z 31,51 V na 34,14 V.

Přenos $G_2(s)$ platí pro pracovní bod P_2 a matice \mathbf{A}_1 a \mathbf{B}_2 . Jeho přechodovou charakteristiku v okolí pracovního bodu P_2 lze vidět na obrázku 4.14.

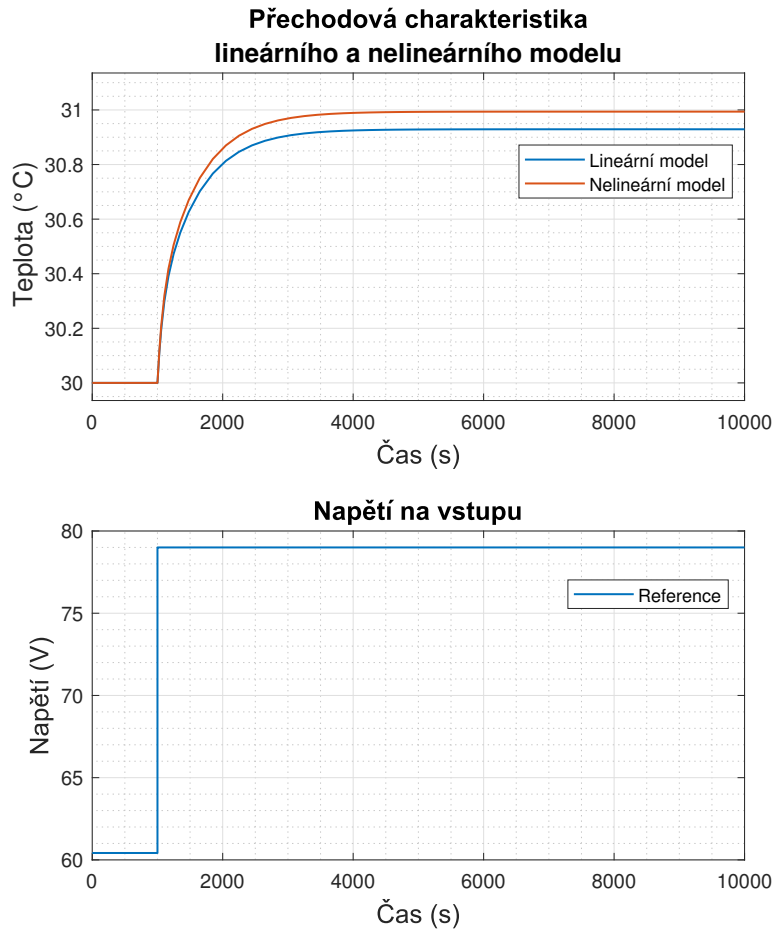
$$G_2(s) = \frac{\theta_2(s)}{U_z(s)} = \frac{0,0002265s + 1,047 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0,01044s + 2,15 \cdot 10^{-6}} \quad (4.28)$$



Obrázek 4.14: Odezva lineárního systému s přenosem $G_2(s)$ a nelineárního systému na skok z 54,57 V na 58,6 V.

Přenos $G_3(s)$ platí pro pracovní bod P_3 a matice \mathbf{A}_2 a \mathbf{B}_3 . Jeho přechodovou charakteristiku v okolí pracovního bodu P_3 lze vidět na obrázku 4.15.

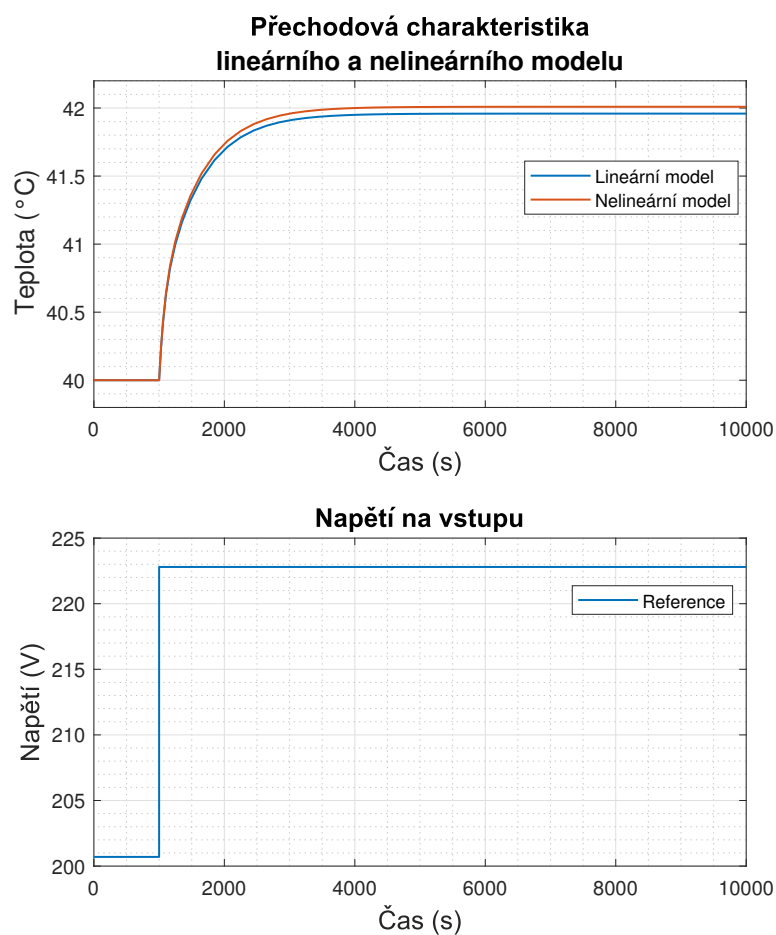
$$G_3(s) = \frac{\theta_2(s)}{U_z(s)} = \frac{0,0002379s + 1,1 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0,01474s + 2,199 \cdot 10^{-5}} \quad (4.29)$$



Obrázek 4.15: Odezva lineárního systému s přenosem $G_3(s)$ a nelineárního systému na skok z 60,42 V na 79 V.

Přenos $G_4(s)$ platí pro pracovní bod P_4 a matice \mathbf{A}_2 a \mathbf{B}_4 . Jeho přechodovou charakteristiku v okolí pracovního bodu P_4 lze vidět na obrázku 4.16.

$$G_4(s) = \frac{\theta_2(s)}{U_z(s)} = \frac{0,0004217s + 1,95 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0,01474s + 2,199 \cdot 10^{-5}} \quad (4.30)$$



Obrázek 4.16: Odezva lineárního systému s přenosem $G_4(s)$ a nelineárního systému na skok z 200,7 V na 222,8 V.

Kapitola 5

Návrh regulátorů

V této kapitole se budu věnovat návrhu zpětnovazebního regulátoru pomocí metody Root Locus v softwaru MATLAB. Root Locus je grafická metoda, která umožňuje libovolně manipulovat jak s nulami a póly regulátoru, tak s póly uzavřené smyčky a to přímo v komplexní S-rovině. Změnou těchto parametrů se dokáže dosáhnout požadovaných vlastností jako je doba ustálení, rychlost odezvy, překmit a další. Využívá se přenosu uzavřené smyčky

$$T(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}, \quad (5.1)$$

kde $R(s)$ je přenos regulátoru a $G(s)$ je přenos systému a charakteristický polynom, kde jeho kořeny jsou póly uzavřené smyčky, je ve tvaru

$$1 + KL(s) = 0, \quad (5.2)$$

kde K je zesílení regulátoru a $L(s)$ odpovídá $R(s)G(s)$, kde se $L(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$, tedy lze psát

$$a(s) + Kb(s) = 0 \quad (5.3)$$

5.1 Proporcionálně integrační (PI) regulátor

V pracovním bodě P_3 (4.16) jsem se rozhodl regulátor nenavrhnout z důvodu nepřesnosti lineárního modelu viz obrázek 4.15. V okolí tohoto pracovního bodu se pravděpodobně projevuje nelinearita žárovky. U skoku o téměř 19 V dochází ke změně proudu I_z o 20 mA, kdežto u ostatních pracovních bodů je změna do 10 mA.

Požadavkem na regulátor PI je dosažení pokud možno nejrychlejšího náběhu, bez překmitu. Abych dosáhl požadavku na 0% překmit, musí póly uzavřené smyčky ležet na reálné ose, tedy musí být čistě reálné.

Přenosová funkce regulátoru PI (5.4)

$$R_1(s) = \frac{K_p s + K_i}{s} \quad (5.4)$$

5.1.1 PI regulátor pro přenos G_1

Vypočtený přenos v pracovním bodě P_1 (4.14) je přenos (4.27)

$$G_1(s) = \frac{0,0001744s + 8,061 \cdot 10^{-7}}{s^2 + 0,01044s + 2,15 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,0001744(s + 0,004623)}{(s + 0,01023)(s + 0,0002101)}.$$

Systém má

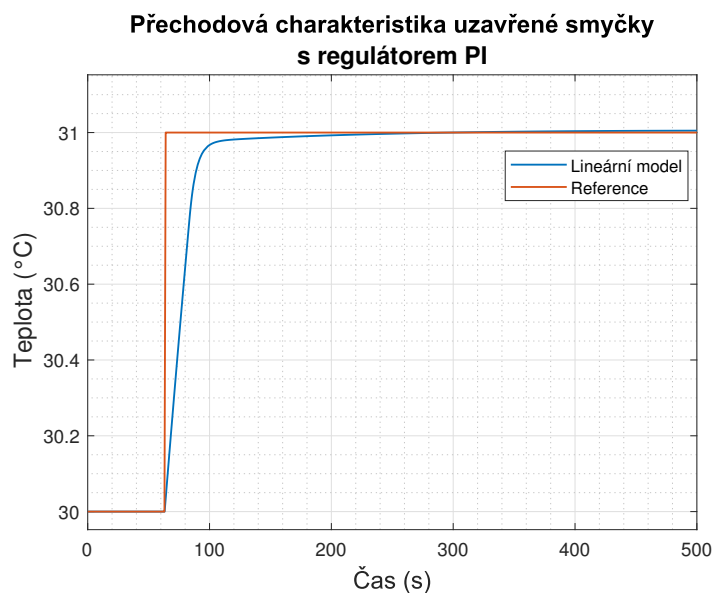
- dva póly $p = [-0,01023; -0,0002101]$,
- jednu nulu $n = -0,004623$,
- zesílení $k = 0,0001744$.

Po dosazení $G_1(s)$ a $R_1(s)$ do (5.2) dostanu

$$1 + K \frac{0,0001744(s + 0,004623)(s + n)}{s(s + 0,01023)(s + 0,0002101)} = 0, \quad (5.5)$$

kde $K = K_p$ a $n = \frac{K_i}{K_p}$. Po přepsání rovnice do (5.3) bych dostal její kořeny, tedy póly uzavřené smyčky v závislosti na parametrech K a n . Z důvodu vysokého stupně polynomu, tuto část výpočtu vynechám.

Při nastavení nuly n na $-0,003$ a zesílení K na 1000 jsem dosáhl optimální přechodové odezvy systému, kterou lze vidět níže na obrázku 5.1.

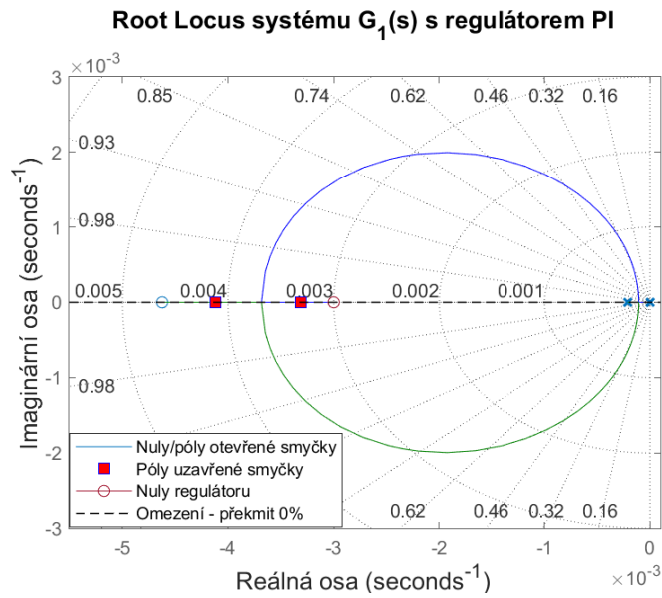


Obrázek 5.1: Odezva lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ s regulátorem PI.

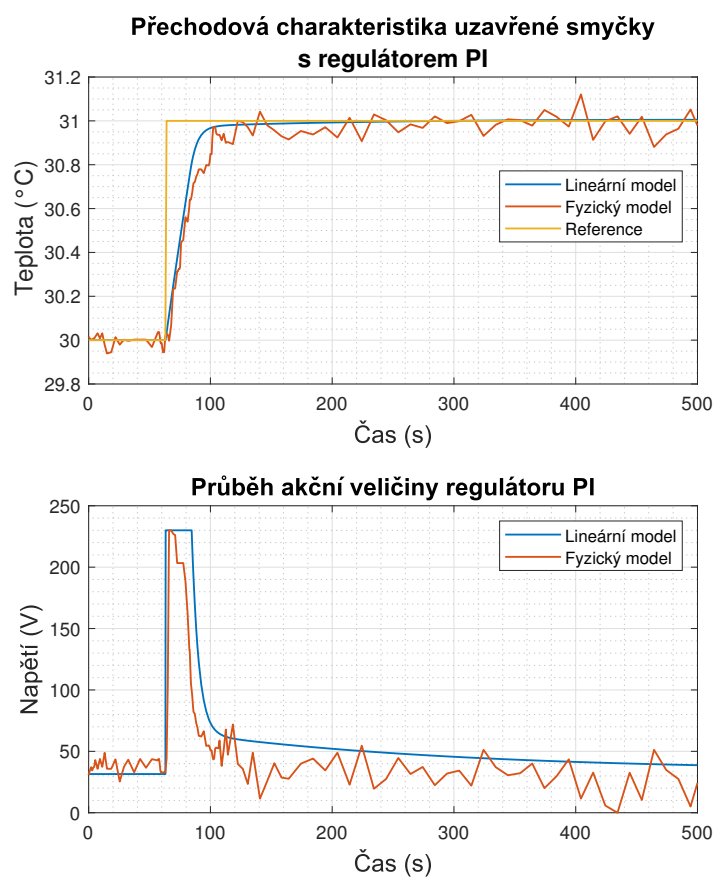
Dosazením hodnot K a n dostanu proporcionální konstantu $K_p = 1000$ a integrační konstantu $K_i = 3$. Pozice pólů uzavřené smyčky jsou:

$$(p_1 = -0,1774; \quad p_2 = -0,004118; \quad p_3 = -0,003311)$$

Po otestování regulátoru na lineárním modelu jsem regulátor otestoval na modelu fyzickém jehož odezvu lze vidět na obrázku 5.3 spolu s akční veličinou regulátoru. Na obrázku 5.2 je pak vidět Root Locus systému $G_1(s)$ a regulátoru PI.



Obrázek 5.2: Root Locusu systému $G_1(s)$ a regulátoru PI.



Obrázek 5.3: Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PI.

5.1.2 PI regulátor pro přenos G_2

Vypočtený přenos v pracovním bodě P_2 (4.15) je (4.28)

$$G_2(s) = \frac{0,0002265s + 1,047 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0,01044s + 2,15 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,0002265(s + 0,004623)}{(s + 0,01023)(s + 0,0002101)}.$$

System má

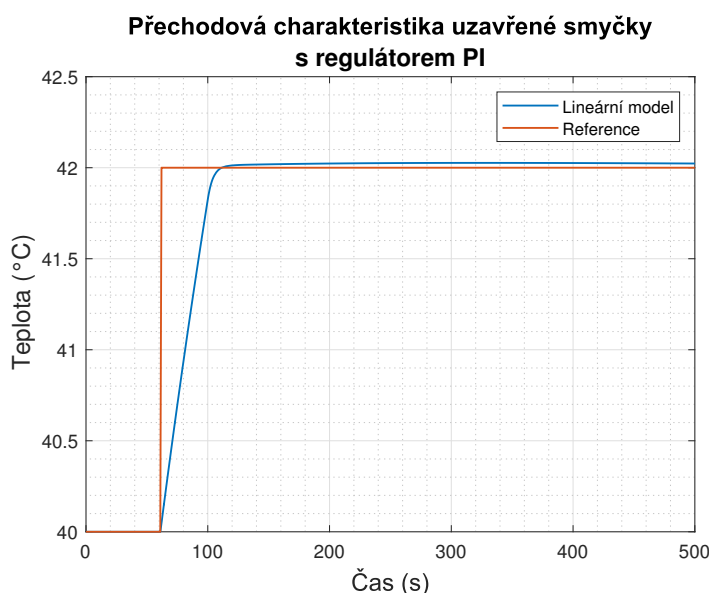
- dva póly $p = [-0,01023; -0,0002101]$,
- jednu nulu $n = -0,004623$,
- zesílení $k = 0,0002265$.

Po dosazení $G_2(s)$ a $R_1(s)$ do (5.2) dostanu

$$1 + K \frac{0,0002265(s + 0,004623)(s + n)}{(s + 0,01023)(s + 0,0002101)} = 0, \quad (5.6)$$

kde $K = K_p$ a $n = \frac{K_i}{K_p}$. Zde jsem musel navrhnout regulátor s malým přemitem, protože po odzkoušení regulátoru bez překmitu byl fyzický model podtlumený a nedokázal se k žádané hodnotě přiblížit. Ustálil se na průměrné hodnotě 41,7 °C. Mohl jsem zvětšit zesílení K , ale to by zesílení bylo až příliš velké.

Optimální odezvy docílím nastavení nuly n na $-0,0028$ a zesílení K na 1000, kterou lze vidět níže na obrázku 5.4.

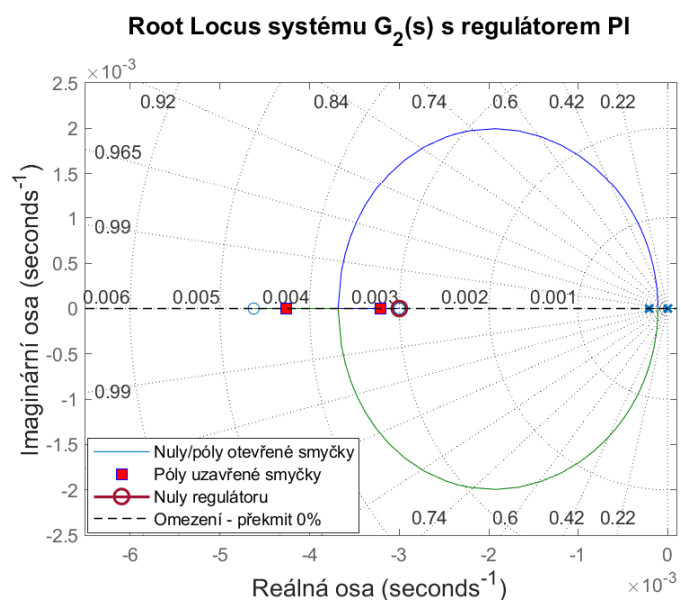


Obrázek 5.4: Odezva lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ s regulátorem PI.

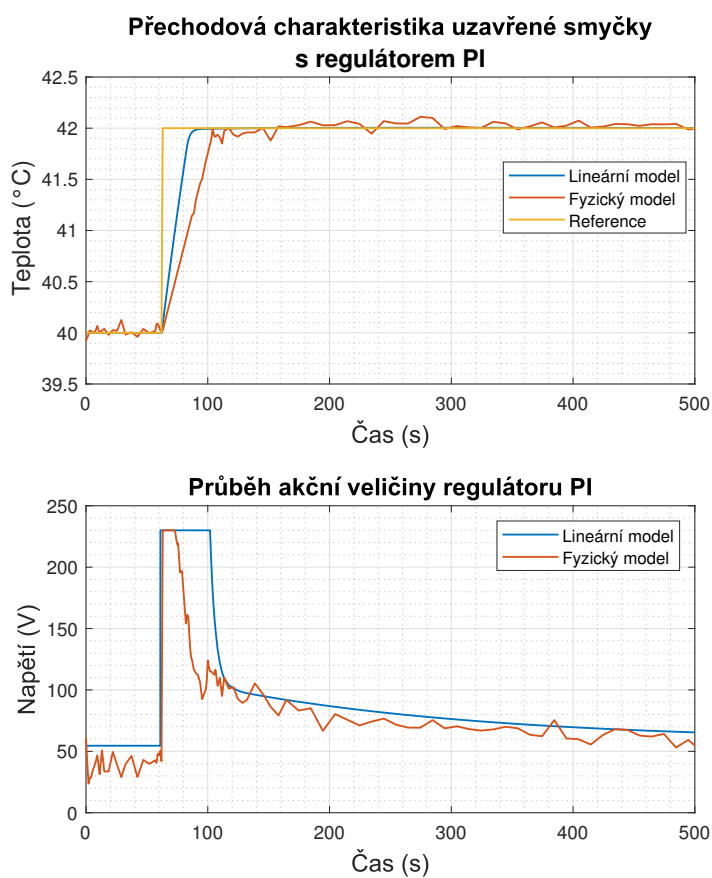
Dosazením hodnot K a n dostanu proporcionální konstantu $K_p = 1000$ a integrační konstantu $K_i = 2,8$. Pozice pólů uzavřené smyčky jsou:

$$(p_1 = -0,2297; \quad p_2 = -0,004318; \quad p_3 = -0,002957)$$

Průběh fyzického modelu lze vidět na obrázku 5.6 spolu s akční veličinou regulátoru. Root Locus systému $G_2(s)$ a regulátoru PI je na obrázku 5.5.



Obrázek 5.5: Root Locusu systému $G_2(s)$ a regulátoru PI.



Obrázek 5.6: Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PI.

5.1.3 PI regulátor pro přenos G_4

Vypočtený přenos v pracovním bodě P_4 (4.17) je (4.30)

$$G_4(s) = \frac{0,0004217s + 1,047 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0,01474s + 2,199 \cdot 10^{-5}} = \frac{0,0004217(s + 0,004623)}{(s + 0,01305)(s + 0,001685)}$$

System má

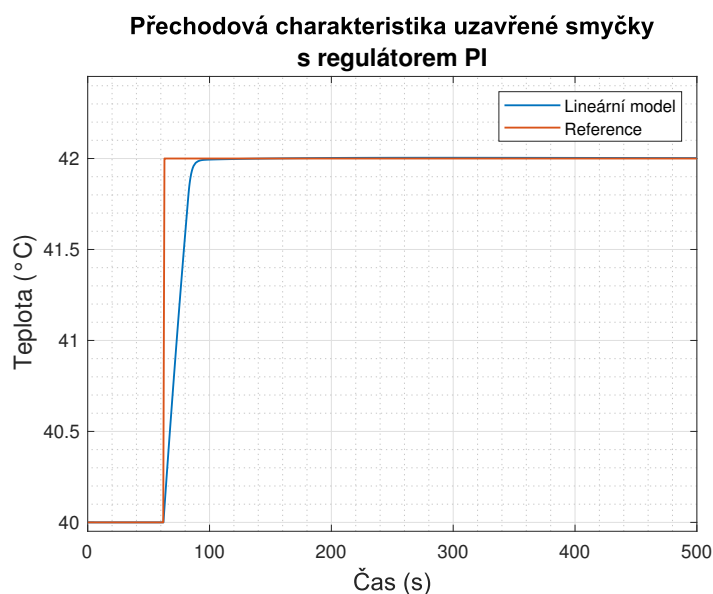
- dva póly $p = [-0,01305; -0,001685]$,
- jednu nulu $n = -0,004623$,
- zesílení $k = 0,0004217$.

Po dosazení $G_4(s)$ a $R_1(s)$ do (5.2) dostanu

$$1 + K \frac{0,0004217(s + 0,004623)(s + n)}{(s + 0,01305)(s + 0,001685)} = 0, \quad (5.7)$$

kde $K = K_p$ a $n = \frac{K_i}{K_p}$.

Nastavením nuly n na $-0,011$ a zesílení K na 1000 jsem docílil optimální odezvy systému, která je vidět na obrázku 5.7.

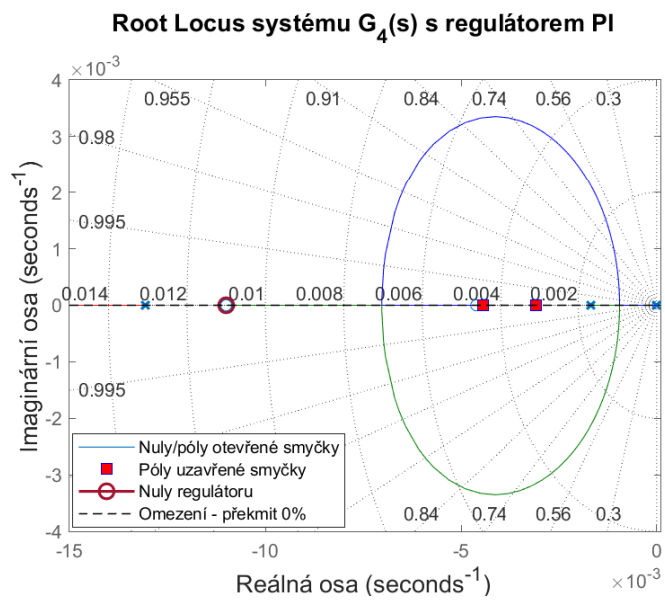


Obrázek 5.7: Odezva lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ s regulátorem PI.

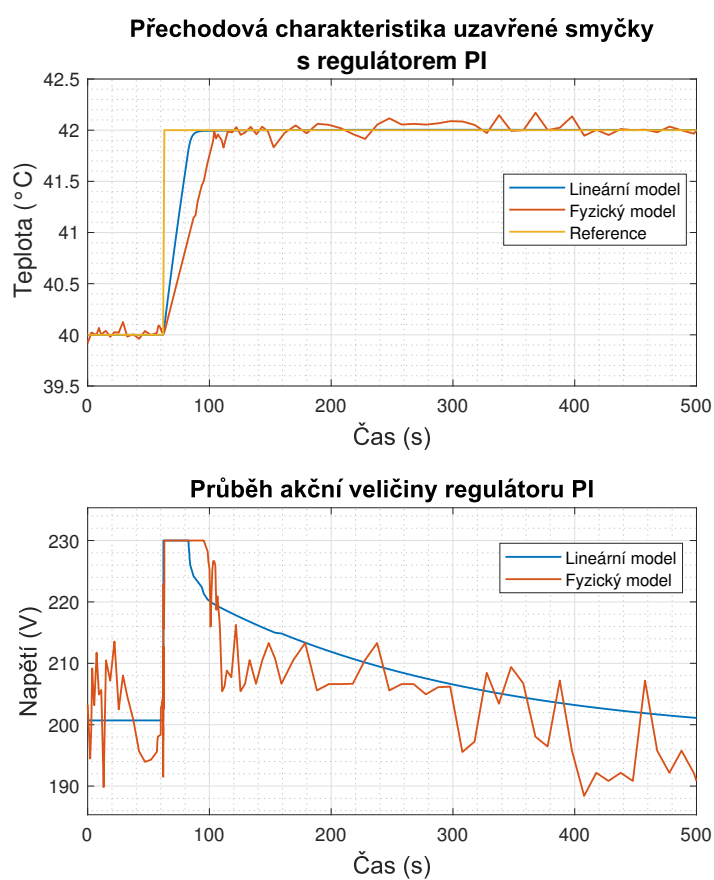
Dosazením hodnot K a n dostanu proporcionální konstantu $K_p = 1000$ a integrační konstantu $K_i = 11$. Pozice pólů uzavřené smyčky jsou:

$$(p_1 = -0,4208; \quad p_2 = -0,003064; \quad p_3 = -0,00445)$$

Na obrázku 5.9 je vidět porovnání průběhů fyzického a lineárního modelu a akční veličina regulátoru. Dále na obrázku 5.8 je vidět zakreslení jejich nul, pólů a pólů uzavřené smyčky v Root Locus.



Obrázek 5.8: Root Locusu systému $G_4(s)$ a regulátoru PI.



Obrázek 5.9: Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PI.

5.2 Proporcionálně integračně derivační (PID) regulátor

Požadavkem na regulátor PID je dosažení nejrychlejší doby ustálení s překmitem maximálně 2%. Zde se musí v Root Locusu zakreslit omezení, které zamezuje umístění pólů uzavřené smyčky vpravo od tohoto omezení.

Přenosová funkce regulátoru PID (5.8)

$$R_2(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad (5.8)$$

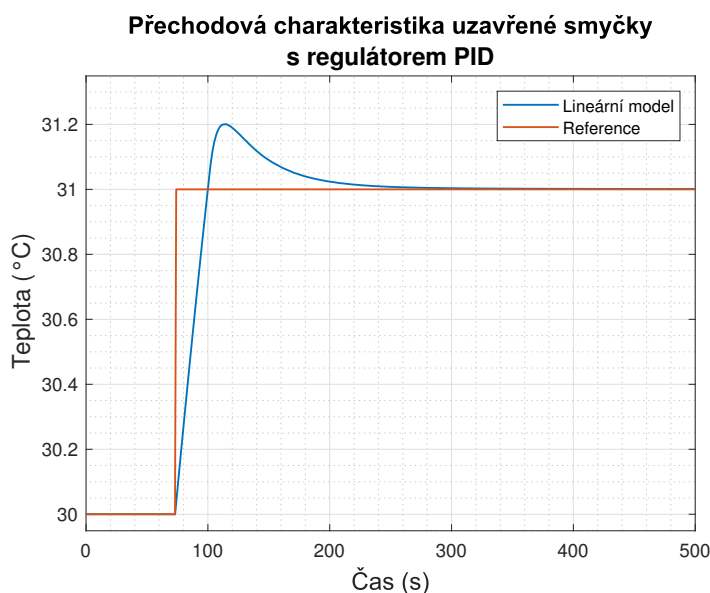
5.2.1 PID regulátor pro přenos G_1

Po dosazení $G_1(s)$ a $R_2(s)$ do (5.2) dostanu

$$1 + K \frac{0,0001744(s + 0,004623)(s + n_1)(s + n_2)}{s(s + 0,01023)(s + 0,0002101)} = 0, \quad (5.9)$$

kde $K = K_d$, $n_1 + n_2 = \frac{K_p}{K_d}$ a $n_1 \cdot n_2 = \frac{K_i}{K_d}$. Po přepsání do (5.3) bych dostal její kořeny, tedy póly uzavřené smyčky v závislosti na parametrech K , n_1 a n_2 . Z důvodu vysokého stupně polynomu tuto část výpočtu vynechám.

Nastavením n_1 na $-19,9$, n_2 na $-0,02553$ a zesílení K na $50,19$ jsem dosáhl odezvy, která je na obrázku 5.10.



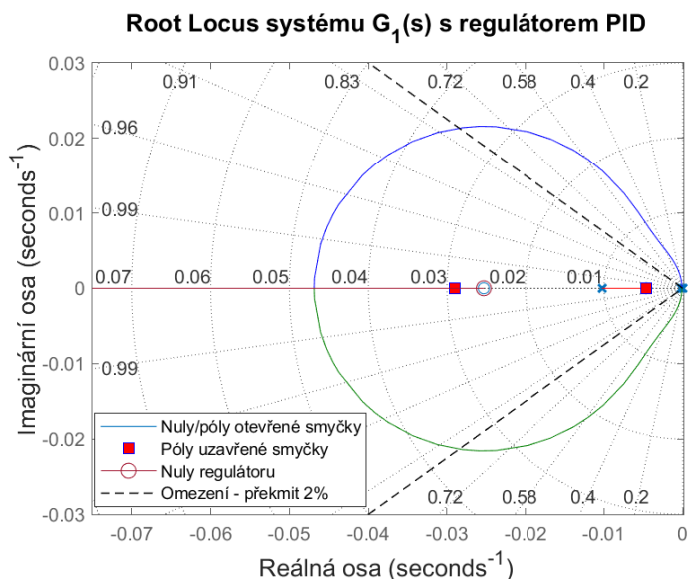
Obrázek 5.10: Odezva lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ s regulátorem PID.

Dosazením hodnot K , n_1 a n_2 dostanu proporcionální konstantu $K_p = 1000$ a integrační konstantu $K_i = 25,3$ a derivační konstantu $K_d = 50,19$. Pozice

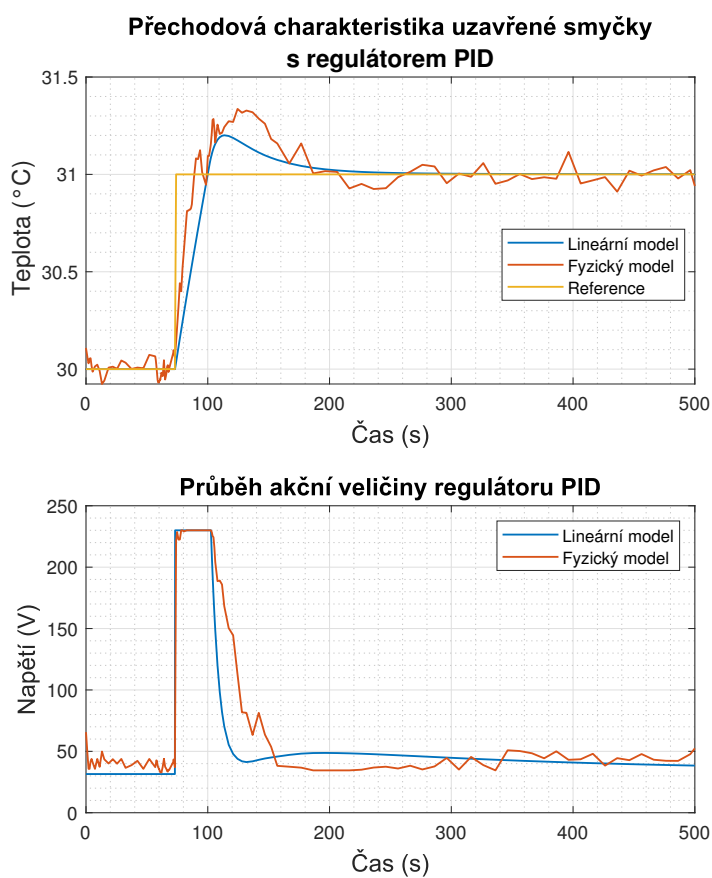
pólů uzavřené smyčky jsou:

$$(p_1 = -0,1495; p_2 = -0,02904; p_3 = -0,004655)$$

Po otestování navrženého regulátoru na lineárním modelu jsem regulátor otestoval na modelu fyzickém. Na obrázku 5.12 je vidět porovnání průběhů fyzického a lineárního modelu a jejich akčních veličin. Dále na obrázku 5.11 je vidět jejich Root Locus.



Obrázek 5.11: Root Locusu systému $G_1(s)$ a regulátoru PID.



Obrázek 5.12: Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_1(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PID.

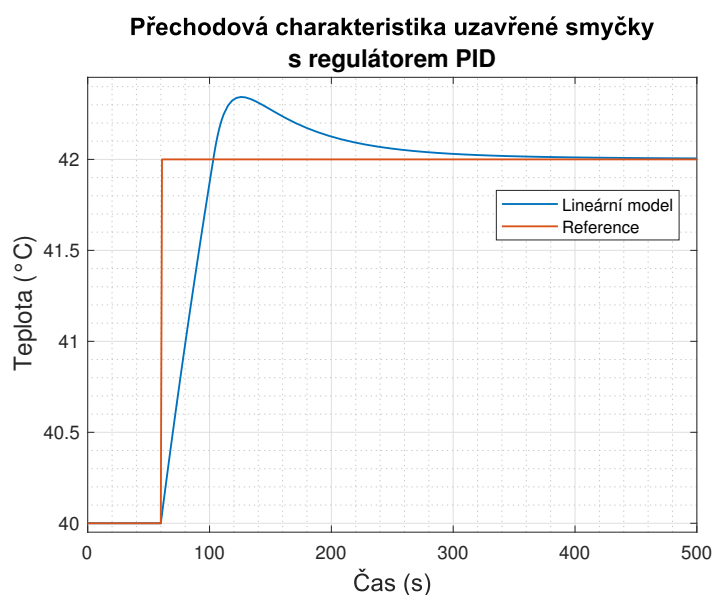
5.2.2 PID regulátor pro přenos G_2

Po dosazení $G_2(s)$ a $R_2(s)$ do (5.2) dostanu

$$1 + K \frac{0,0002265(s + 0,004623)(s + n_1)(s + n_2)}{(s + 0,01023)(s + 0,0002101)} = 0, \quad (5.10)$$

kde $K = K_d$, $n_1 + n_2 = \frac{K_p}{K_d}$ a $n_1 \cdot n_2 = \frac{K_i}{K_d}$.

Nulu n_1 jsem nastavil na -0.9837 , n_2 na -0.01626 a zesílení K na 500. Níže na obrázku 5.13 je vidět odezva navrženého regulátoru PID.

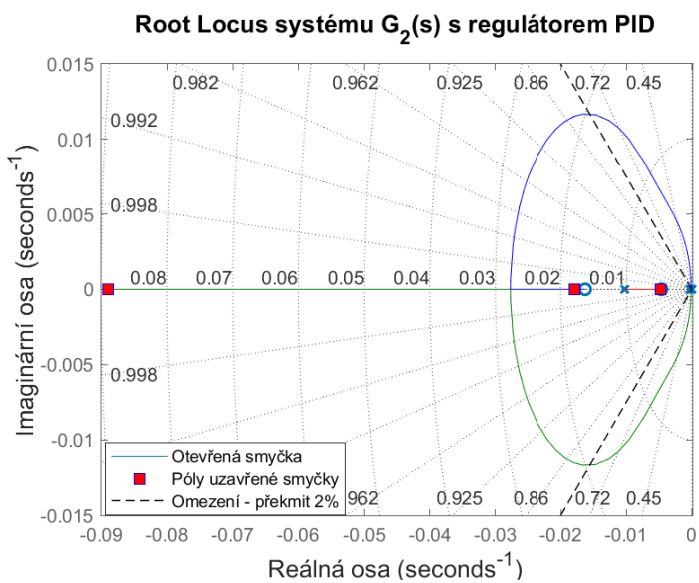


Obrázek 5.13: Odezva lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ s regulátorem PID.

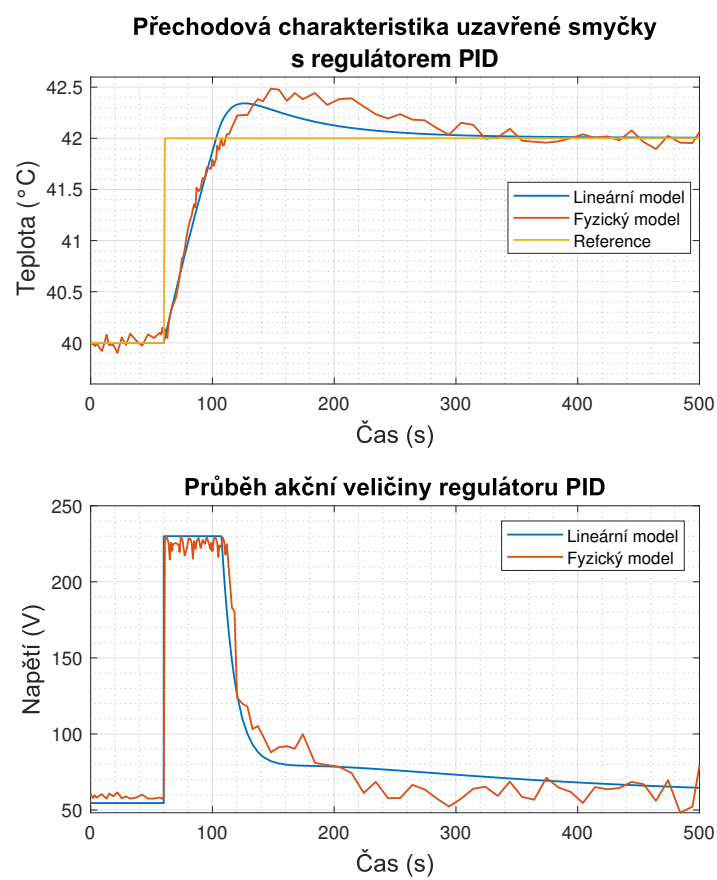
Po dosazení hodnot K , n_1 a n_2 dostanu proporcionální konstantu $K_p = 500$ a integrační konstantu $K_i = 8$ a derivační konstantu $K_d = 500$. Pozice pólů uzavřené smyčky jsou:

$$(p_1 = -0,08893; \quad p_2 = -0,01795; \quad p_3 = -0,004715)$$

Regulátor jsem následně otestoval na modelu fyzickém, který lze vidět na obrázku ?? i s průběhem jejich akčních veličin. Root Locus systému $G_2(s)$ a regulátoru PID je na obrázku ??.



Obrázek 5.14: Root Locusu systému $G_2(s)$ a regulátoru PID.



Obrázek 5.15: Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_2(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PID.

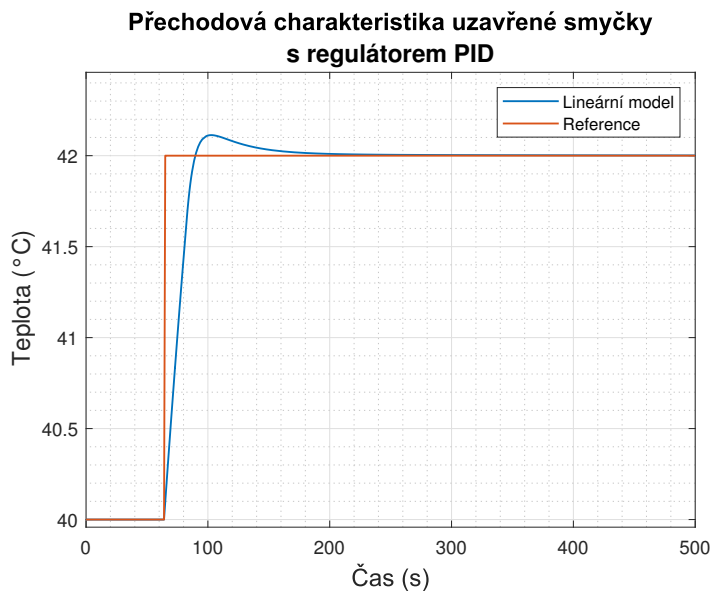
5.2.3 PID regulátor pro přenos G_4

Po dosazení $G_4(s)$ a $R_2(s)$ do (5.2) dostanu

$$1 + K \frac{0,0004217(s + 0,004623)(s + n_1)(s + n_2)}{(s + 0,01305)(s + 0,001685)} = 0, \quad (5.11)$$

kde $K = K_d$, $n_1 + n_2 = \frac{K_p}{K_d}$ a $n_1 \cdot n_2 = \frac{K_i}{K_d}$.

První nulu n_1 jsem nastavil na -0.969 , druhou n_2 na -0.03096 a zesílení K na 500. Níže na obrázku 5.16 je vidět odezva navrženého regulátoru PID.

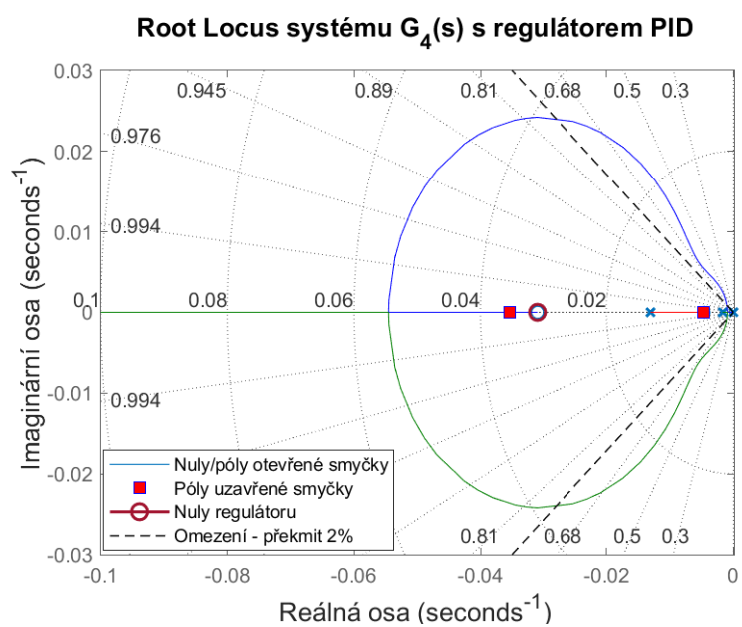


Obrázek 5.16: Odezva lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ s regulátorem PID.

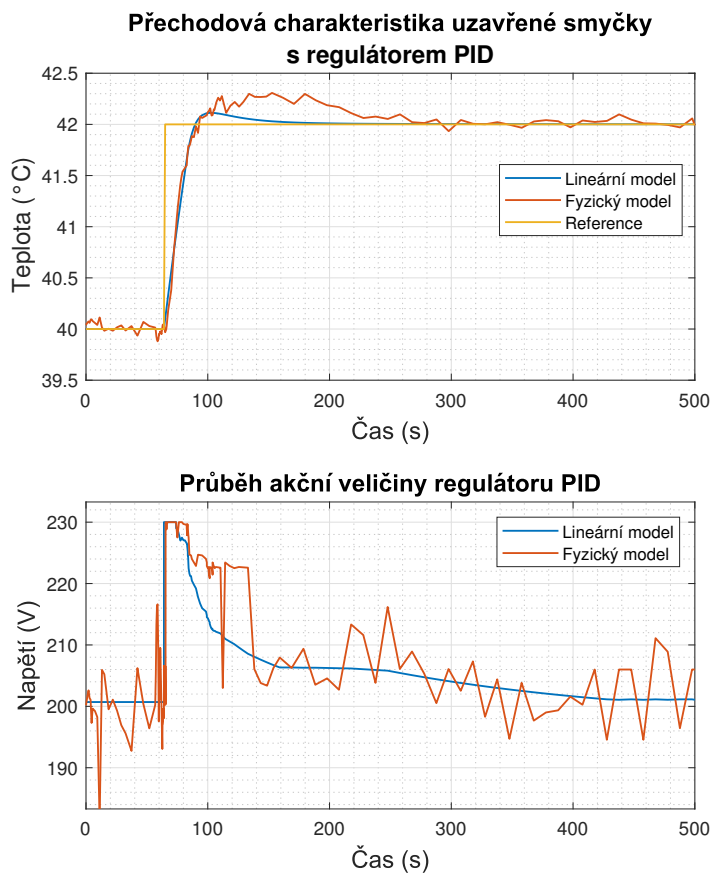
Dosazením hodnot K , n_1 a n_2 dostanu proporcionální konstantu $K_p = 500$ a integrační konstantu $K_i = 15$ a derivační konstantu $K_d = 500$. Pozice pólů uzavřené smyčky jsou:

$$(p_1 = -0,1471; \quad p_2 = -0,03534; \quad p_3 = -0,004645)$$

Regulátor jsem následně otestoval na modelu fyzickém. Na obrázku 5.18 je vidět porovnání průběhů fyzického a lineárního modelu a jejich akčních zásahů a dále na obrázku 5.17 je vidět zakreslení jejich nul, pólů a pólů uzavřené smyčky v Root Locus.



Obrázek 5.17: Root Locusu systému $G_4(s)$ a regulátoru PID.



Obrázek 5.18: Porovnání odezvy lineárního modelu s přenosem $G_4(s)$ a fyzického modelu s regulátorem PID.



Kapitola 6

Závěr

V této práci jsem využil mé zkušenosti nabyté v různých kurzech, které jsem během studia absolvoval. Na začátku jsem shrnul informace o programovatelném automatu PAC T2750 od firmy Eurotherm, popsal jsem funkční blok LOOP-PID, který používám a zmínil použité komponenty v obvodu. Dále jsem popsal výrobu fyzického modelu pece a na jeho základě namodeloval matematický model pomocí metody pseudovazebních grafů a z grafu následně extrahoval nelineární rovnice. Vytvořil jsem lineární modely systému ve čtyřech různých pracovních bodech, kde se ukázalo, že v jednom pracovním bodě nelze aproximaci udělat z důvodu nelinearity systému. Nakonec jsem ve zbylých třech pracovních bodech navrhl dva regulátory PI a PID a odzkoušel je na fyzickém modelu.



Literatura

- [1] F. T. Brown. *Engineering System Dynamics A Unified Graph-Centered Approach*. Taylor and Francis, <https://ebookcentral.proquest.com/lib/cvut/detail.action?docID=1449782>, 2007.
- [2] Modelování dynamických systémů. (msd), <https://moodle.fel.cvut.cz/local/kos/pages/course/info.php?id=8363>.
- [3] Elektroprumysl. Popis plc, <https://www.elektroprumysl.cz/automatizace/co-je-programovatelny-logicky-automat-plc-1-cast>.
- [4] Eurotherm. Popis funkčních bloků, <https://www.eurotherm.com/?wpdmdl=28206>.
- [5] Eurotherm. T2750 pac user's manual on-line, <https://www.eurotherm.com/?wpdmdl=101298>.
- [6] Gene Franklin. *Feedback Control of Dynamic Systems PDF EBook, Global Edition*. ProQuest Ebook Central, <https://ebookcentral.proquest.com/lib/cvut/detail.action?docID=5174409>, 2014.
- [7] Ing. Robert Láníček. Model žárovky, <https://vyvoj.hw.cz/teorie-a-praxe/spice-model-zarovky.html>.