České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická
Katedra řídící techniky

Diplomová práce

Sestavení a redukce řádu modelu systému s prostorově rozprostřenými parametry pro řízení průběžné ohřívací pece

Vypracoval:
Bc. Pavel Skopec

Vedoucí:
prof. Ing. Vladimír Havlena, CSc.

2012

Czech Technical University in Prague
Faculty of Electrical engineering
Department of Control Engineering

Diploma Thesis

Development and Order Reduction of a Model of Spatially Distributed Parameters System for Reherating Furnace Control

Author:
Bc. Pavel Skopec

Supervisor:
prof. Ing. Vladimír Havlena, CSc.

2012

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Pavel Skopec**

Studijní program: Kybernetika a robotika
Obor: Systémy a řízení

Název tématu: **Sestavení a redukce řádu modelu systému s prostorově rozprostřenými parametry pro řízení teploty ohřívací pece**

Pokyny pro vypracování:

1. Sestavte komplexní analytický model průběžné ohřívací pece jako příklad systému s prostorově rozprostřenými parametry. Model linearizujte.
2. Prostudujte a aplikujte metody redukce řádu modelu.
3. Sestavte prediktivní řízení na bázi modelu.

Seznam odborné literatury:

[1] Kim, Man Young. A heat transfer model for the analysis of transient heating of the slab in a direct-fired walking beam type reheating furnace. International Journal of Heat and Mass Transfer 50, 2007: 3740–3748.
[2] Mawhinney, M. H., a W. Trinks. INDUSTRIAL FURNACES. 6. JOHN WILEY, 2008.
[3] Mullinger, Peter, a Barrie Jenkins. Industrial and Process Furnaces - Principles, Design and Operation. Elsevier, 2008.
[4] Roubal, Jiří. Model Predictive Control of 2D Systems. Doctoral Thesis - Czech Technical University in Prague. 2006.
[5] Roubal, Jiří, Daniel Pachner, Vladimír Havlena, a Tomáš Haniš. Analysis of the Rotary Kiln Model. Proceedings of the Europan Control Conference 2009. Budapest, Hungary, 2009.
[6] Steinboeck, A., D. Wild, T. Kiefer, a A. Kugi. A mathematical model of a slab reheating furnace with radiative heat transfer. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2010.

Vedoucí: Prof.Ing. Vladimír Havlena, CSc.

Platnost zadání: do konce letního semestru 2011/2012

L.S.

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry

prof. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 21. 2. 2011

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne .....

.....
Podpis

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce panu prof. Ing. Vladimíru Havlenovi, CSc. za odborné vedení práce, trpělivost a inspiraci. Děkuji firmě PIKE Automation za příležitost, jmenovitě panu Ing. Janu Knoblochovi a za odborné rady panu Ing. Paulu McGahanovi. Děkuji panu doc. Ing. Tomáši Vyhlídalovi, PhD. za podporu a spolupráci. Děkuji prvnímu kritikovi paní Ing. Terezce Pavlů. Děkuji i ostatním odborníkům, kteří se mnou zpracované téma konzultovali. Děkuji rodičům.

Abstrakt

Model ohřívací pece je postaven na fyzikálních zákonech a zahrnuje sálavý tepelný přenos, vedení tepla a jednoduché spalování. Jsou popsány zjednoduššují předpoklady. Model je numericky řešen metodou konečných objemů. Vzniklý nelineární model vysokého řádu je následně linearizován kolem optimálního pracovního bodu a převeden na balancovanou realizaci, na které je založena redukce řádu modelu. Výsledná stavová forma je vhodná pro návrh řídicích algoritmů, jako je pozorovatel vnitřního stavu a prediktivní řízení.

Klíčová slova: Ohřívací pec, Model, Přenos tepla sálání, Metoda konečných objemů (FVM), redukce řádu modelu, prediktivní řízení

Abstract

The modelling basically relied on first-principle analysis of the entire heating process with respect to radiative heat transfer, conduction and simple combustion is presented with an aim to get a structure of inner coupling obeying energy balance. Such a nonlinear and high-order model as a product of finite volume method is reduced to the feasible state-space form, which is commonly used by modern control tools, such as gas and slabs temperature estimator, predictive control and other. Application of this control design yields energy saving, reference temperature uniformity in straight manner.

Keywords: Reheating furnace, Model, Radiative heat transfer, Finite volume method (FVM), Model order reduction, Predictive control

Obsah

PROHLÁŠENÍ IV

PODĚKOVÁNÍ V

ABSTRAKT VI

OBSAH VII

NOMENKLATURA IX

1 ÚVOD 1

1.1 Motivace 1
1.2 Cíl 1
1.3 Struktura práce 1
1.4 Popis procesu 2
1.5 Stav poznání 3

2 MATEMATICKÝ MODEL – ANALÝZA 6

2.1 Vnitřní popis 6
2.1.1 Řiditelnost a pozorovatelnost 7
2.1.2 Transformace stavového prostoru 7
2.2 Přenos tepla a hmoty 8
2.3 Jednoduchý model spalování 9
2.4 Sálání 10
2.4.1 Model sálajícího plynu 12
2.5 Konvekce 13
2.6 Vedení tepla 13
2.6.1 Advekce vsázky 14
2.7 Metoda konečných objemů 14
2.8 Model degradace materiálu 16

3 MATEMATICKÝ MODEL - SYNTÉZA 17

3.1 Prostorová diskretizace 17
3.1.1 Pomocné struktury 18
3.2 Parametry modelu 19
3.3 Sestavení rovnic 20
3.3.1 Spalování 20
3.3.2 Sálání 21
3.3.3 Vedení pro slaby a vyzdívku 23
3.3.4 Advekce vsázky 23
3.3.5 Konvekce 24
3.4 Simulace 24
3.4.1 Přínos simulace modelu 26
3.5 Stavový popis 27
3.6 Výpočetní hledisko 28
3.7 Validace modelu 28

4 REDUKCE ŘÁDU MODELU 29
4.1 METODY REDUKCE 29
4.1.1 Oříznutí 29
4.1.2 Aproximace singulární perturbací (SPA) 29
4.1.3 Modální aproximace 30
4.2 BALANCOVÁNÍ 30
4.2.1 Energie spojená s dosažením/pozorováním stavu 30
4.2.2 Balancovaná realizace 31
4.2.3 Balancované oříznutí 32
4.2.4 Bázové vektory 32
4.3 REDUKCE ŘÁDU MODELU PECE 33
4.3.1 Bázové vektory 33
5 ŘÍZENÍ 37
5.1 ŘÍZENÍ PECE 37
5.1.1 Požadavky 38
5.1.2 Omezení procesu 39
5.1.3 Akční zásahy 39
5.1.4 Instrumentace a měření 39
5.1.5 Poruchové veličiny 40
5.1.6 Stavový model a proměnné v řízení pece 41
5.2 OPTIMÁLNÍ PRACOVNÍ BOD 42
5.2.1 Kriteriální funkce 42
5.2.2 Formulace omezení 43
5.2.3 Optimalizace 43
5.3 LINEARIZACE 45
5.4 DISKRETIZACE 45
5.5 POZOROVATEL STAVU 45
5.5.1 Pozorovatel vnitřního stavu pece 46
5.5.2 Měření teploty spalin 46
5.6 PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ NA BÁZI MODELU 46
5.6.1 Predikce 46
5.6.2 Lineárně kvadratické řízení 47
5.6.3 Optimalizace 47
5.6.4 Klouzavý horizont 48
5.6.5 MPC pro řízení pece 48
6 ZÁVĚR 50
6.1 PŘÍNOS PRÁCE 50
6.2 OTEVŘENÉ PROBLÉMY 51
LITERATURA 52

Nomenklatura

Seznam symbolů

Latinská abeceda

A Matice dynamiky; Plocha
B Matice vstupu
C Matice výstupu
D Matice vstupu na výstup; Směrová váha
E Matice jednotek; Sálavý tok energie černého tělesa (W/m^2)
F Matice transformace,
G Intenzita (W/m^2); Přenosová funkce; Vektor šumu porcesu
H Entalpie (J)
I Intenzita (W/m^{2}Sr); jednotková matice
J Kriteriální funkce
K Matice parametrů; Zesílení
L Matice zesílení
M Matice pohybu slabů
N Řád modelu; délka horizontu predikce
O Matice pozorovatelnosti
P Matice mřížky
Q Tepelný tok (W); Váha penalizace výstupu
R Váha penalizace vstupu; Matice dosažitelnosti
S Matice zdrojů tepla
T Teplota (K), (°C); Matice transformace
V Objem
W Váhový koeficient; Výhřevnost
X Matice x-souřadnic
Y Matice y-souřadnic

a Obecný parametr
b Obecný parametr
c Měrná tepelná kapacita (J/kgK); Obecný parametr
d Obecný parametr; Vektor posledního vstupu
e Obecný parametr; Regulační odchylka; Jednotkový vektor souřadnice
f Obecný parametr; Stavová funkce
g Obecný parametr; Výstupní funkce
h Součinitel přestupu tepla (W/m^{2}K)
k Obecný parametr; Krok
m Index prostorového úhlu
n Normálový vektor; Počet prvků
p Vektor mřížky; Tlak (Pa)
q Hustota tepelného toku (W/m)
r Polohový vektor
s Směrový vektor
t Čas (s)
u Vstup systému
v Rychlost (m/s)
w Poruchová veličina, Wobbeho číslo (J/m^3)
x x-souřadnice; Stavový vektor
y y-souřadnice; Výstup systému
z z-souřadnice; Sledovaný výstup systému

Řecká abeceda

Γ Difuzní koeficient
Δ Element
Θ Transformace mezi 1D a 2D ve spalování
Λ Matice vedení
Ξ Matice sálání
Π Transformace užitečných buněk
P Matice odrazivosti
Σ Horní trojúhelníková matice
Φ Rozptylová funkce
Ψ Rozšířená matice mřížky

Ω Prostorový úhel (Sr)

α Absorbtivita
β Koeficient zániku záření (1/m)
γ Matice odrazivosti
δ Element, Směrová váha
ε Emisivita
ζ Inverzní matice zónových průřezů
η Účinnost
ϑ Polární úhel

$\varkappa$ Pohltivost
λ Tepelná vodivost (W/m^{2}Km); Poměr vzduchu a paliva; Vlnová délka (μm)
μ Tloušťka degradované vrstvy
ξ Matice pruřezu pece
π Ludolfovo číslo
ρ Hustota (kg/m3), odrazivost
σ Stefan-Boltzmann konstanta σ =5,67e-8 (W/m^2 K^4)
τ Matice časových konstant
φ Azimut
ω Rozptylové albedo

Speciální znaky a zkratky

C_{2K} Převod °C na K
∇ Diferenciální operátor nabla
$\nabla = (\partial / \partial x_1 \quad \ldots \quad \partial / \partial x_n)$
$\mathbb{R}$ Reálná čísla

Indexy

a Vzduch
b Černé těleso
c Spojitý; Doplněk
d Diagonální
e Východ
f Palivo
g Plyn
h Horizontální
i Inverzní; index hrany; Obecný index
j Obecný index
k Krok
m Směr diskrétní; Dimenze vstupu
n Sever; Dimenze systému
o Pozorovatelnost
p Tlak; Dimenze výstupu
r Radiační; Redukovaný
s Jih; Slab; Rozptyl
v Vertikální
w Zeď; Západ
x x souřadnice
y y souřadnice
z Zóna

D Diskrétní
H Hankelova norma

ref Reference
amb Okolí
in Vnitřní
out Vnější
end Poslední
Ad Adiabatický
ra Aktivní
ira Neaktivní
0 Počáteční stav
1 Jednotkový
fin Finální
$*$ Optimální
∞ Okolí; Nekonečná norma
$prev$ Předchozí
$next$ Následující
$cond$ Vedení
adv Advekce
$loss$ Ztráty
sw Slab a stěna
WP Pracovní bod linearizace
SPA Aproximace singulární perturbací
TCN Oříznutí

SEZNAM ZKRATEK

BR	Balancovaná realizace
CE	Rovnice vedení
CFD	Výpočetní mechanika tekutin
FEM	Metoda konečných prvků
FVM	Metoda konečných objemů
HMI	Operátroské rozhraní
L0, L1, ...	Úrovně automatizace
LQ	Lineárně kvadratické
LTI	Lineární s časově neproměnými parametry
MOR	Redukce řádu modelu
MPC	Prediktivní řízení na bázi modelu
ODE	Obečejné diferenciální rovnice
PDE	Parciální diferenciální rovnice
PI	Proporcionální, integrační
PLC	Programovatelný logický automat
RHT	Přenos tepla sáláním
RTE	Rovnice přenos tepla sáláním
ŘS	Řídicí systém
SPA	Aproximace singulární perturbací
TRC	Oříznutí
WP	Pracovní bod
BR	Balancovaná realizace linearizace
SVD	Rozklad na singulární čísla

Poznámka: V některých matematických výrazech je použita syntaxe podobná Matlabu.

1 Úvod

1.1 Motivace

Ohřívací pece jsou v provozu již mnoho let a bývají stále běžně řízeny zkušenými operátory. Ekonomické, ekologické a technologické nároky se neustále stupňují. Při kombinaci různých složitých vlivů a požadavků produkce ztrácí i zkušený operátor přesný cit a nastavuje referenční veličiny na bezpečné hodnoty, které zaručí ohřev vsázky, tyto bezpečné hodnoty nemusí být vždy optimální. Nepravidelný provoz, nutnost ohřívat menší série a další vlivy si žádají kompenzaci pomocí pokročilého řízení. Roste i výpočetní výkon a rozvijí se teorie optimálního řízení a modelování.

Z hlediska modelování je pec zajímavý dynamický systém. Zejména díky sálání, které je nelineární a tvoří složité vazby mezi téměř všemi místy v peci. Změna proudu spalin v jedné zóně ovlivňuje proud spalin v následujících zónách. K tomu přispívá vliv tepelné setrvačnosti vyzdívky a vsázky. Z hlediska řízení se nelze pevně opřít o zpětnou vazbu pro nemožnost měření teploty vsázky v peci, je však možné využít odhadu matematického modelu. Ohřívací pece, ale i další průmyslové procesy jsou charakterizovány jako systémy s rozprostřenými parametry. Přirozeným prostředkem pro počítačové modelování těchto systémů jsou parciální diferenciální rovnice (PDE) a numerické metody na základě prostorové diskretizace. Numerické metody jsou oblíbený inženýrský nástroj, používaný obvykle k návrhu nebo simulaci. Dokáží vytvořit věrně popisující fyzikální model, avšak za cenu vysoké výpočetní náročnosti.

Příliš vysoké komplexnosti je třeba se bránit, a to zejména v řízení a optimalizaci. Kompromis mezi přesností a složitostí modelu lze systematicky stanovit metodami redukce řádu modelu, které určí a vyberou pouze to dominantní chování soustavy. Interakce tepelného přenosu je složitá, avšak z makro hlediska se ohřev zdá být prostý, což dává naději dostatečnosti jednoduchého modelu, ale jak dostatečně věrohodný jednoduchý model získat?

Se zjednodušeným modelem dokáže pracovat celá řada metod návrhu řízení. Tento model může tvořit základ pro přímý návrh optimální posloupnosti budoucích vstupů na určeném časovém horizontu pro sledování daných požadavků s respektováním daných omezení.

1.2 Cíl

Cílem práce je systematický návrh zjednodušeného modelu, který vychází z fyzikální analýzy procesu. Výsledný redukovaný model má primárně sloužit k implementaci *prediktivního řízení na bázi modelu* (MPC). Uvažovaný proces je popsán jako systém s rozprostřenými parametry. Hlavní částí práce je sestavení komplexního modelu příkladu ohřívací pece. Sestavený stavový model bude převeden do linearizované formy pro metodu redukce řádu na bázi *balancované realizace*. Bude kladen důraz na pozdější praktické využití modelu.

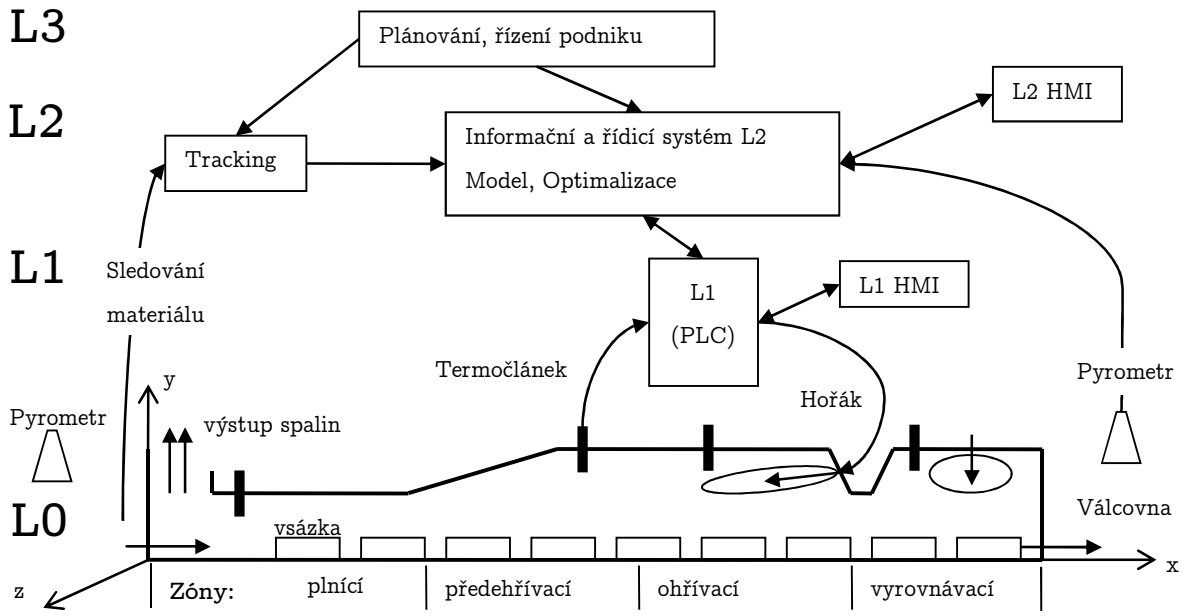
1.3 Struktura práce

V tzv. *model-based* návrhu řízení je důležité mít dobrý model, proto nejrozsáhlejší a nejpodstatnější část práce patří vytvoření matematického analytického modelu pece. V úvodu je představen popis modelovaného procesu a stručný přehled literatury k problematice. Kapitolou 2 navazuje strukturovaný rozbor fyzikálních jevů spojených s ohřevem. Na základě rozboru je v kapitole 3 sestaven poměrně složitý model. Popis aproximace složitého modelu je v kapitole 4, využije se balancovaná metoda redukce řádu, která principiálně zachová nejpodstatnější vstupně/stavově/výstupní vazby. V kapitole o návrhu řízení 5 poslouží plný nelineární model ke generování optimálního pracovního bodu pro linearizaci a k simulaci.

Jelikož měření v reálném čase v pecích je velmi problematické díky vysoké teplotě, má *pozorovatel stavu* teploty pece zásadní úlohu v řízení. Sestavení MPC je pak už známý systematický postup, popsaný rovněž v kapitole 5.

1.4 Popis procesu

Ohřívací pec je izolovaná komora, navržená k předávání tepla do vsázky, pro různé vysokoteplotní procesy. Pece pro ohřev oceli před válcováním za tepla musí být schopny ohřát vsázku na teploty přibližně 1200°C. Z hlediska zdroje tepla je nejběžnější pec spalující směs plynu. Podle způsobu zacházení se vsázkou se pece dělí na vsázkové (periodické) a průběžné. Průběžná pec je tvořena několika zónami (plnící, předehřívací, ohřívací, vyrovnávací), viz Obr. 1-1, přes které vsázka postupně prochází a ohřívá se. Průběžné pece se podle pohybu materiálu uvnitř rozlišují na narážecí, kráčecí a další způsoby pohybu. U narážecího způsobu jsou jednotlivé kusy vsázky zvané slaby[1] těsně u sebe a posunují se narážecím mechanismem na vstupu pece po vložení dalšího kusu. Kráčecí typ posunuje jednotlivé slaby po kráčecí kolejnici, jednotlivé kusy jsou odděleny mezerou. Návrh a řešení bude provedeno pro příklad průběžné ohřívací pece.



Obr. 1-1 Hierarchické schéma řízení průběžné ohřívací kráčecí pece s vyznačenými zónami.

Řízení obecného procesu se dělí do několika úrovní. Nejnižší úroveň řízení L0 bývá samotná řízená technologie, akční členy, senzory. Úroveň L1 obsahuje zejména regulaci. Úroveň L2 generuje požadované hodnoty pro L1, obsahuje pokročilejší řízení a poskytuje detailní operátorské rozhraní. Následuje úroveň L3, která sleduje a plánuje cíle řízení. Řízení pece v úrovni L2 spočívá v nastavování požadovaných charakteristických teplot v zónách a má za úkol zajistit požadovanou teplotu každého kusu vsázky na výstupu z pece. Sekundárně se žádá minimální spotřeba paliva. Každá charakteristická zónová teplota je

[1] V Čechách častěji brama nebo předvalek. Kov v podlouhlém tvar, nejčasteji s obdelníhovým průřezem, vzniklý kontilitím nebo válcováním ingotu. Slab je meziprodukt pro další zpracování. Slaby tvoří vsázku v peci.

závislá na požadované teplotě vsázky na výstupu z pece, na průchozí kapacitě pece v t/h, na vzdálenosti určité vsázky do výstupu, na aktuální teplotě určitého kusu vsázky, na žádané teplotě odpovídající jisté *křivce ohřevu*, na geometrických vlastnostech vsázky (zejména tloušťce) a dalších. Jestliže teplota v peci je příliš vysoká, vsázka bude přehřátá a přepálená, při nízké teplotě pece vsázka naopak nedosáhne požadované teploty pro válcování. Tradičně se pece ovládají manuálně nastavováním setpointů podle tabulek popisující ustálené režimy provozu pece v závislosti na vlastnostech vsázky. Pece jsou již vybaveny řízením na úrovni L1, obvykle soustava PI regulátorů, které zajišťují požadovanou teplotu v jednotlivých zónách řízením průtoku správné směsi paliva u příslušných hořáků podle měření několika termočlánků. Prakticky je řízení průběžné pece nalezení kompromisu mezi několika protichůdnými fakty. Prvním faktem je, že nejvíce tepla dokáže vsázka přijmout na začátku průchodu pecí, kdy je vsázka studená a atmosféra pece je horká. Druhý fakt je, že teplota odchozích spalin (na začátku průchodu vsázky) musí být co nejmenší, protože představuje velké tepelné ztráty. Rekuperace tyto ztráty zmenší, ale neodstraní. Ke konci pece hraje důležitou roli rovnoměrnost prohřátí vsázky a žádaná teplota, která by se zvýšením teploty na konci pece již nedosáhla. Je třeba také uvažovat degradaci povrchu materiálu.
Mnoho řídicích systémů pro pece se soustředilo na řízení kvality ohřevu, nikoli však na úsporou paliva. Za účelem snížení přetvárného odporu při válcování je nutné ohřát ocel k teplotě 1200°C, to vzhledem k pokojové teplotě představuje 0,6 GJ/t v materiálu. Při účinnosti ohřevu kolem 40 % je třeba v peci uvolnit 1,5 GJ/t tepla. Běžné ohřívací pece (válcovací tratě) produkují 50 až 350 t/h. Jeden ušetřený procentní bod představuje zhruba 0,03 GJ/t, to při nepřetržitém provozu přináší za rok značné úspory. Spotřebovaná energie je úměrná spotřebě paliva a ekologické zátěži.

1.5 STAV POZNÁNÍ

O problematice řízení a modelování ohřívacích pecí bylo již napsáno mnoho. Každá studie má svá specifika pro daný účel a danou pec. Téma stále není uzavřeno. Velkým kritériem využitelnosti modelů je jejich výpočetní náročnost. Pecní modely začínají na jednozónových a končí u CFD (výpočetní dynamika tekutin) modelů. Nemalý počet publikací cituje práci Hottela [24], včetně dvou velkých knih [51] a [45], které poskytují o problematice pecí souhrnný přehled. Ohřívací pece detailně a prakticky popisuje [16].
Tato práce se snaží vytvořit most mezi *metodou konečných objemů* (FVM) modelování pecí [35] a prostředky moderní teorie řízení. Práce využívá znalostí balancované redukce řádu v souvislosti s MPC pro řízení soustav na základě popisu parciálními diferenciálními rovnicemi (PDE) [60], [61]. Přístup k řešení optimálního ohřevu, podobný přístupu v této práci, popisuje [72]. V troubě ohřívaný objekt popsaný modelem vyššího řádu je redukován na základě balancovaní a postoupen návrhu LQ (lineárně kvadratického) řízení. Oproti problematice ohřívací pece se ohřev v [72] uvažuje pouze konvekční popsaný lineárně, to velmi zjednodušuje optimalizaci, která se týká pouze jednoho nepohyblivého objektu.
Celkový návrh řízení pece na základě modelu najdeme v [68], [55], [6], [81], [70]. Obecné reference k problematice přenosu tepla mohou být nalezeny v [7], [9], [14], [13], [56], [8], [58] a k numerickému řešení [47], [54]. Následuje přehled v literatuře existujících modelů, redukce a optimálního řízení ve vztahu k ohřívacím pecím.
Většina jednodušších modelů je inspirována předpoklady, které popsal Hottel [24]. Mnoho modelů má parametry soustředěné do zón obvykle spojených s technologickými zónami v peci nebo s jednotlivými slaby. Zónové modely rozdělují prostor pece na několik zón, respektive isotermálních povrchů a objemů. Sálavý tepelný tok je řešen vzájemně pro každou s každou zónou. Zónové modely byly a jsou používány v praxi [24], [68], jde o inženýrské a pragmatické modely. Plně popisné CFD modely [37], [25], [20] jsou většinou řešené v software Fluent. Identifikace modelu pece z měřených dat je popsána v [62], [29]. Práce [38] využívá jazyk Modelica. Modely ceny provozu, analýzy spotřeby a efektivity [26], [27], [20], [44].

Ohřívací pec je v podstatě složitější výměník se sáláním. Celkovou problematiku sálání popsal detailně Hottel [24], později a šířeji Modest [49]. Sálání závisí zejména na teplotě, dále na geometrii prostoru a parametrech povrchů a plynu. Náročnou úlohou je se vypořádat se složitou geometrií vnitřního prostoru pece. Exaktní řešení lze najít jen pro velmi zjednodušené případy, 1D apod., slouží k ověření numerických metod [48]. Pro pecní aplikace jsou rozšířené *zonální metody* [6]. Zóny jsou isotermální oblasti výměny sálání. Často s použitím *úhlových součinitelů* (view factors) [24], [39] v maticovém řešení [56]. Sálání lze řešit *momentovými metodami* (PN-approximace) [49]. *Monte Carlo metody* jsou vhodné pro složité geometrie. Konečný počet paprsků náhodných směrů se šíří dle rovnice přenosu sálání (RTE) v peci dokud se zcela nepohltí. Mohou být přesné, ale výpočetně náročné. Oblíbenost numerické metody konečných objemů (FVM) dokazuje nárůst publikací v aplikacích na pece [35], [36], [57], [3]. FVM využívá i software pro simulaci šíření požáru [46]. Další způsob řešení sálání je *metoda diskrétních souřadnic* (DOM) popsaná v [49]. FVM a DOM mají mnoho společného [9]. Rozdíl mezi DOM a FVM je v integraci směrové diskretizace. DOM využívá numerické integrace, zatímco FVM analytické integrace, tím je FVM plně konzervativní včetně okrajových oblastí. FVM i DOM podléhají chybě diskretizace. Tzv. *n-flux modely* jsou speciální případy FVM, kde je směr šíření sálání rozdělen jen na několik málo, obvykle symetrických, dílků. Numerické metody požívají různé diskretizace prostoru tvořící sítě nebo mřížky. Mřížky bývají pravidelné, přizpůsobené tělesu, strukturované a další. Různé přístupy autorů se týkají modelování horkého plynu, někteří sálání plynu ignorují, jiní ho ztotožňují se sálání stěny, jiní ho detailně modelují [48]. Model sálajícího plynu WSGGM (Weighted Sum of Gray Gases) je možno nalézt v [49]. S diagramy emisivity plynu pracuje [39]. O kombinaci sálání a vedení pojednává [1], [47], [49].

Vedení tepla je nejčastěji řešeno *metodou konečných diferencí* [47], [54], *metodou konečných objemů*, *metodou konečných prvků*. Způsobů metody konečných prvků je několik, z toho nejpopulárnější je *Galerkinova metoda vážených residuí* [47]. Vedení tepla ve slabech je řešeno 1D [39], [70], [39], 2D [35], [6] i 3D [37]. Vliv okují na vedení uvažuje [33]. Vliv podpěr slabů (skid marks) řeší [33], [43], [6].

Dále publikace věnující se problematice spalování a proudění plynu. Obecněji o spalování pojednávají [7], [15], [6], [8]. Jednoduché modely spalování pro základní tepelnou bilanci v peci nabízí [6], [19], [51].

Metody redukce řádu jsou již běžnou součástí učebnic pokročilého řízení [83], [18], [67], [65]. V oblasti řízení jsou to zejména metody na základě SVD. Metody vycházející z *balancované realizace* mají poměrně jasnou a nástroji lineární teorie uchopitelnou strukturu, publikoval [50]. Metody balancované realizace zachovávají stabilitu a je předem známa chyba redukce pro daný řád. Existuje i rozšíření pro nelineární systémy. Balancovaná realizace systému je důležitá, protože poskytuje měřítko důležitosti stavu podle vlivu vstupu na stav a zároveň stavu na výstup. Existuje více realizací, které uspořádají stav podle kritéria, na jehož základě lze redukovat. Např. *modální realizace*, která rozdělí stav podle rychlosti dynamiky systému. Rychlé módy jsou pak kandidáti na zanedbání [34], [67]. Zevrubný výklad redukce ve vztahu k lineární algebře, numerickému řešení a teorii systému je v [2]. Zahrnuje i *Krylovovy* a *SVD-Krylovovy metody*, samozřejmě i metody na základě balancování. Krylov metody jsou založeny na shodě momentů impulsových odezev. Mohou být implementovány iteračně a mohou být použity pro vysoké řády. Avšak tyto metody nemusí zajistit stabilitu a není předem znám horní odhad chyby redukce, tímto jsou pro potřeby řízení méně výhodné. Krylov metody jsou však poměrně rozšířené v oblasti numerické matematiky. Spojení SVD a Krylov metod s pomocí vážených SVD metod slučuje dobré vlastnosti a vzájemně se je doplňuje [2]. Další skupinou jsou metody aproximace podle nejmenších čtverců. Jsou to *analýza hlavních komponent* (PCA), *vlastní ortogonální dekompozice* (POD), známé jako Karhunen-Loevenova dekompozice, *úplný problém nejmenších čtverců* (total least squares) a další. Použití POD pro redukci výpočtu sálání je v [66]. Redukce se zachováním blokové struktury je popsána v [63].

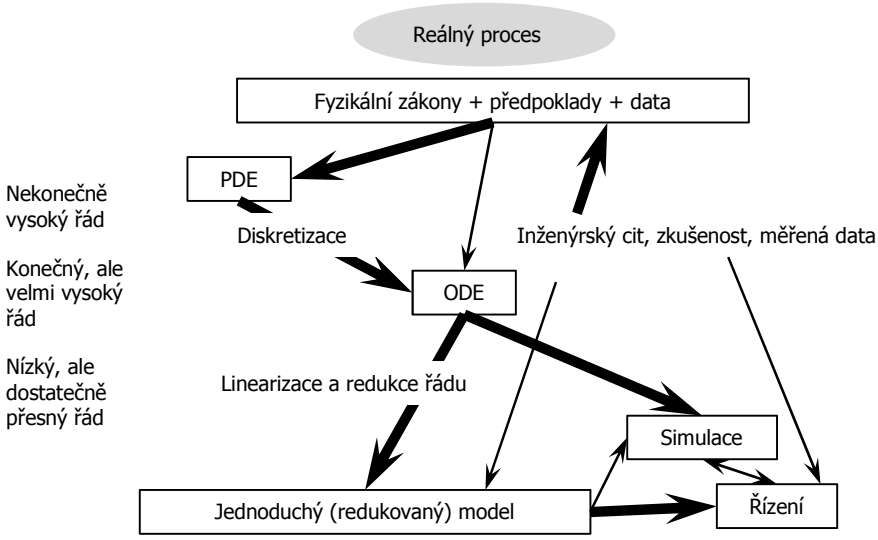
Obecněji o redukci pojednává [75] a o redukci modelů proudění pro návrh řízení [52]. Analýza systému pomocí bázových vektorů je v [61].
Stavový popis a návrh optimálního řízení obecně popisují [71], [41], [12], [67], [18], [34], [40]. *Prediktivní řízení na bázi modelu* (MPC) je detailněji popsáno v [4], [74], [59], [32], [42]. Obecně se optimalizaci věnuje [11], [41], [73] a optimalizaci tepelných procesů [31]. Dvojúrovňové řízení, rozdělené na statickou a dynamickou část popisuje [4], [29]. Nadřazená úroveň definuje tzv. *ohřevové křivky* po délce pece [26], [76], které pak nižší úroveň řízení sleduje. Výpočet ohřevových křivek je spojen s definicí optimalizačního problému s jistým kritériem [4], [21]. Jsou popsány příklady řešení optimalizace za použití lineárního [21] a dynamického [10] programování a také pomocí heuristických metod [81]. Využití *odhadu stavu* v peci nabízí [68], [80], [78]. Řízení v otevřené smyčce [39]. Použití prediktivního řízení pro pece [69], [60], [29], včetně nelineárního prediktivního řízení pece [4]. MPC sériově propojených procesů na příkladu průběžné pece [82]. Teorii řízení ve vztahu k PDE se věnuje [64]. Použití plavidlových expertních systémů, fuzzy-logického řízení a dalších metod umělé inteligence najdeme [77].

2 Matematický model – analýza

Cílem této kapitoly je rozbor vedoucí k následnému získání modelu. Nelze očekávat přesný model tak složitého procesu jako je spalování. Model by měl být tak dobrý, aby plnil svůj účel. Účelem je vyhodnocení kritéria optimalizace, odhad stavu, hlubší pochopení procesu a jiné. Struktura modelu by měla být uchopitelná nástroji optimalizace, případně redukce.

Systémy s rozprostřenými parametry jsou popsány parciálními diferenciálními rovnicemi (PDE). Teorie PDE je komplikovaná. Snaha o jednoduchý model již v návrhu vede na prostorově dvourozměrný model, třetí příčný rozměr je uvažován nekonečný, podél třetího směru se tepelný tok téměř nemění a převážně ani nelze ovlivnit řízením. Výsledný model se očekává nelineární, s více vstupy a více výstupy (MIMO), s časově a teplotně proměnnými parametry, které jsou často nepřesně známé.

Systematický postup vedoucí k získání matematického modelu v potřebné formě pro jeho využití v řízení je znázorněn na Obr. 2-1. Reálný proces je popsán PDE vyjadřující fyzikální zákony. Pro zpracování počítačem je nutné pomocí diskretizace převést PDE na obyčejné diferenciální rovnice (ODE) a i ty dále diskretizovat na algebraické řešení. Nelineární ODE lze zjednodušit linearizací a dimenzionálně redukovat metodami redukce řádu. Tímto postupem získáme žádanou formu modelu pro potřeby optimalizace.



Obr. 2-1 Postup získání a využití modelu, schéma vychází z [2].

2.1 Vnitřní popis

Stavový neboli vnitřní lineární model dynamického systému popisuje vztah vstupu, stavu a výstupu. Jeví se jako vhodná forma pro návrh zákona řízení nebo řídicího algoritmu, zejména protože existuje rozsáhlá teorie pro lineární systémy a systematický přístup k návrhu na základě modelu [83], [41], [67]. Obecný nelineární časově spojitý stavový dynamický systém konečného rozměru popisují stavová a výstupní rovnice

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f\left(t, x, u\right), \\ y &= g\left(t, x, u\right), \end{aligned} \tag{2.1}$$

kde t je čas, $x \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ je stavový vektor, $u \in \mathbb{R}^{m\times 1}$ je vektor vstupu, $y \in \mathbb{R}^{p\times 1}$ je vektor výstupu a f, g jsou vektorové funkce. Dimenze systému je n.

Speciální důležitou formou dynamických systémů jsou *lineární s časově neměnnými parametry* (LTI), detailněji v [53]. Z hlediska času jsou LTI *časově spojité* a *časově diskrétní*. Časově spojitý LTI

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_c x + B_c u, \\ y &= C_c x + D_c u, \end{aligned} \tag{2.2}$$

kde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je matice dynamiky stavu, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ je matice vstupu, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ je matice výstupu, $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ je přímá vstupně/výstupní matice. Matice A, B, C, D jsou v čase konstantní. Dimenze nebo řád systému je n. Spojitý systém je asymptoticky stabilní, jestliže vlastní čísla matice A mají zápornou reálnou část, více [53]. Časově diskrétní LTI

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k), \\ y(k) &= C_d x(k) + D_d u(k), \end{aligned} \tag{2.3}$$

kde k je časový krok. Diskrétní systém je asymptoticky stabilní, jestliže vlastní čísla matice A leží uvnitř jednotkového kruhu.

Realizace systému je konkrétní čtveřice matic A, B, C, D, které reprezentují vstupně/výstupní *přenosovou funkci* systému

$$G(\xi) = C(\xi I - A)^{-1} B + D, \tag{2.4}$$

kde je $\xi = s$ pro spojité a $\xi = z$ pro diskrétní systémy. O vztahu mezi časově spojitým a diskrétním systémem je více v [2]. Existuje nekonečně mnoho realizací, některé realizace jsou však užitečnější. *Minimální realizace* je realizace nejnižšího řádu (McMillanův stupeň), která je *řiditelná* a *pozorovatelná*.

2.1.1 Řiditelnost a pozorovatelnost

Řiditelný stav x lze řízením $u(t)$ dovést do počátku $x(T)=0$ v konečném čase T, $0 \le t \le T < \infty$. *Dosažitelný* stav x lze řízením $u(t)$ dosáhnout z počátku $x(0)=0$ v konečném čase T. Dosažitelnost implikuje řiditelnost, více [53]. V dalším textu nebude uvažován rozdíl mezi dosažitelností a řiditelností. Systém řádu n je dosažitelný, pokud *matice dosažitelnosti* (řiditelnosti)

$$R(A,B) = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

má hodnost n. Určení hodnosti matice může být z numerického hlediska problematické [2].

Pozorovatelný stav $x(0)$ lze určit pozorováním $y(t)$ v konečném čase T. *Rekonstruovatelný* stav $x(T)$ lze určit pozorováním $y(t)$ v konečném čase T. Pozorovatelnost implikuje rekonstruovatelnost, v dalším textu nebude uvažován rozdíl mezi pozorovatelností a rekonstruovatelností. Systém řádu n je pozorovatelný, pokud *matice pozorovatelnosti*

$$O(C,A) = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & \left(A^T\right)^2 C^T & \dots & \left(A^T\right)^{n-1} C^T \end{bmatrix}^T \tag{2.6}$$

má hodnost n.

2.1.2 Transformace stavového prostoru

Vztah mezi realizacemi systému je dán *podobnostní transformací*. Transformovaný systém je podobný původnímu tím, že nemění vnější vstupně/výstupní chování systému, transformuje pouze vnitřní stav a s tím spojená *báze* (souřadnice příslušného prostoru). Transformace

$$x = Fv\,, \tag{2.7}$$

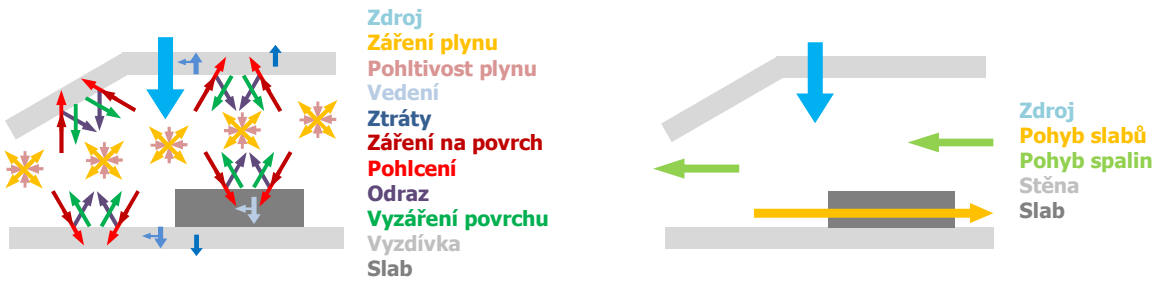
kde F je transformační matice, která je reálná a má inverzi, v je stavový vektor v nové realizaci (bázi). Matice systému v nové realizaci po transformaci F jsou

$$\bar{A} = F^{-1}AF, \qquad \bar{B} = F^{-1}B, \qquad \bar{C} = CF, \qquad \bar{D} = D\,. \tag{2.8}$$

Matice D nepodléhá transformaci. Matice řiditelnosti a pozorovatelnosti R a O je vůči podobnostní transformaci invariantní.

2.2 Přenos tepla a hmoty

V peci se uvolňuje a předává teplo. Existuje způsob jak poměrně úplně popsat jevy v peci, obsahuje řešení zákonu zachování hmoty, hybnosti, energie, chemických látek a dalších fyzikálních veličiny a vlastností spojených s termomechanikou a mechanikou tekutin. Tento CFD-podobný přístup může být přesný, ale především je velmi složitý a výpočetně náročný. Další přístup, který zde bude využit, zahrnuje všechny základní fyzikální principy pece s jistými zjednodušujícími předpoklady. Zaměřuje se v první řadě na přenos tepla sáláním doplněný o vedení a zdroje tepla respektující tepelnou a hmotnostní bilanci. Velmi zjednodušený popis dějů a jevů v peci může znít následovně a vypadat jako Obr. 2-2. Směs paliva a vzduchu přivedená do spalovacího prostoru pece se dokonalým spálením ohřeje na tzv. pseudo-adiabatickou teplotu. Vzápětí spaliny s malým tepelným obsahem okamžitě sálají do okolí, ze kterého i sálání přijímají. Nastává rovnováha, kdy lze mluvit o efektivní sálající teplotě spalin. Díky závislosti na čtvrté mocnině teploty je sálání (tepelná radiace) dominantní tepelný přenos v pecích s teplotami nad 1000°C [7], [51]. Z horkého plynu sálají zejména CO_2, H_20, popílek a saze. Při částečném pohlcování transparentním médiem se sálání šíří prostorem ve všech směrech. Při dopadu na povrch stěny nebo slabu se částečně odráží a částečně pohlcuje. Teplé povrchy sálají. Uvnitř materiálu dochází k přenosu tepla vedením. Vyzdívka i slaby akumulují teplo. Malá část (5 až 10 %) přenosu tepla ze spalin na materiál a stěny je konvekcí. Pohyb spalin je pro zjednodušení předpokládán jednorozměrný rovnoměrný pístový a ustálený [24]. Analýza soustavy je rozložena do několika následujících pododstavců a je roztříděna podle hledisek fyzikálních dějů a metod modelování. Postupuje od zdroje tepla k pohlcení.



Obr. 2-2 Mechanismy přenosu tepla (vlevo) a hmoty (vpravo).

Analogii v módech přenosu tepla lze vysvětlit fyzikálně [24], [45] i matematicky. Transportní procesy probíhající v peci, včetně sálání [47], lze popsat jednou *obecnou transportní rovnicí* (GTE) [54]

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho v\Phi) = \nabla\cdot(\Gamma\nabla\Phi) + S_\Phi\,, \tag{2.9}$$

kde pravá strana rovnice obsahuje akumulační člen a konvekční člen, levá strana rovnice obsahuje difuzní člen a zdroj. Φ je transportní proměnná, ρ je hustota, Γ je difuzní koeficient.

2.3 JEDNODUCHÝ MODEL SPALOVÁNÍ

Jednoduchý model spalování je prakticky model vývinu tepla a ustálené proudění spalin. Smyslem jednoduchého modelu spalování je vyčíslit vztah mezi množstvím vstupujícího paliva a tepla uvolněného při hoření paliva a množstvím tepla proudících spalin. To je nutné ke zjištění dosažitelného profilu, ceny akčního zásahu a odhadu teploty spalin v peci. Primární je model tepelného přenosu do slabů, teplotu plynu je možno do jisté míry měřit, o tom více v odstavci 5.1.4. Detailnější model spalování v peci lze najít v [79].

Pro jednoduchost je konstantní měrná tepelná kapacita c_{pg} a hustota ρ_g horkých spalin. Lze brát i teplotně závislé, závislosti možno najít v [5]. Dále se předpokládá rovnoměrný pístový tok, dokonalé spalování a dokonalé promíchání. Hoření probíhá mnohem rychleji než pohyb spalin. Stechiometrický poměr směsi je udržován řízením L1. Neřeší se závislost na tlaku a hybnost tekutiny. Tepelný tok vyvinutý spalováním směsi paliva a ohřátého vzduchu z rekuperace je

$$\dot{H} = u_f w + u_f \rho_f c_f \left(T_f - T_\infty\right) + u_a \rho_a c_a \left(T_a - T_\infty\right)_f , \tag{2.10}$$

kde w je Wobbeho číslo

$$w = H_H \Big/ \sqrt{\rho_r} , \tag{2.11}$$

kde H_H je specifické objemové spalné teplo záměnného plynu, ρ_r je relativní hustota plynu za stejných vztažných podmínek. Palivo je obvykle směs zemního, degazačního, koksárenského a dalších plynů. ρ_f, c_f, T_f je hustota, měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku a teplota paliva. T_∞ je vztažná teplota okolí. ρ_a, c_a, T_a je hustota, měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku a teplota vzduchu. Pro pevný poměr objemových průtoků vzduchu a paliva $\lambda = u_a/u_f$, konstantní hustoty, konstantní teplotu paliva a vzduchu lze vyjádřit

$$\dot{H}\left(u_f\right) = \left(w + \rho_f c_f \left(T_f - T_\infty\right) + \lambda \rho_a c_a \left(T_a - T_\infty\right)_f\right) u_f = W u_f , \tag{2.12}$$

kde W představuje spalné teplo směsi. Z (2.12) lze vypočítat pseudo-adiabatickou teplotu plynu

$$T_{ad} = \frac{\dot{H}}{u_f \left(\rho_f + \lambda \rho_a\right) c_{g,ad}} + T_\infty = \frac{W}{\left(\rho_f + \lambda \rho_a\right) c_{g,ad}} + T_\infty . \tag{2.13}$$

kde $c_{g,ad}$ je měrná tepelná kapacita spalin za konstantního tlaku při adiabatické teplotě.

Speciálním tvarem obecné transportní rovnice (GTE) je jednosměrná konvekce (advekce) v proudu spalin

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial (Tv)}{\partial x} + \frac{1}{c_g \rho_g}\left(\nabla \cdot q_r\left(T\right) + \nabla \cdot q_f\right), \quad v\left(x\right) \le 0 , \tag{2.14}$$

poslední člen představuje divergenci sálání q_r a zdroje tepla z paliva q_f. Rychlost jednorozměrného a jednosměrného proudu spalin, kterou způsobuje přiváděné palivo v daném místě, je

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\rho}{\rho_g} \frac{1}{A_z\left(x\right)} S\left(u_f, x, y\right), \quad S \ge 0,\ v\left(x\right) \le 0 , \tag{2.15}$$

kde $S(u_f, x, y)$ je distribuční funkce zdroje, respektive přívodu paliva. Poměr ρ/ρ_g respektuje zachování hmotnosti. Zdrojem tepla v místech, kde probíhá hoření je

$$\nabla \cdot q_f\left(u_f, x, y\right) = \nabla \cdot \dot{H}\left(u_f, x, y\right) = W \nabla \cdot S\left(u_f, x, y\right), \tag{2.16}$$

kde $\rho = (\rho_f + \lambda\rho_a)/(1 + \lambda)$ je hustota směsi vztažená k průtoku paliva, ρ_g je hustota spalin a c_g je měrná tepelná kapacita spalin za konstantního tlaku. Objemový průtok paliva u_f je fyzikální vstup do systému, je přímo úměrný ceně akčního zásahu.

2.4 SÁLÁNÍ

Sálání je známé také jako tepelné záření nebo tepelná radiace. Problematika sálavého tepelného přenosu je velmi rozsáhlá, proto je zde stručný popis pouze pro účel modelu, detailněji v [24], [49]. Všechny materiály s teplotou nad absolutní nulou vyzařují tepelnou energii ve formě elektromagnetického vlnění (zejména v infračerveném spektru) nebo částic. Sálání, na rozdíl od vedení nebo proudění, nevyžaduje k šíření fyzické médium a radiační intenzita *černého tělesa* je úměrná čtvrté mocnině absolutní teploty. Proto ve většině vysokoteplotních zařízení, pracujících nad 1000°C, přibližně 90% tepelného přenosu je sálání [24], [35]. Radiační tepelný přenos hraje klíčovou roli v popisu přestupu tepla do vsázky, a proto bude tvořit bázi modelu.

Planckův zákon popisuje spektrální distribuci sálavého toku energie černého tělesa $E_b(T, \lambda)$ v závislosti na absolutní teplotě T a vlnové délce záření λ. Černé těleso je ideální zářič i pohlcovač, sálání černého tělesa představuje maximální možnou teoretickou míru sálání. Vyintegrováním λ přes všechny vlnové délky z Planckova zákona dostáváme závislost sálavého toku energie $E_b(T)$ černého tělesa pouze na teplotě T, to popisuje Stefan-Boltzmannův zákon,

$$E_b = \sigma T^4, \tag{2.17}$$

kde σ=5,67·10^{-8} (W/K^{4}m^2) je Stefan-Boltzmannova konstanta. Uvažujme orientovaný tok sálavé energie

$$d\dot{E} = I(\theta,\phi)\, d\Omega \cos\theta\, dA, \tag{2.18}$$

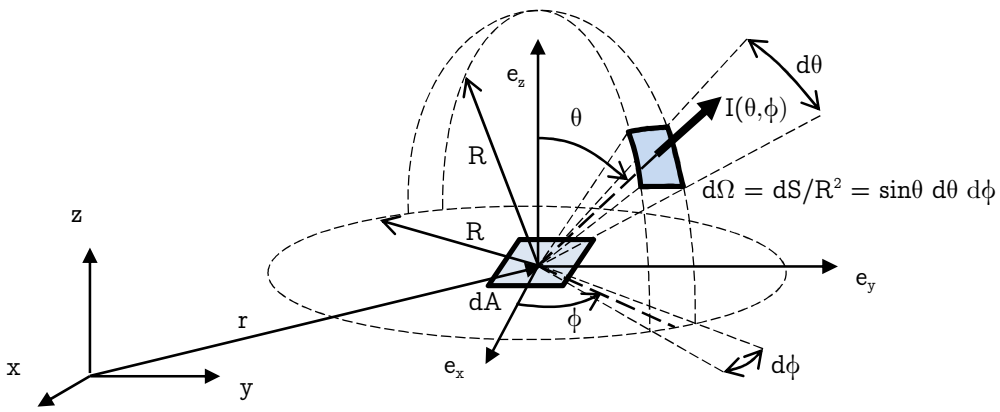
kde $I(\theta,\phi)$ je intenzita sálání ve směru s polárního θ a azimutálního ϕ úhlu,

$$d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\phi, \tag{2.19}$$

je prostorový úhel, dA je element plochy, přes který prochází svazek paprsků. Vektor směru

$$s = \sin(\phi)\cos(\theta)e_x + \sin(\phi)\sin(\theta)e_y + \cos(\phi)e_z, \tag{2.20}$$

kde e jsou jednotkové vektory standardní souřadnicové báze, viz Obr. 2-3.



Obr. 2-3 Prostorový úhel.

Pro pevné látky je sálání povrchový jev. Povrchy mají následující sálavé vlastnosti. Spektrální směrová emisivita je definována

$$\varepsilon(\theta,\phi,T,\lambda)=\frac{I(\theta,\phi,T,\lambda)}{I_b(T)},\quad 0\le\varepsilon\le 1. \tag{2.21}$$

Termín *šedé těleso* se používá pro sálavé vlastnosti nezávislé na vlnové délce, tzn.

$$\varepsilon(\theta,\phi,T)=\int_0^\infty \varepsilon(\theta,\phi,T,\lambda)\,d\lambda\,. \tag{2.22}$$

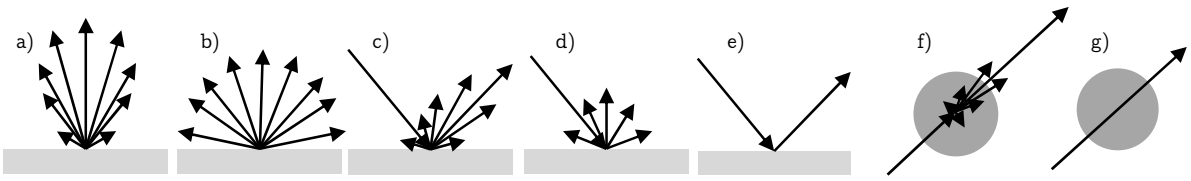
Absorptivita a reflektivita je definována

$$\alpha=\frac{I_{abs}(\theta,\phi,\lambda)}{I(\theta,\phi,\lambda)},\quad \rho=\frac{I_{ref}(\theta,\phi,\lambda)}{I(\theta,\phi,\lambda)},\quad \alpha+\rho=1, \tag{2.23}$$

Předpokládejme, že platí Kirchhoffův zákon

$$\alpha(\theta,\phi,\lambda,T)=\varepsilon(\theta,\phi,\lambda,T), \tag{2.24}$$

Přestože míra vyzařování a pohlcování pro skutečné plyny nemusí být shodná, pro jednoduchost se tak uvažuje. Reálné a ideální směrové charakteristiky sálání znázorňuje Obr. 2-4. Pro potřeby pece se povrchy aproximují šedým tělesem s difuzním vyzařováním i reflexí.



Obr. 2-4 Znázornění reálných a ideálních směrových charakteristik sálání. a) reálný sálající povrch, b) difuzně sálající povrch, c) reálná reflexe, d) difuzní reflexe, e) spekulární (zrcadlová) reflexe, f) reálně rozptylující médium, g) nerozptylující médium.

Po vyintegrování času a vlnové délky zbývá šest proměnných, jsou to tři souřadnice prostoru, dvě směru a teplota. Tyto proměnné svazuje *rovnice šíření radiace* (RTE) v ustáleném stavu a bez rozptylu [49]

$$\frac{1}{\beta}\frac{dI(r,s)}{ds}=-I(r,s)+I_b(r), \tag{2.25}$$

kde $I(r,s)$ intenzita šíření radiace v místě $r = xe_x + ye_y + ze_z$ a směru s, β je součinitel pohlcení radiace, ω je rozptylový součinitel odrazu. Intenzita difuzně sálajícího černého tělesa v místě r

$$I_b(r)=\sigma T_{(r)}^4/\pi, \tag{2.26}$$

kde σ je Stephan-Boltzmannova konstanta. Totální radiace černého tělesa je pouze závislá na teplotě T. Okrajové podmínky rovnice šíření sálání jsou tvořeny zářením povrchu a odrazem a mají následující tvar

$$I(r_w,s)=\varepsilon_w I_{bw}(r_w)+\frac{1-\varepsilon_w}{\pi}\int_{s'\cdot n_w<0} I(r_w,s)\left|s'\cdot n_w\right|d\Omega', \tag{2.27}$$

kde $I(r_w,s)$ je intenzita radiace v místě r_w a $I_{bw}(r_w)$ je intenzita záření černého tělesa v místě r_w s teplotou v místě $T(r_w)$, ε_w je emisivita stěny, n_w je normálový vektor plochy stěny, Ω je prostorový úhel. Divergence sálavého tepelného toku

$$\nabla \cdot q(r) = \kappa \left(4\pi I_b(r) - \int_{4\pi} I(r,s)\, d\Omega \right), \tag{2.28}$$

představuje množství tepla odebírané horkému plynu sáláním.

2.4.1 Model sálajícího plynu

Z horké pecní atmosféry vyzařují zejména saze, popílek, nesymetrické molekuly CO_2, H_2O a jiné produkty spalování i plamen [45], [45], [51]. Míra koncentrace sazí je významná pro sálání plynu v pecích. Na rozdíl od pevných látek, které sálají přes celé spektrum vlnových délek, plyny sálají a pohlcují záření jen v několika úzkých pásmech. Vyzařování a pohlcování produktů spalování souvisí s vibracemi a rotacemi nesymetrických molekul, v některých energetických úrovních nastává jev podobný rezonanci, to se promítá jako spektrální čáry nebo pásma. Symetrické molekuly (N_2, O_2 a H_2) při pecních teplotách téměř nesálají. Proto považování plynu za šedé těleso nemusí být vhodné [14].

Oblíbená zpřesňující metoda WSGG (Weighted Sum of Gray Gases) pro reprezentaci směsi plynů. WSGG aproximuje nešedé médium několika šedými s konstantními koeficienty dle schématu [9]

$$\begin{aligned} I &= \sum_k I_k \\ \frac{1}{\beta_k} \frac{dI(r,s)}{ds} &= -I_k(r,s) + \mathrm{f}_{\varepsilon,k} I_b(r), \\ \mathrm{f}_{\varepsilon,k} &= 1 - \sum_{j=1}^{J} b_{\varepsilon,k,j} T^{j-1} \end{aligned} \tag{2.29}$$

kde b jsou emisivní koeficienty polynomu teploty, f jsou váhové koeficienty, více [49], [56].

Dle RTE sálání přes transparentní pohlcující médium ubývá exponenciálně se vzdáleností násobenou součinitelem absorpce $\kappa(\mathrm{m}^{-1})$, respektive $\beta=\kappa+\sigma_s$, kde $\sigma_s \to 0$ je rozptylový součinitel, více o rozptylu odstavec 2.4.1.1. Součinitelem absorpce $\kappa(T_g, p, p_g, s, \lambda, \ldots)$ představuje emisivitu, respektive absorptivitu sálajícího plynu, závisí na teplotě plynu, celkovém tlaku, parciálním tlaku sálajících složek, směru, vlnové délce a dalších parametrech. κ lze určit experimentálně, případně použít jako ladící parametr. Horký plyn zjednodušme na šedé těleso s absorpčním koeficientem κ.

2.4.1.1 Rozptyl

Při průchodu rozptylujícím prostředím dochází k částečnému odchýlení paprsků od původního směru šíření. To popisuje rozptylová fázová funkce $\Phi(s' \to s)$ [49], které bývá součástí RTE takto

$$\frac{1}{\beta} \frac{dI(r,s)}{ds} = -I(r,s) + (1-\omega) I_b(r) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} I(r,s)\, \Phi(s' \to s)\, d\Omega', \tag{2.30}$$

kde $\omega=\sigma_s/\beta$ je rozptylové albedo a σ_s je rozptylový součinitel. Hrubá diskretizace směrového úhlu nemůže popsat malý rozptyl. V pecních modelech se rozptyl běžně zanedbává [35].

2.4.1.2 Sálání plamene

Sálání plamene pochází z CO_2, vodní páry a dalších produktů spalování. Nejvíce sálá viditelný plamen, i když samotná chemiluminiscence vznikající při chemických přeměnách není sálavě významná [24]. Plameny s přebytkem paliva sálají více, mají více sazí, i když mají nižší teplotu. Při spalování oleje je sálání několikrát silnější než při spalování plynu. Předmíchání směsi snižuje sálání plamene, protože produkuje méně sazí, pak je silnější vliv konvekce. Konstrukce hořáků ovlivňuje charakteristiky plamenu a

tedy i sálání. Okolní horká atmosféra může pohltit, rozptýlit, nebo zastínit sálající plamen. Rozdíl mezi sáláním plamene a sáláním horké pecní atmosféry se často zanedbává [8], [45]. Plamen je pak uvažován jako horký plyn.

2.5 KONVEKCE

Konvekce je přenos tepla spjatý s prouděním, pohyb média je podstata konvekce. Konvekci si lze přestavit jako vedení v měřítku molekul. Zásadní pro výpočet konvekce je určení součinitele přenosu tepla h (W/m^{2}K), jde víceméně o inženýrskou veličinu. Lokální konvekční tepelný tok je

$$q_{conv}(r) = h\left(T_{g,\infty} - T_{sw}(r)\right), \tag{2.31}$$

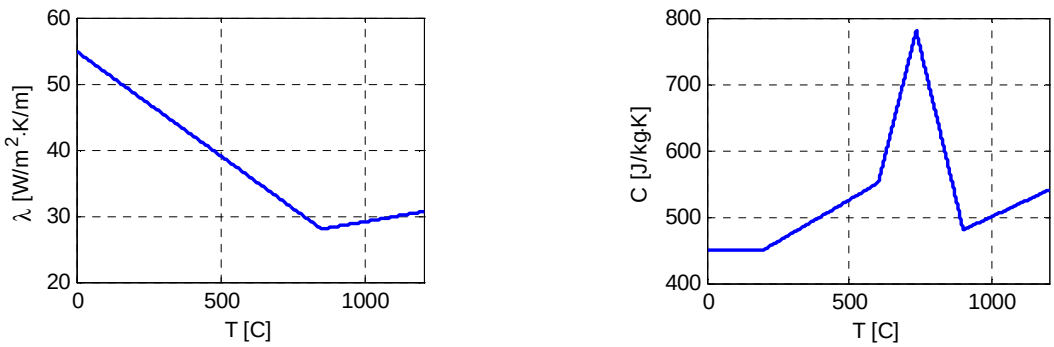
kde T_g je teplota plynu v okolí a T_{sw} je teplota stěny. Konvekce je vzhledem k sálání v peci zastoupena pouze jednotkami procent a je možné ji i zanedbat.

2.6 VEDENÍ TEPLA

Vedení neboli kondukce je způsob přenosu tepla probíhající uvnitř vsázky a uvnitř stěn pece. Přechodové vedení je popsáno parabolickou parciální diferenciální rovnicí (CE), zvláštní případ GTE,

$$\rho c(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \lambda(T)\nabla T, \tag{2.32}$$

kde T je teplota, t je čas, ρ je hustota, $c(T)$ je měrná tepelná kapacita, $\lambda(T)$ je součinitel vodivosti materiálu. Teplotně závislé parametry vedení tepla v oceli mají v rozsahu ohřevu nelineární průběh, zejména měrná tepelná kapacita $c(T)$. Při jisté teplotě dochází v oceli k fázové přeměně, to způsobuje dočasné pohcování tepla, aniž by se zvyšovala teplota. V grafické závislosti pak pozorujeme ostrý vrchol. Velikost a tvar vrcholu navíc závisí na chemickém složení oceli.



Obr. 2-5 Termodynamické parametry uhlíkové oceli. Tepelná vodivost λ(T) a měrné teplo c(T), zdroj [45].

Okrajové podmínky pro rovnici vedení mohou být uvažovány jako tepelný sálavý tok do povrchu stěny vsázky nebo vnitřní vyzdívky q_{rad} a konvekční tepelný tok q_{conv},

$$q(r_w) = q_{rad}(r_w) + q_{conv}(r_w), \tag{2.33}$$

kde

$$q_{rad}(r_w) = \int_{\Omega=4\pi} I(r_w, s)(s, n_w)\, d\Omega. \tag{2.34}$$

Přenos tepla přes mezeru mezi slabem a zdí lze (s předpokladem malého teplotního rozdílu) brát jako vedení s tepelným odporem mezery. Okrajové podmínky pro radiační teplené ztráty na vnější stěně pece lze zjednodušit na vztah

$$q_{rad,out}\left(r_w\right) = \sigma\varepsilon_w\left(T_\infty^{\ 4} - T\left(r_w\right)^4\right), \tag{2.35}$$

kde T_∞ je teplota okolního prostředí a T_w je teplota zdi. Při nízké teplotě vnějšího pláště pece lze okrajové podmínky zjednoduššit vztahem

$$q_{rad,out}\left(r_w\right) = h_{rad,out}\left(T_\infty - T\left(r_w\right)\right), \tag{2.36}$$

kde $h_{rad,out}$ je součinitel přestupu tepla.

2.6.1 Advekce vsázky

Advekce je přenos tepla spojený s pohybem většího množství hmoty, zde konkrétně s krokováním slabů v peci. S předpokladem jednosměrného kvazi-kontinuálního pohybu slabů rychlostí v_s ve směru x lze změnu teploty slabů popsat s předpokladem stejných slabů v jedné řadě následovně

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial\left(Tv_s\right)}{\partial x}, \quad v_s \geq 0\,. \tag{2.37}$$

Vstupní teplota prvního slabu je okrajová podmínka.

2.7 Metoda konečných objemů

Numerická metoda konečných objemů (FVM) může poskytnout stejnou strukturu sálání i vedení tepla, protože RTE i CE jsou speciální případy obecné transportní rovnice (GTE) [47]. Geometricky složitý prostor pece rozdělen do jednotlivých diskrétních elementů objemu se soustředěnými parametry. FVM splňuje zákon zachování veličiny přes kontrolní objem, protože vychází z analytické integrace diskretizace směru šíření. FVM s jemnou sítí lze dosáhnout poměrně vysoké přesnosti a je pravděpodobně nejoblíbenější prostředek k řešení RTE pro složité geometrické uspořádání [47]. Podstatou FVM je věta o divergenci, který umožnuje pracovat s derivací přes element objemu ΔV podle směru šíření s přes vlastní hodnotu veličiny, přes hrany elementu A_i, jejich normálové vektory n_i a směr šíření s.
Vraťme se k RTE (2.25). Aplikace FVM na člen s derivací podle směru a předpokladem konstantní intenzity přes ΔV vypadá

$$\begin{aligned}\int_{\Delta\Omega_m}\int_{\Delta V}\frac{\partial I}{\partial s}dVd\Omega &= \int_{\Delta\Omega_m}\int_{\Delta A_i} I_m\left(s_m\cdot n\right)dA_i d\Omega = \sum_{\forall i}\Delta A_i\int_{\Delta\Omega_m}\left(s_m\cdot n_i\right)d\Omega_m I_{mi} = \\ &= \sum_{\forall i}\Delta A_i D_{mi} I_{mi} = \Delta A_i\left(\sum_{i,in} D_{mi,in} - \sum_{i,out} D_{mi,out}\right)I_{mi} = \\ &= \Psi_{\mathrm{dra}}\mathrm{D}_{\mathrm{in}}\Psi_{\mathrm{dra}}I - \mathrm{diag}(\Psi_{\mathrm{dra}}\mathrm{D}_{\mathrm{out}}\mathrm{E}_{\mathrm{E}})I\end{aligned}, \tag{2.38}$$

kde m je index diskrétního prostorového úhlu, i jsou hrany kontrolního objemu,

$$\Delta\Omega_m = \int_{\phi_{m-}}^{\phi_{m+}}\int_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta\, d\phi\,, \tag{2.39}$$

kde se ve dvourozměrném prostoru závislost na polárním úhlu θ vyintegruje. Diskretizace azimutálního úhlu s pravidelným rozdělením může vypadat takto

$$\begin{aligned}
&\phi^m = (m+0.5)\Delta\phi,\ \ \phi^{m+} = (m+1)\Delta\phi,\ \ \phi^{m-} = m\Delta\phi,\\
&\Delta\phi = 2\pi / N_\phi,\\
&\Delta\Omega = 2\Delta\phi,
\end{aligned} \tag{2.40}$$

kde N_ϕ je počet diskrétních směrů, D_{mi} jsou směrové váhy dovnitř a ven z buňky

$$\begin{aligned}
D_{mi,in} &= \int_{\Delta\Omega_m} (s_m \cdot n_i)\, d\Omega_m, \qquad s_m \cdot n_i > 0,\\
D_{mi,out} &= \int_{\Delta\Omega_m} (s_m \cdot n_i)\, d\Omega_m, \qquad s_m \cdot n_i < 0,
\end{aligned} \tag{2.41}$$

celá RTE po aplikaci FVM vypadá

$$\beta \mathrm{d}\Omega \Psi_{\mathrm{ddV}} \Psi_{\mathrm{dra}} I = \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{in}} \Psi_{\mathrm{dra}} I - \mathrm{diag}(\Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{out}} \mathrm{E}_{\mathrm{E}}) I + \mathrm{E}_{\mathrm{v}} \beta \mathrm{d}\Omega \Psi_{\mathrm{ddV}} \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{I}_{\mathrm{b}}, \tag{2.42}$$

kde Ψ_d jsou diagonální strukturální matice vytvořené podle diskretizační mřížky, diskretizace směru a typu buněk mřížky. Ψ_{dra} je matice nesoucí hodnoty objemu patřičných buněk, Ψ_{ddV} je matice sálavě aktivních buněk. E_E je jednotkový vektor a E_V je vertikální matice jednotkových matic. D jsou matice směrových vah násobené plochou hran $D_{mi}\Delta A_i$. Člen $diag(\Psi_{dra}D_{out}E_E)I$ realizuje součet odcházejícího sálání ze sálavě aktivních buněk přes všechny hrany buněk. Po zahrnutí sálání stěn z okrajových podmínek dostáváme

$$\begin{aligned}
\beta \mathrm{d}\Omega \Psi_{\mathrm{ddV}} \Psi_{\mathrm{dra}} I = \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{in}} \Psi_{\mathrm{dra}} I - \mathrm{diag}(\Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{out}} \mathrm{E}_{\mathrm{E}}) I +\\
+\mathrm{E}_{\mathrm{v}} \beta \mathrm{d}\Omega \Psi_{\mathrm{ddV}} \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{I}_{\mathrm{b}} + \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{in}} \mathrm{E}_v \varepsilon_{\mathrm{d}} \mathrm{P}_{dsw} \mathrm{I}_{\mathrm{b}}
\end{aligned}. \tag{2.43}$$

Po zahrnutí odrazu od stěn z okrajových podmínek dostáváme

$$\begin{aligned}
\beta \mathrm{d}\Omega \Psi_{\mathrm{ddV}} \Psi_{\mathrm{dra}} I = \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{in}} \Psi_{\mathrm{dra}} I - \mathrm{diag}(\Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{out}} \mathrm{E}_{\mathrm{E}}) I +\\
+\mathrm{E}_{\mathrm{v}} \beta \mathrm{d}\Omega \Psi_{\mathrm{ddV}} \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{I}_{\mathrm{b}} + \Psi_{\mathrm{dra}} \mathrm{D}_{\mathrm{in}} \mathrm{E}_v \varepsilon_{\mathrm{d}} \mathrm{P}_{dsw} \mathrm{I}_{\mathrm{b}} +\\
+(\mathrm{D}_{\mathrm{yw}} \gamma \mathrm{D}_{\mathrm{inw}} + \mathrm{D}_{\mathrm{ye}} \gamma \mathrm{D}_{\mathrm{ine}} + \mathrm{D}_{\mathrm{ys}} \gamma \mathrm{D}_{\mathrm{ins}} + \mathrm{D}_{\mathrm{yn}} \gamma \mathrm{D}_{\mathrm{inn}}) \Psi_{\mathrm{dra}} I
\end{aligned}. \tag{2.44}$$

Nyní lze vytknout vektor intenzity I a provést inverzi, tento krok už patří do kapitoly syntéza 3.3.2., včetně vysvětlení významu značení veličin. Rovnice (2.44) se běžně řeší iterativně [35], [3].
Uvažujme rovnici vedení tepla CE (2.32). Aplikace FVM na difuzní člen je

$$\int_{\Delta V} \nabla \cdot \lambda \nabla T\, dV = \sum_{\forall i} \int_{\Delta A_i} \vec{n}_i \cdot \lambda \nabla T\, dA = \sum_{\forall i} q_i \Delta A_i = \sum_{\forall i} Q_i\,. \tag{2.45}$$

Výsledný výpočetní tvar celé CE (2.32) je

$$\rho c\, \Delta \mathrm{V}\, \dot{T} = \sum_{\forall i} \dot{Q}_i\,, \tag{2.46}$$

součet tepelných toků do buňky přes její hrany je roven změně tepelné energie v buňce. Metoda konečných diferencí a metody konečných objemů při řešení vedení tepla v pravoúhlé mřížce splývají.
Jednorozměrná a jednosměrná advekce vsázky a konvekce spalin je FMV řešena shodně

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial (Tv)}{\partial x} dV = \int_{\Delta A} n \cdot (Tv)\, dA = \Delta A (Tv)_{z+1} - \Delta A (Tv)_z\,, \tag{2.47}$$

Jednosměrnost je zajištěna směrem, respektive znaménkem rychlosti. Pohyb vsázky je obvykle v protisměru k pohybu spalin.

2.8 Model degradace materiálu

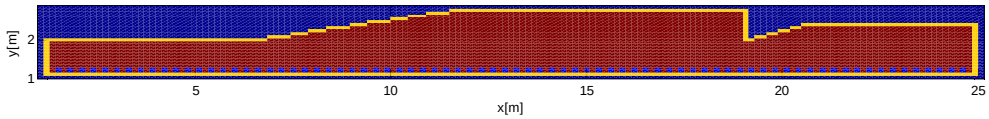
Vliv teploty a délky ohřevu na vsázku se projevuje negativně. Nastává tvorba okují, oduhličení povrchu, změna vnitřní struktury oceli, deformace atd. Výpočet vnitřního pnutí, které je důležité u velkých ingotů, je popsán v [28]. Tepelné deformace lze omezit maximálním povoleným tepelným tokem do materiálu. Z hlediska řízení kvality ohřevu je vhodné zakomponovat míru degradace materiálu do kriteriální funkce, případně do omezení. Zvláště pokud je možné řídit dobu ohřevu. Čas ohřevu slabu v peci závisí na rychlosti slabu a délce pece. Oxidace mění sálavé vlastnosti povrchu a i tepelnou vodivost svrchní vrstvy. Měřítkem degradace může být tloušťka degradované vrstvy. Model degradace materiálu dle [43]

$$d\mu = \frac{1}{\frac{\mu}{k_m} + \frac{1}{k_g}} dt \,, \tag{2.48}$$

kde t je čas, μ je tloušťka degradované vrstvy, k_g je součinitel růstu vrstvy závislý na teplotě a vlastnostech oxidační atmosféry, k_m závisí na teplotě a vlastnostech materiálu.

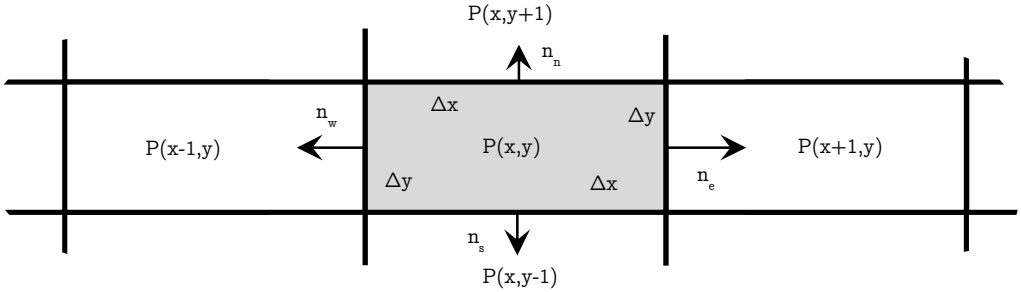
3 Matematický model - syntéza

Kapitola pojednává o sestavení výpočtových struktur. Na konkrétním přikladu pece bude ukázán postup sestavení 2D modelu. K porozumění maticovým výrazům níže v této kapitole je zapotřebí jistá míra prostorové představivosti. Uvažujme následující uspořádání pece, viz Obr. 3-1.



Obr. 3-1 Schéma pece pro výpočet.

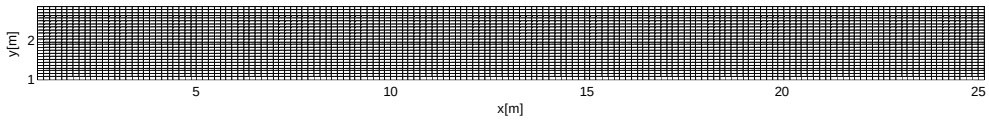
Pec je umístěna v okolí, které doplňuje hraniční obdélník. Samotnou pec tvoří vyzdívka pece, horká plynná atmosféra a slaby. Celý prostor pece je diskretizován malými elementy objemu, konkrétně n_x=161, n_y=25, N=$n_x n_y$=4025. V zájmu jednoduchých výpočtových vztahů je použita pravoúhlá buňka, viz Obr. 3-2. Buňka, tedy element objemu, nese informaci o veličinách, které jsou v buňce konstantní. Pravoúhlá buňka má hrany i a normálové vektory hran n_i označeny podle světových stran $i = \{w,e,n,s\}$. Hrana má svou plochu ΔA_i.



Obr. 3-2 Buňka (element objemu)

3.1 Prostorová diskretizace

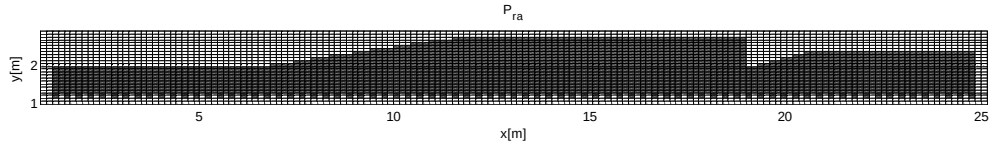
Z pravoúhlých buněk vzniká pravoúhlá mřížka. V prostoru slabů může být mřížka jemnější. Sálání pevných látek je povrchový jev. Pokud bude použita dostatečně jemná diskretizace, pak teplota krajních buněk dobře představuje povrchovou teplotu. Nepravidelnost mřížky zachycují vektory p_{0dx} a p_{0dy}, pomocí nichž lze vytvořit pole mřížky P_{dx} a P_{dy} a také pole objemu všech elementů P_{dV} vynásobením P_{dx} a P_{dy} prvek po prvku.



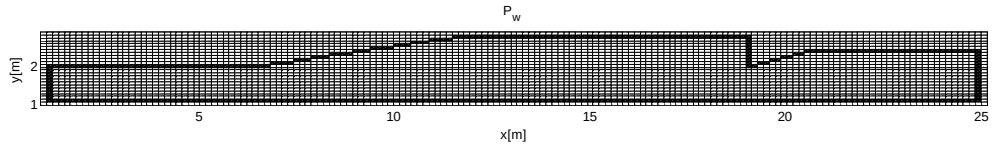
Obr. 3-3: Ukázka mřížky pece. (Pro přesnější výpočet je mřížka jemnější.)

Prostor pece je rozdělen na sálavě aktivní a neaktivní buňky. Sálavě aktivní jsou sálavě transparentní buňky plynu uvnitř pece a sálavě neaktivní buňky jsou slaby, vyzdívka pece přes které se sálání nešíří. Sálání slabů a vyzdívky je povrchový jev na rozhraní buněk s buňkami plynu. Okolí pece se uvažuje též sálavě neaktivní. Všem jednotlivým elementům objemu přiřadíme jejich vlastnosti pomocí vytvoření následujících matic, které mají stejnou velikost jako mřížka. Strukturální matice nesou informaci o

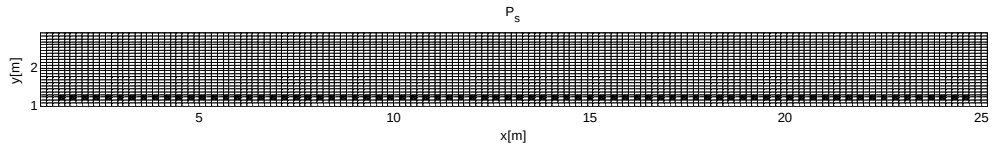
charakteru každé buňky a v odpovídajících prvcích mají jednotky. Matice plynu, vyzdívky, slabů, P_{ra}, P_s, P_w jsou na obrázcích níže.



Obr. 3-4 Strukturální matice sálavě aktivních elementů plynu.



Obr. 3-5 Strukturální matice elementů vyzdívky.



Obr. 3-6 Strukturální matice elementů slabů.

Tímto názorným postupem je definována geometrie pece. Strukturální matice lze získat ručně, z matice bitmapového obrázku výkresu pece, nebo z testování, zda-li je určitý bod v dané oblasti dle výkresu, případně i jinak. Matice sálavě neaktivních buněk P_{ira} je doplněk k P_{ra}.
Sloupcový vektor stavu T získáme prostým poskládáním dvourozměrného pole do vektoru po sloupcích nebo po řádcích. Délka vektoru je $N=n_x n_y$. Podobně převedeme matice plynu, vyzdívky, slabů, objemů P_{ra}, P_s, P_w, P_{dV}, P_{ira} na sloupcové vektory p_{ra}, p_s, p_w, p_{dV}, p_{ira}. Tyto vektory pro pozdější potřebu diagonalizujeme na matice P_{dre}, P_{ds}, P_{dw}, P_{dV}, P_{dira}. Pro úplnost definován vztah $P_{didV}=P_{ddV}^{-1}$.
Ve 2D jsou proměnné RTE x a y v mřížce. Z proměnných RTE už zbývá teplota a azimut směru sálání, o který je třeba rozšířit výpočetní struktury následovně

$$\begin{aligned} \Psi_{\mathrm{dra}} &= \mathrm{diag}\left(E_V p_{ra}\right), \\ \Psi_{\mathrm{dira}} &= \mathrm{diag}\left(E_V p_{ira}\right), \\ \Psi_{\mathrm{ddV}} &= \mathrm{diag}\left(E_V p_{dV}\right). \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.1.1 Pomocné struktury

Pomocné matice jsou tyto. Matice jednotek $E_{n\times m}=[1]_{n\times m}$. Vertikální matice jednotkových matic je

$$E_V = \left[I_{N\times N} \quad \dots \quad I_{N\times N}\right]_{N\times N\cdot N\phi}, \tag{3.2}$$

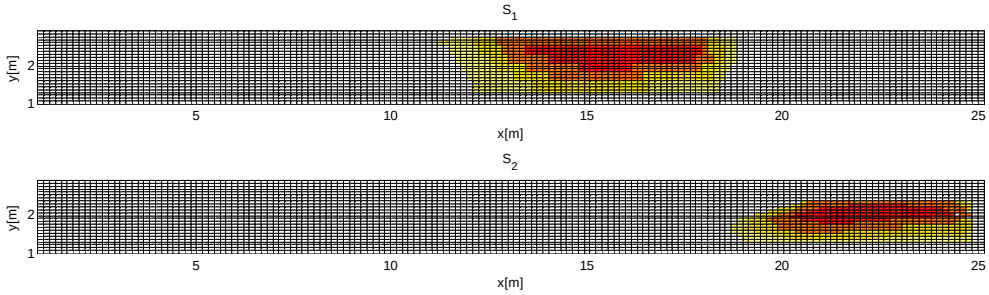
a horizontální $E_H=E_V^T$. Jednotková matice podobná diagonální je

$$L_z = \begin{bmatrix} E_{1\times n_x} & & \\ & \dots & \\ & & E_{1\times n_x} \end{bmatrix}_{n_y\times N}. \tag{3.3}$$

Horní trojúhelníková matice Σ o rozmměru $n_y\times n_y$ realizuje součet komponent vektoru.

3.2 Parametry modelu

Strukturální matice jsou doplněny maticemi parametrů zajišťující rozložení parametrů do prostoru. Pro matice distribuce zdrojů S_i pro každý vstup do pece, viz Obr. 3-7. Součet všech prvků S_i je jedna. Případně lze použít různé zdroje pro uvolnění tepla i pro přívod paliva.



Obr. 3-7 Distribuce zdrojů pro každý vstup.

Přehled všech použitých parametrů shrnuje Tabulka 3-1.

Tabulka 3-1 Parametry modelu

Označení	Parametr	Hodnota	Jednotky
β	Součinitel absorpce spalin	0,15	m^{-1}
ρ_s	Hustota oceli	7850	kg/m^3
ρ_w	Hustota vyzdívky	2600	kg/m^3
ε_s	Emisivita povrchu oceli	0,6	
λ_s	Součinitel vodivosti oceli	30	W/Km
ε_w	Emisivita povrchu vyzdívky	0,8	
λ_w	Součinitel vodivosti vyzdívky	3	W/Km
c_s	Měrná tepelná kapacita oceli	450	J/kgK
c_w	Měrná tepelná kapacita vyzdívky	9600	J/kgK
c_a	Měrná tepelná kapacita vzduchu	1300	J/kgK
c_f	Měrná tepelná kapacita paliva	1370	J/kgK
c_g	Měrná tepelná kapacita spalin	1700	J/kgK
h_{ci}	Součinitel přenosu tepla vnitřní	0	W/Km^2
h_{co}	Součinitel přenosu tepla vnější	0	W/Km^2
T_∞	Teplota okolí	$20+C_{2K}$	K
T_a	Vstupní teplota vzduchu	$300+C_{2K}$	K
T_f	Vstupní teplota paliva	$10+C_{2K}$	K
T_{s0}	Vstupní teplota slabu	$100+C_{2K}$	K
v_s	Průměrná rychlost slabů	0,0025	m/s
w	Wobbeho číslo	$8{,}5\cdot10^6$	J/Nm^3
λ	Poměr vzduchu a paliva	2	
ρ_a	Hustota vzduchu	1,2	kg/m^3
ρ_f	Hustota paliva	1,1	kg/m^3
ρ_g	Hustota spalin	1,3	kg/m^3

Pozn.: Některé parametry mohou být použity jako vstupy.
C_{2K}=273,15 K je přepočet mezi °C a K

3.3 SESTAVENÍ ROVNIC

Dosavadní kroky sestavení modelu může zadat uživatel podle modelované reality. Následující kroky transformují zadané struktury do stavového popisu pro účel řešení 2D sálání, vedení a spalování. Tento krok je už možné provést algoritmicky a provede se pouze při sestavování modelu.
Energetickou bilancí skládající se z jednotlivých tepelných toků je

$$Q_{accum} = Q_{rad} + Q_f + Q_{z,prev} - Q_z + Q_{cond} + Q_{adv} + Q_{wloss} + Q_{conv,in} + Q_{sw}\,, \tag{3.4}$$

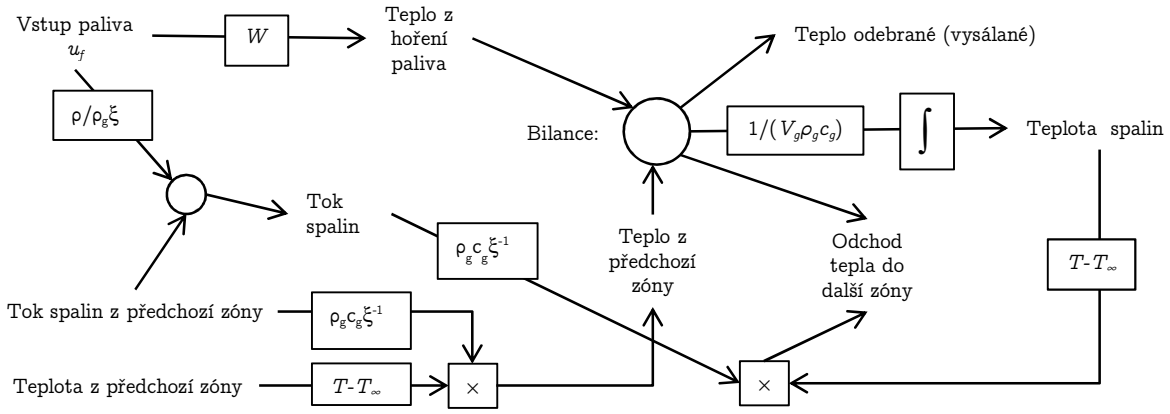
lze přepsat do stavové rovnice vývoje teploty T

$$\dot{T} = \tau_g \left(Q_{rad} + Q_f + Q_{z,prev} - Q_z \right) + \tau_{ws} \left(Q_{cond} + Q_{adv} + Q_{wloss} + Q_{conv,in} + Q_{sw} \right), \tag{3.5}$$

kde jednotlivé složky jsou rozepsány v následujících odstavcích.

3.3.1 SPALOVÁNÍ

Model spalování je názorněji vysvětlen na tepelné bilanci kontrolního objemu neboli zóny, viz Obr. 3-8. Pec je rozdělena na svislé zóny podél jednorozměrného a jednosměrného proudu spalin.



Obr. 3-8 Schéma zónové bilance spalin.

Teplo Q_f dodané průtokem paliva u_f o výhřevnosti W vypočteme

$$Q_f = W S u_f\,, \tag{3.6}$$

kde S je matice rozmístění zdrojů. Teplo opouštějící zónu průřezem pece Q_z je

$$Q_z = c_g \rho_{flra} \mathrm{diag}\left(\Theta \zeta \Sigma \Theta^T S u_f \right) \left(T - T_\infty \right), \tag{3.7}$$

kde ζ^{-1} představuje průřez pece kolmý k proudění spalin v zónách

$$\zeta = \left(\mathrm{diag}\left(E_{ny\times 1} + \left(\Theta^T - L_{zr} L_{zr}^{\ T} \left(L_{zr} L_{zr}^{\ T} \right)^{-1} \right) p_{ra} \right) \right)^{-1}, \tag{3.8}$$

kde Θ je transformace[1] 1D zónových teplot na všechny elementy v zóně

[1] Matice ζ a Θ lze získat výhodněji programováním pomocí cyklů a podmínek

$$\Theta = \mathrm{L}_{zr}^{T}\mathrm{L}_{\mathrm{zr}}\mathrm{L}_{zr}^{T}\left(\mathrm{L}_{\mathrm{zr}}\mathrm{L}_{zr}^{T}\right)^{-1}, \tag{3.9}$$

kde

$$\mathrm{L}_{\mathrm{zr}} = L_z p_{ra}, \tag{3.10}$$

kde L_z je pomocná matice. Teplo přicházející do zóny průřezem pece

$$\mathrm{Q}_{\mathrm{z,prev}} = \Theta\zeta\mathrm{I}_{\mathrm{prevz}}\Theta^{T}\mathrm{Q}_{\mathrm{z}} \tag{3.11}$$

je teplo Q_z opouštějící předchozí zónu v aktuálním průřezu pece. Časová konstanta elementů plynu je

$$\tau_{\mathrm{g}} = \frac{1}{\rho_g c_g}\mathrm{P}_{\mathrm{d,idV}}P_{d,ra}. \tag{3.12}$$

3.3.2 Sálání

Teplo Q_{rad} odebírané plynu sáláním se spočte

$$Q_{rad} = \beta P_{ddV}\left(G - 4\sigma P_{d,ra}T^{4}\right), \tag{3.13}$$

kde T^4 značí čtvrtou mocninu vektoru (prvek po prvku) a kde intenzita dopadajícího sálání G je součet přes všechny směry sálání m=1, ..., N_ϕ

$$\mathrm{G} = \mathrm{E}_h\mathrm{I}_m\mathrm{d}\Omega, \tag{3.14}$$

kde I_m je směrová intenzita dopadajícího sálání

$$\mathrm{I}_{\mathrm{m}} = \Xi\left(E_v\beta\, d\Omega P_{ddV}P_{d,ra} + \Psi_{dra}D_{in}E_v\varepsilon_d P_{dsw}\right)\mathrm{I}_b. \tag{3.15}$$

Intenzita závisí jen na intenzitě černého tělesa

$$\mathrm{I}_b = \sigma T^{4}/\pi, \tag{3.16}$$

která závisí jen na teplotě a teplota je stav. Matice sálání

$$\Xi = \Psi_{dra}\begin{pmatrix} \mathrm{diag}\left(\Psi_{dra}D_{out}E_E + \varpi\Psi_{dira}E_E\right) + \beta d\Omega\Psi_{ddV}\Psi_{dra} - \Psi_{dra}D_{in}\Psi_{dra} & \cdots \\ -\left(D_{yw}\gamma D_{inw} + D_{ye}\gamma D_{ine} + D_{yn}\gamma D_{inn} + D_{ys}\gamma D_{ins}\right)\Psi_{dra} & \end{pmatrix}^{-1}, \tag{3.17}$$

kde ϖ je velké číslo pro zajištění regularity. Matice směrových vah dovnitř a ven jsou

$$\begin{aligned} D_{in} &= |D| \quad \text{z prvků } D < 0, \\ D_{out} &= D \quad \text{z prvků } D > 0, \end{aligned} \tag{3.18}$$

kde matice směrových vah je

$$D = \sum_{i=w,e,n,s} D_i, \tag{3.19}$$

kde matice směrových vah pro hrany je

$$D_i = \begin{bmatrix} D_{1i} & & \\ & \ddots & \\ & & D_{N_\phi i} \end{bmatrix}. \tag{3.20}$$

Matice směrových vah pro určitý směr pro hrany jsou dány

$$\begin{aligned} D_{wm} &= \delta_{mw} P_{ddy} D_{1w}, \\ D_{em} &= \delta_{me} P_{ddy} D_{1e}, \\ D_{nm} &= \delta_{mn} P_{ddx} D_{1n}, \\ D_{sm} &= \delta_{ms} P_{ddx} D_{1s}, \end{aligned} \tag{3.21}$$

kde jednotková matice směrových vah pro určitý směr pro hrany

$$\begin{aligned} D_{1w} &= \mathrm{diag}(\upsilon, -1), \\ D_{1e} &= \mathrm{diag}(\upsilon, +1), \\ D_{1n} &= \mathrm{diag}(\upsilon, -n_x), \\ D_{1s} &= \mathrm{diag}(\upsilon, +n_x), \end{aligned} \tag{3.22}$$

kde pomocný vektor pro vynechání krajních buněk je

$$\upsilon = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{n_x-1} & 0 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} E_{n_x-1} & 0 \end{bmatrix} & E_{n_x-1} \end{bmatrix}^T, \tag{3.23}$$

δ jsou směrové váhy

$$\begin{bmatrix} \delta_{wm} \\ \delta_{em} \\ \delta_{nm} \\ \delta_{sm} \end{bmatrix} = \frac{\pi}{2} \begin{bmatrix} n_w \\ n_e \\ n_n \\ n_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\phi_{m+}) - \sin(\phi_{m-}) \\ \cos(\phi_{m-}) - \cos(\phi_{m+}) \end{bmatrix}, \tag{3.24}$$

kde význam znaků viz odstavec 2.7. Matice emisivity složená z emisivity slabu ε_s a vyzdívky ε_w je

$$\varepsilon_{\mathrm{d}} = \mathrm{diag}\left(\varepsilon_s p_s + \varepsilon_w p_w\right), \tag{3.25}$$

matice míry odrazivosti je

$$\gamma = \mathrm{diag}\left(E_v\left(\left(1-\varepsilon_s\right)p_s + \left(1-\varepsilon_w\right)p_w\right)\right). \tag{3.26}$$

Matice směrových vah difuzního odrazu sálání jsou

$$\begin{aligned} D_{wmn} &= D_{1e} 2 / N_\phi, & \delta_{mw} &< 0, \\ D_{emn} &= D_{1w} 2 / N_\phi & \delta_{me} &< 0, \\ D_{nmn} &= D_{1s} 2 / N_\phi & \delta_{mn} &< 0, \\ D_{smn} &= D_{1n} 2 / N_\phi & \delta_{ms} &< 0, \end{aligned} \qquad \mathrm{s}_n \cdot \left(\mathrm{s}_m + \mathrm{r}_{\mathrm{ref}}\right) > 0, \tag{3.27}$$

kde vektor směru zrcadlového odrazu je

$$\mathrm{r}_{\mathrm{ref}} = s_m - 2\left(s_m \cdot n_i\right) n_i. \tag{3.28}$$

Výsledně dostáváme sálavý tepelný tok pro pevné povrchy jako rozdíl absorbovaného a vyzářeného

$$\mathrm{Q_{sw}} = \varepsilon_{\mathrm{d}} \left(\mathrm{E}_H \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{dira}} \mathrm{D_{in}} \mathrm{I_m} \text{ -diag} \left(\mathrm{E}_H \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{dira}} \mathrm{D_{out}} \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{dra}} \mathrm{E_E} \right) \mathrm{P}_{dsw} \mathrm{I_b} \right). \tag{3.29}$$

3.3.3 Vedení pro slaby a vyzdívku

Vyjdeme z pravé strany rovnice vedení (2.46), která popisuje difuzní člen

$$\mathrm{Q_{cond}} = \sum_{i=w,e,n.s} \dot{Q}_i \,, \tag{3.30}$$

kde při předpokladu lineárního průběhu teploty mezi středy buněk pravoúhlé mřížky platí

$$Q_i = \Delta A_i \lambda \frac{T_i - T_p}{\delta_i} \,, \tag{3.31}$$

kde T_i je teplota buňky za hranou i, δ_i je vzdálenost středů přes hranu i, T_p je vlastní teplota buňky. Rozepsáno maticově pro všechny buňky po složkách

$$\mathrm{Q_{cond}} = \left(\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{ins}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{inw}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{insw}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{inws}} \text{-} \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{out}} \right) \mathrm{T} \,, \tag{3.32}$$

kde přicházející tepelný tok ze slabů na slaby, z vyzdívky na vyzdívku, ze slabů na vyzdívku, z vyzdívky na slaby je

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{ins}} &= \mathrm{P}_{ds} \lambda_{\mathrm{s}} \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{in0}} \mathrm{P}_{ds} \,, \\ \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{inw}} &= \mathrm{P}_{dw} \lambda_{\mathrm{w}} \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{in0}} \mathrm{P}_{dw} \,, \\ \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{insw}} &= \mathrm{P}_{dw} \lambda_{\mathrm{sw}} \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{in0}} \mathrm{P}_{ds} \,, \\ \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{inws}} &= \mathrm{P}_{ds} \lambda_{\mathrm{sw}} \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{in0}} \mathrm{P}_{dw} \,, \end{aligned} \tag{3.33}$$

odcházející tepelný tok je

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{out}} = \mathrm{diag} \left(\left(\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{ins}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{inw}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{insw}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{inws}} \right) \mathrm{E}_{N \times 1} \right). \tag{3.34}$$

Matice časové konstanty slabů

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}} = \frac{1}{\rho_s c_s} \mathrm{P_{d,idV}} P_{ds} \,. \tag{3.35}$$

3.3.4 Advekce vsázky

Kvazi-kontinuální pohyb slabů je popsán rychlostí v_s a maticí M, která nese informaci o pravidelném krokování slabů.

$$Q_{adv} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{wsi}} \frac{\mathrm{v_s}}{\mathrm{dy}} \left(\mathrm{p}_{s1} \mathrm{T_{s0}} \text{-} \mathrm{MT} \right), \tag{3.36}$$

kde člen $p_{s1} T_{s0}$ má smysl vsazení nového slabu o teplotě T_{s0}.

$$\mathrm{M} = \mathrm{P}_{ds} \left(I - \mathrm{diag} \left(\mathrm{p_s}(1{:}\mathrm{end}\text{-}\mathrm{m}_b \mathrm{n_x}), \text{-}\mathrm{m}_b \mathrm{n_x} \right) \right), \tag{3.37}$$

kde m_b je počet buněk, o který se slaby posunou při jednom kroku. V definici M je použita notace podobná programu Matlab. Pro potřeby simulace lze událostmi podmíněné nepravidelné krokování realizovat transformací

$$T^1 = p_{s1} T_{s0} - MT\,, \tag{3.38}$$

kde horní index značí stav po krokování.

3.3.5 Konvekce

Konvekční ztráty na vnějším plášti pece jako rozdíl teploty okolí a teploty všech buněk vnějšího pláště, násobeno plochou rozhraní.

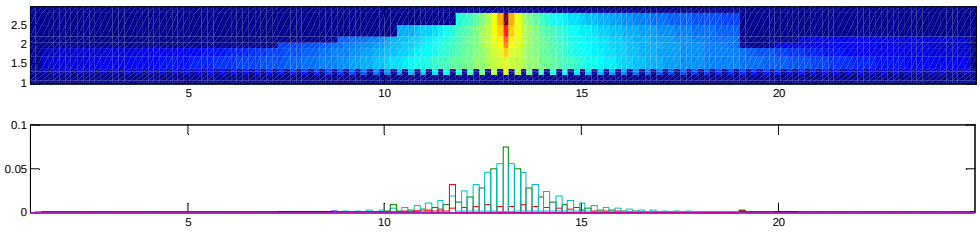
$$Q_{\mathrm{wloss}} = h_{out}\left(P_{dw}\Lambda_{\mathrm{in0}} dA_{\mathrm{xy}} p_{\infty} T_{\infty} - \mathrm{diag}\left(P_{dw}\Lambda_{\mathrm{in0}} dA_{\mathrm{xy}} p_{\infty}\right) T\right), \tag{3.39}$$

Konvekci uvnitř lze řešit stejným způsobem.

$$Q_{\mathrm{conv,in}} = h_{in}\,\mathrm{diag}\left(P_{dra}\Lambda_{\mathrm{in0}} dA_{\mathrm{xy}} p_{w} - P_{dw}\Lambda_{\mathrm{in0}} dA_{\mathrm{xy}} p_{ra}\right) T\,, \tag{3.40}$$

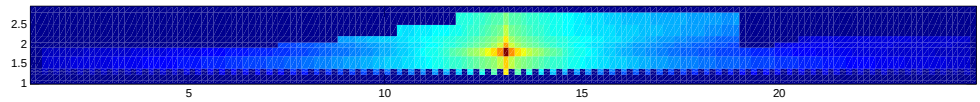
3.4 Simulace

Nyní je možné demonstrovat některé mezivýsledky výpočtu modelu pece. Zajímavá je interakce sálání, na Obr. 3-9 je ukázáno sálání jednoho povrchu vyzdívky, který ovlivňuje přímo viditelné povrchy, ale i povrchy, které zasáhne odraz sálání. Pro výpočet je použita poměrně hrubá diskretizace n_x=161, n_y=12, n=16.



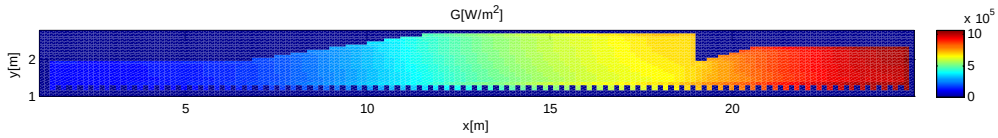
Obr. 3-9 Ukázka sálání jednoho povrchu elementu vyzdívky. Horní obr. představuje intenzitu dopadajícího sálání. Dolní obr. je projekce měrného tepelného toku do povrchů po délce pece.

Podobně je ukázáno, jak jeden element objemu plynu ovlivňuje ostatní elementy objemu plynu a povrchy v peci.



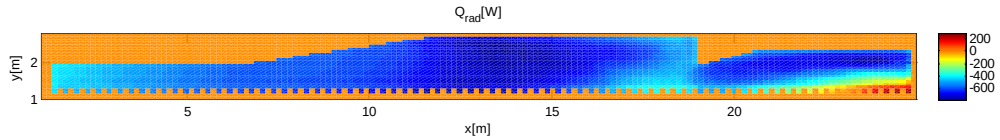
Obr. 3-10 Ukázka sálání jednoho elementu objemu plynu na intenzitě dopadajícího sálání.

Simulace ustáleného stavu pro průtok plynu 0,35 m^2/s v první zóně s druhou zónou bez vytápění je znázorněna na následujících obrázcích. Ukázka dopadající intenzity sálání je na Obr. 3-11.



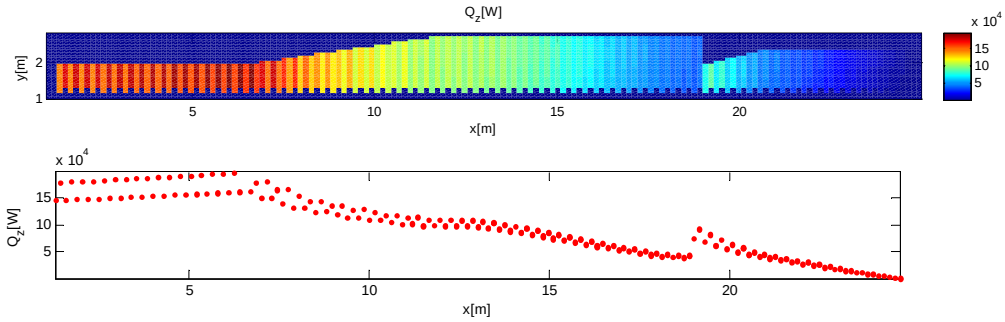
Obr. 3-11 Dopadající intenzity sálání G.

Sálavý tepelný tok v plynu je na Obr. 3-12.



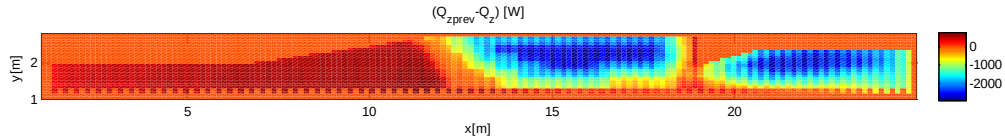
Obr. 3-12 Sálavý tepelný tok v plynu Q_{rad}.

Tepelný tok odcházející z průřezu pece proudem spalin je na Obr. 3-13. Pruhy jsou způsobeny rozdílnou velikosti průřezu pece vlivem slabů.



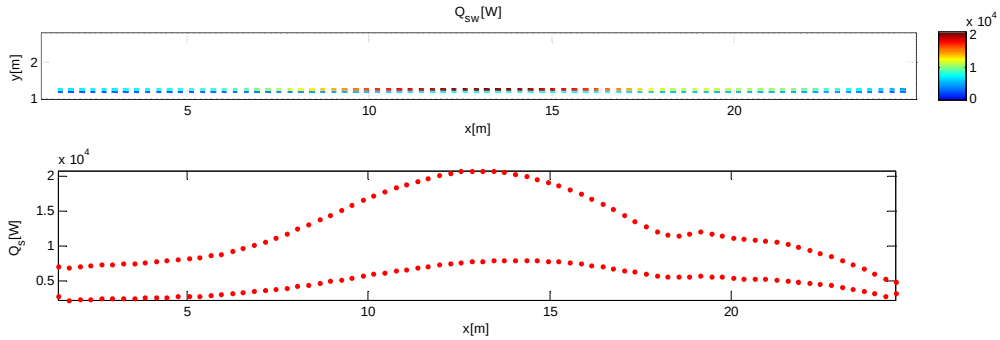
Obr. 3-13 Tepelný tok odcházející z průřezu pece proudem spalin

Tepelný tok rozdílu přicházejícího a odcházejícího z průřezu pece proudem spalin je na Obr. 3-14.



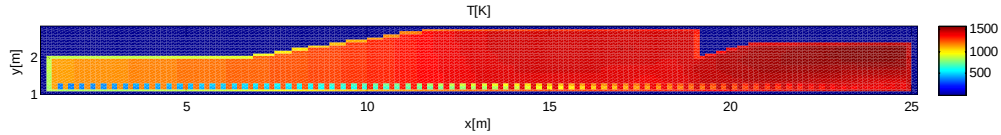
Obr. 3-14 Tepelný tok rozdílu přicházejícího odcházejícího z průřezu pece proudem spalin.

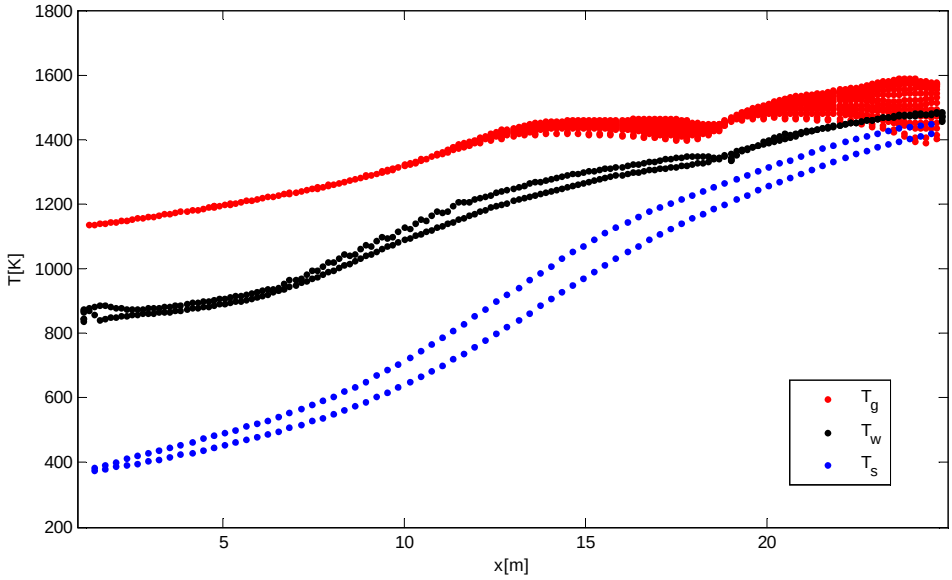
Sálavý tepelný tok do pevných látek přes povrchy je na Obr. 3-15. Vzhledem k tomu, že povrchy vyzdívky jsou již v tepelné rovnováze, je vidět pouze tepelný tok do slabů.



Obr. 3-15 Sálavý tepelný tok do pevných látek přes povrchy nahoře. Graf tepelného toku do slabů dole.

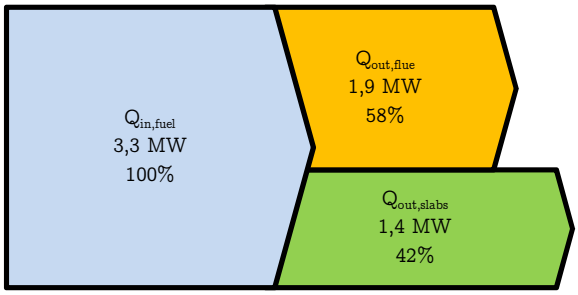
Výsledné rozložení teploty ukazuje Obr. 3-16. Průběh teploty slabů po délce pece vytváří *ohřevovou křivku.*





Obr. 3-16 Zobrazení teploty v peci.

Kontrola tepelné bilance (bez ztrát zdí a bez rekuperace) na Obr. 3-17.



Obr. 3-17 Sankeyův diagram využití tepelné energie.

3.4.1 Přínos simulace modelu

Bylo ověřeno, že model realisticky simuluje chování pece. Simulace respektující základní tepelné bilance ohřevu a dávající fyzikálně smysluplné výsledky je velmi užitečný nástroj. Veliký přínos tohoto modelu je schopnost počítat teplotní profil spalin. Jednak je pak znám dosažitelný teplotní profil, dále lze využít korekce z termočlánků a také, při případné poruše pecního termočlánku, lze teplotu spalin odhadovat. Model poskytuje kompletní tepelný profil všech elementů pece, včetně dalších profilů tepelných toků, zejména je možné sledovat tepelený tok do slabů a ve slabech. Na základě této informace je přesněji řídit přímo ohřev slabů. V operátorských rozhraních není sledování celého teplotního pole pece obvyklé. Není obvyklé, aby model vyhodnocoval teplotu vyzdíky, to je dobré pro výpočet jindy neznámého teplotního profilu povrchu vyzdívky po délce pece, podle vnější teploty vyzdívky lze model korigovat. Dostupné fyzikální náhledy na ohřev přispívájí k hlubšímu pochopení ohřevu. Simulace může vyhodnocovat účinnost a kvalitu ohřevu při různých operátorských strategií. V kombinaci s dostatečně rychlým výpočtem může model běžet paralelně s reálnou pecí a ukazovat vnitří stav prohřátí, který jinak nelze vidět. Do modelu lze dále zakomponovat i zpětnou vazbu z měření pro věrohodnější odhad. Model bude i dále využit k návrchu řízení.

3.5 Stavový popis

Upravením rovnice (3.5) získáme stavovou rovnici s parametry K_i

$$\dot{T} = f(T,u) = K_1 T^4 + K_2 T + K_3 \operatorname{diag}\left(K_4 u_f\right)\left(T - T_\infty\right) + K_5 v_s T + K_6 u_f + K_7 v_s + K_8 . \tag{3.41}$$

Stavová rovnice je nelineární, obsahuje čtvrtou mocninu (vektoru po elementech) a bilineární člen. Tuto strukturu sdílí poměrně velká třída pecních modelů, které se liší v parametrech. Vstup modelu je

$$u = \left[u_f^{\mathrm{T}} \quad v_s \right]^{\mathrm{T}} . \tag{3.42}$$

Parametry pro tento model jsou

$$\begin{aligned}
K_1 &= \left(\tau_{\mathrm{g}}\beta \mathrm{E_h}\Psi_{\mathrm{ddV}}\mathrm{d}\Omega + \tau_{\mathrm{ws}}\varepsilon_{\mathrm{d}}\mathrm{E_h}\Psi_{\mathrm{dira}}\mathrm{D_{in}}\right)\Xi\left(\mathrm{E_v}\beta\mathrm{d}\Omega\mathrm{P_{ddV}}\mathrm{P}_{ra} + \Psi_{\mathrm{dra}}\mathrm{D_{in}}\mathrm{E_v}\varepsilon_{\mathrm{d}}\mathrm{P}_{sw}\right)\sigma/\pi \ldots \\
&\quad -\tau_{\mathrm{ws}}\varepsilon_{\mathrm{d}}\operatorname{diag}\left(\mathrm{E}_h\Psi_{\mathrm{dira}}\mathrm{D_{out}}\Psi_{\mathrm{dra}}\mathrm{E}_E\right)\mathrm{P}_{sw}\sigma/\pi - \tau_{\mathrm{g}}\beta\mathrm{P_{ddV}}4\sigma\mathrm{P}_{ra}, \\
K_2 &= \tau_{\mathrm{ws}}\left(\Lambda_{\mathrm{ins}} + \Lambda_{\mathrm{inw}} + \Lambda_{\mathrm{insw}} + \Lambda_{\mathrm{inws}} - \Lambda_{\mathrm{out}}\right) - \tau_{\mathrm{ws}}\mathrm{hP}_\infty, \\
K_3 &= \tau_g\left(\Theta\zeta I_{\mathrm{prevz}}\Theta^T - I\right)\mathrm{c_g}\rho_{\mathrm{flra}}, \\
K_4 &= \Theta\zeta\Sigma\Theta^T\mathrm{S}, \\
K_5 &= -M \,/\, dy, \\
K_6 &= \tau_g WS, \\
K_7 &= \mathrm{p}_{s1}\mathrm{T}_{s0}/\mathrm{dy}, \\
K_8 &= \tau_{ws}\mathrm{hp}_\infty\mathrm{T}_\infty.
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Stavový model je výhodné transformovat na formu

$$\dot{\bar{T}} = \bar{f}\left(\bar{T},u\right) = \bar{K}_1\bar{T}^4 + \bar{K}_2\bar{T} + \bar{K}_3 \operatorname{diag}\left(\bar{K}_4 u_f\right)\left(\bar{T} - \bar{T}_\infty\right) + \bar{K}_5 v_s \bar{T} + \bar{K}_6 u_f + \bar{K}_7 v_s + \bar{K}_8 , \tag{3.44}$$

kde jsou odstraněny přebytečné buňky (komponenty stavu) okolí pece doplňujícího hraniční obdélník a jsou seřazeny podle charakteru buněk na plyn, slaby a vyzdívku. To provede transformace

$$\bar{T} = \Pi\, T = \begin{bmatrix} T_g \\ T_w \\ T_s \end{bmatrix}, \tag{3.45}$$

kde transformační matice (I je jednotková matice)

$$\Pi = \begin{bmatrix} I\left(\mathrm{p_{ra}} \neq 0,:\right) \\ I\left(\mathrm{p_s} \neq 0,:\right) \\ I\left(\mathrm{p_w} \neq 0,:\right) \end{bmatrix}. \tag{3.46}$$

Při transformaci parametrů se využije ortogonalita ($\Pi^{-1} = \Pi^T$) transformační matice Π,

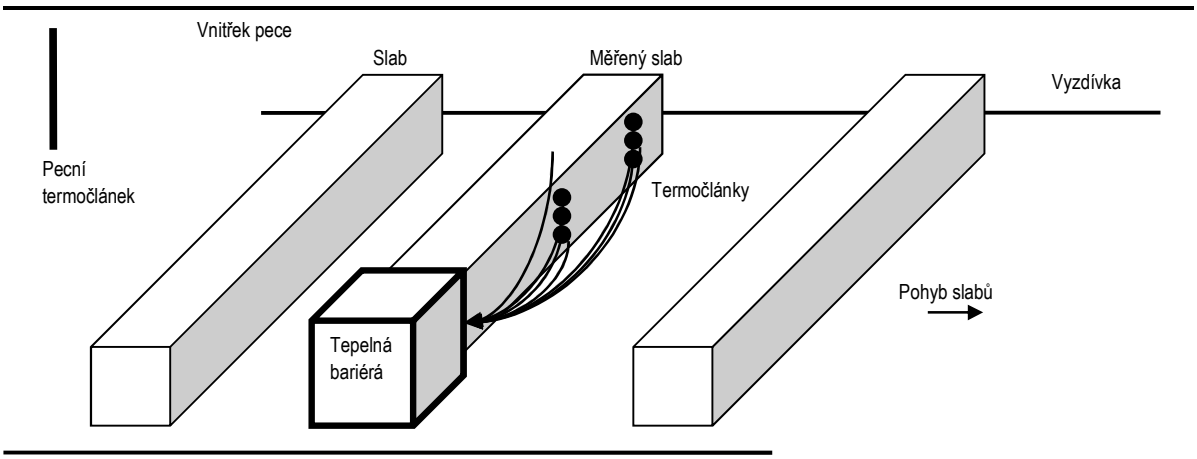
$$\begin{aligned}
\bar{K}_1 &= \Pi K_1 \Pi^T, & \bar{K}_5 &= \Pi K_5 \Pi^T, \\
\bar{K}_2 &= \Pi K_2 \Pi^T, & \bar{K}_6 &= \Pi K_6, \\
\bar{K}_3 &= \Pi K_3 \Pi^T, & \bar{K}_7 &= \Pi K_7, \\
\bar{K}_4 &= \Pi K_4, & \bar{K}_8 &= \Pi K_8,
\end{aligned} \tag{3.47}$$

3.6 Výpočetní hledisko

Kompaktní maticový zápis je relativně názorný a vhodný pro testování správnosti výpočtu modelu a dalších algoritmů využívající maticový popis. Např. výpočty spojené s diskretizací prostorového úhlu lze předpočítat tzv. offline. Maximální velikost matice je však omezená velikostí operační paměti počítače. Použité matice jsou většinou řídké. Po inverzi řídké matice může vzniknout velmi hustá matice, která zabírá několikanásobně více paměti. Sestavený testovací model je proto poměrně hrubě diskretizován. Z hlediska přesnosti může být hrubá diskretizace nevyhovující. Modely sálání sestavené metodou FVM se standardně implementují iteračně a paměťová náročnost se tak rozloží v čase. S vhodnou C/C++ implementací lze dosáhnout dostatečné přesnosti v rozumném čase i na běžném PC. Offline předvýpočtem lze sestavit několik modelů pro různé pracovní režimy. Modely je pak třeba redukovat. Mezi redukovanými modely je možné přepínat v online režimu podle aktuální věrohodnosti.
Nelineární průběh tepelných materiálových vlastností lze řešit pomocí ODE řešičů, vlivem vysokého řádu a různě rychlých složek dynamiky modelu je třeba použít tzv. stiff metody.

3.7 Validace modelu

Správnost výpočtu sálání pomocí FVM byla zkontrolována podle exaktně vypočítaného testovacího příkladu z [1]. Modelování zejména uvažuje geometrickou stránku sálání, slabina může být v sálání plynu a ve spalování. Model spalování lze upřesnit podle CFD softwaru. Lze také provést jednorázové experimentální měření v peci [23], [30], [55]. Toto měření může sloužit k částečnému ověření modelu a předpokladů modelování. Teplota zvoleného kusu vsázky a okolní pecní atmosféry je měřena termočlánky, které jsou od měřeného kusu vedeny k měřící ústředně, ta je v ochranném krytu a pohybuje se spolu se vsázkou průběžnou pecí.



Obr. 3-18 Schéma jednorázového průběžného měření. Podobně jako [22].

4 Redukce řádu modelu

Pojem redukce by neměl být chápán hanlivě, ale naopak jde o velmi konstruktivní metodu, zvláště pokud se dá přednost analýze před intuicí. Motivací pro redukci řádu je použitelnost pro návrh řízení, zejména pak pro výpočet optimalizace, respektive pro potřeby MPC. Modely vysokého řádu komplikují proces návrhu. Princip a aplikace redukce řádu modelu bude proveden pro vícerozměrný diskrétní lineární časově invariantní stabilní model dynamického systému vysokého řádu. Úloha redukce řádu neboli aproximace původního modelu G_n plného řádu n, popsaného rovnicemi (2.3), lze neformálně formulovat následovně. Hledáme redukovaný model G_r řádu $r \ll n$

$$G_r : \begin{array}{l} x_r(k+1) = A_r x_r(k) + B_r u(k), \\ y(k) = C_r x_r(k) + Du(k), \end{array} \tag{4.1}$$

který je v jistém smyslu podobný původnímu modelu G_n, dále G_r zachovává stabilitu, norma odchylky $||G_n\text{-}G_r||$ je ideálně shora omezená známou hodnotou. Procedura redukce se žádá výpočetně efektivní a stabilní.

4.1 Metody redukce

Systém plného řádu n v jisté minimální realizaci, kde jsou komponenty stavu seřazeny podle jistého kritéria důležitosti, lze rozdělit na dva subsystémy.

$$G_n : \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + Du(k), \end{array}, \tag{4.2}$$

kde $x_1 \in \mathbb{R}^r$, $x_2 \in \mathbb{R}^{n-r}$, ostatní matice jsou příslušných rozměrů. První subsystém označen indexem 1 je důležitý, protože nese většinu informace původního systému a je řádu r. Druhý subsystém označen indexem 2 je řádu n-r a nese mnohem méně informace než 1. S druhým subsystémem lze provést následující procedury.

4.1.1 Oříznutí

Nejjednodušší je zanedbání nebo oříznutí méně hodnotného subsystému, v anglické literatuře pod názvem truncation (TCN). Z plného systému G_n zůstává pouze subsystém

$$G_{r,TCN} : \begin{array}{l} x_1(k+1) = A_{11} x_1(k) + B_1 u(k), \\ y(k) = C_1 x_1(k) + Du(k), \end{array}, \tag{4.3}$$

Vlastnosti takovéto aproximace záleží na zvolené realizaci (bázi).

4.1.2 Aproximace singulární perturbací (SPA)

Zde se derivace méně hodnotného subsystému položí rovny nule, respektive v diskrétním případě $x_2(k+1)=x_2(k)$. Předpokládá se, že část systému x_2 je v kvazistacionárním stavu.

$$G_{r,SPA}: \begin{array}{l} x_1(k+1) = \left(A_{11} + A_{12}\left(I_{n-r} - A_{22}\right)^{-1} A_{21}\right) x_1(k) + \left(B_1 + A_{12}\left(I_{n-r} - A_{22}\right)^{-1} B_2\right) u(k) \\ y(k) = \left(C_1 + C_2\left(I_{n-r} - A_{22}\right)^{-1} A_{21}\right) x_1(k) + \left(D + C_2\left(I_{n-r} - A_{22}\right)^{-1} B_2\right) u(k) \end{array}, \tag{4.4}$$

za podmínky, že (I_{n-r}-A_{22}) má inverzi. Bilineární vztah mezi TRC a SPA $s \to (1 / s)$ vykazuje nulovou odchylku v ustáleném stavu, více [83], [2].

4.1.3 Modální aproximace

Běžnou praxí je dekompozice podle rychlosti módů systému s navazujícím oříznutím rychlých módů, které nemají velký význam a přesahují frekvenční pásmo řízení [18]. Realizační transformace, která provede modální dekompozici je matice sloupcových vlastních vektorů matice A. Vlastní čísla bývají seřazeny podle velikosti sestupně. Modální aproximace je jednoduchá postupem i výpočetně. Póly redukovaného systému oříznutím jsou podmnožinou původního a systém si zachovává svou fyzikální interpretaci. Pro detaily více [2], [18].

4.2 Balancování

Koncept balancování vychází z důležitých vlastností systému, řiditelnosti a pozorovatelnosti. V balancované realizaci má každá komponenta stavu stejnou míru řiditelnosti i pozorovatelnosti. Těžko dosažitelné stavy jsou i ty, které lze stěží pozorovat a lehko dosažitelné stavy jsou i ty, které lze snadno pozorovat.

4.2.1 Energie spojená s dosažením/pozorováním stavu

Uvažujme problém jak určit minimální množství řídicí energie potřebné k dosažení stavu x_0 v čase 0 z nulového stavu v čase $-\infty$ (bez ztráty na obecnosti lze posunout v čase)

$$\min \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{0} \left\| u(k) \right\|^2, \quad x(-\infty) = 0, \; x(0) = x_0 . \tag{4.5}$$

Lze odvodit, např. podle [18] nebo [41], že

$$\min_{x(-\infty)=0,\, x(0)=x_0} \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{0} \left\| u(k) \right\|^2 = x_0{}^T P^{-1} x_0 , \tag{4.6}$$

kde P nazýváme diskrétní nekonečný gramián řiditelnosti

$$P = \sum_{i=0}^{\infty} A^i B B^T \left(A^T\right)^i = R R^T , \tag{4.7}$$

kde P je symetrický a positivně definitní pro asymptoticky stabilní a řiditelné systémy, R je matice dosažitelnosti. Řešení P je spjato s diskrétní Lyapunovou rovnicí

$$APA^T - P = -BB^T . \tag{4.8}$$

Singulární čísla SVD rozkladu udávají vliv vstupu systému na stav

$$P = U \Sigma_P U^T, \quad \Sigma_P = \operatorname{diag}\left(\sigma_{P1}, \ldots, \sigma_{Pn}\right), \tag{4.9}$$

o SVD více [2], [71] a další.

Podobně jako výše uvažujme problém, kolik výstupní energie je třeba k pozorování stavu systému, při přechodu ze stavu x_0 v čase 0 do nulového stavu v čase ∞ při nulovém vstupu

$$\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\left\|y(k)\right\|^2 = x_0{}^T Q x_0, \qquad x(0) = x_0,\ u(t) = 0,\ 0 \le t < \infty, \tag{4.10}$$

kde Q nazýváme diskrétní nekonečný gramián pozorovatelnosti

$$Q = \sum_{i=0}^{\infty}\left(A^T\right)^i C^T C A^i = \mathbf{O}^T\mathbf{O}, \tag{4.11}$$

kde Q je symetrický a positivně definitní pro asymptoticky stabilní a pozorovatelné systémy, O je matice pozorovatelnosti. Řešení Q je spjato s diskrétní Lyapunovou rovnicí

$$A^T Q A - Q = -C^T C, \tag{4.12}$$

Singulární čísla SVD rozkladu udávají vliv stavu systému na výstup

$$Q = V\Sigma_Q V^T, \quad \Sigma_Q = \operatorname{diag}\left(\sigma_{Q1},\ldots,\sigma_{Qn}\right), \tag{4.13}$$

4.2.2 Balancovaná realizace

Vycházíme z minimální realizace. Existuje Lyapunovsky balancovaná (vyvážená) realizace (BR), kdy je gramián řiditelnosti roven gramiánu pozorovatelnosti a zároveň je roven Hankelovým singulárním číslům systému v diagonální formě

$$\bar{P} = \bar{Q} = \Sigma = \operatorname{diag}\left(\sigma_1,\ldots,\sigma_n\right), \tag{4.14}$$

Hankelova singulární čísla (HSV) systému (singulární čísla Hanlelova operátoru) $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \ldots \ge \sigma_n \ge 0$ jsou druhou odmocninou vlastních čísel součinu PQ

$$\sigma_i(G) = \sqrt{\lambda_i(PQ)} = \sqrt{\lambda_i\left(\bar{P}\bar{Q}\right)}, \tag{4.15}$$

vlastní čísla PQ jsou invariantní vůči podobnostní transformaci. O násobnosti HSV více v [2]. Při balancované realizaci je stav v takové reprezentaci, kde se stupeň dosažitelnosti rovná stupni pozorovatelnosti. Na Lyapunovovu balancovanou realizaci lze převést jakýkoliv asymptoticky stabilní systém G_n v minimální realizaci. Pro nestabilní systémy více v [2], [65]. Balancovaná realizace se spočítá podobnostní transformací

$$A_{BR} = FAF^{-1},\ B_{BR} = FB,\ C_{BR} = CF^{-1}, \tag{4.16}$$

kde F je regulární balanční transformace, pro kterou platí

$$\bar{P} = FPF^T,\ \bar{Q} = \left(F^{-1}\right)^T QF^{-1} \ \Rightarrow\ \bar{P}\bar{Q} = FPQF^{-1}, \tag{4.17}$$

aby $\bar{P} = \bar{Q}$. V [2] jsou popsány čtyři algoritmy pro výpočet balanční transformace. Proces balancování je současná diagonalizace pozitivně definitních gramiánů řiditelnosti a pozorovatelnosti P a Q, o vlastnostech matic gramiánů detailněji v [17]. Klasický algoritmus výpočtu balanční transformace vychází z výpočtu gramiánů P a Q z Lyapunových rovnic (4.8) a (4.12). Další krok je Choleského rozklad

$$\mathrm{Q} = \mathrm{R}^T\mathrm{R}\ , \tag{4.18}$$

kde R horní trojúhelníková matice, Následuje SVD rozklad

$$RPR^T = U\Sigma^2U^T\ , \tag{4.19}$$

výsledná balanční transformace se spočte

$$F = R^{-1}U\Sigma^{-1/2}\ , \tag{4.20}$$

O numerické stránce balancování je pojednáno v [2]. Jsou známy i další způsoby balancování. *Stochastické balancování* vyžaduje řešení Lyapunovy i Riccatiho rovnice. Metody pro *pozitivně reálné*, tzv. pasivní systémy, jsou *positive real balancing* a *bounded real balancing*. Dále je balancování rozšířené i pro systémy ve zpětné vazbě. Metody výše aproximují původní systém přes celé spektrum frekvencí, díky *frekvenčně-váženému balancování* je možné upřednostnit specifikované frekvenční pásmo pomocí frekvenčních vah.

4.2.3 Balancované oříznutí

Jedna z nejběžnějších metod redukce řádu. Systém v balancované realizaci je seřazen podle vhodného vstupně/stavově/výstupního kritéria důležitosti. Nyní je možné se zbavit méně řiditelné a zároveň méně pozorovatelné části systému. Ponecháme pouze redukovaný subsystém G_r: (A_{11},B_1,C_1) řádu r. Ten má následující garantované vlastnosti [18], zachovává asymptotickou stabilitu původního systému, je balancovaný, chyba ve smyslu H_∞ je shora omezená

$$\left\|G - G_k\right\|_\infty \le 2\left(\sigma_{k+1} + \ldots\sigma_n\right), \tag{4.21}$$

v anglické literatuře „twice sum of the tail“, včetně násobných σ, kde

$$\left\|G - G_k\right\|_\infty = \sup_{u\neq 0}\frac{\left\|y - y_r\right\|_2}{\left\|u\right\|_2}, \tag{4.22}$$

což znamená, že pokud má zanedbaná část malá singulární čísla, pak Bodeho charakteristiky G a G_r jsou blízko sebe [2]. Balancovaná SPA má stejnou chybu ve smyslu H_∞ jako TCN. Singulární čísla hodnotí míru řiditelnosti a pozorovatelnosti systému. Singulární čísla tak poskytují nástroj pro stanovení kompromisu mezi přesností a komplexností a naopak. Velikost singulárních čísel poměrně rychle klesá, proto se zanedbáním kompenent stavu odpovídajících malým singulárním číslům nedopustíme velké chyby aproximace.

4.2.4 Bázové vektory

Uvažujme balanční transformaci

$$x = Fv = \sum_{i=1}^{n} v_i f_i\ , \tag{4.23}$$

kde F je regulární matice bázové transformace, její sloupce f_i jsou bázové vektory a v_i jsou jednotlivé komponenty transformovaného stavu, představují váhy bázových vektorů. Bázové vektory f_i lze chápat jako osy souřadnic.

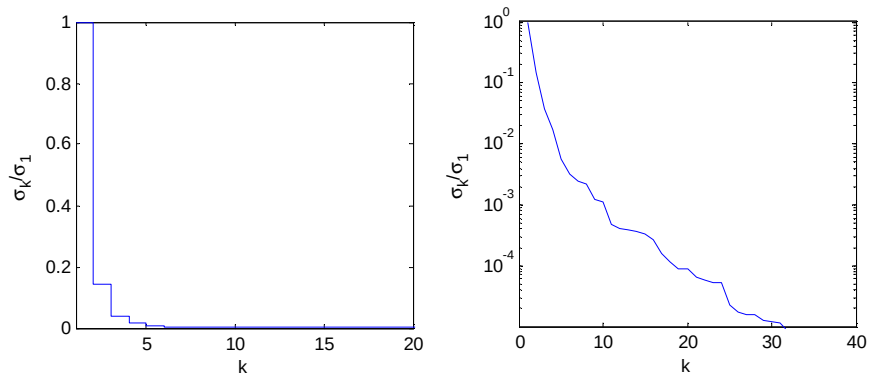
Je o dost jednodušší počítat s ortonormální bází. V [61] je popsáno použití *Gram-Schmidtovy ortonormalizace* pro dekompozici balanční transformační matice F, tím z (4.23) dostaneme

$$x = Fv = F_o M v = F_o v_M = \sum_{i=1}^{n} v_{M,i} f_{o,i} \,, \tag{4.24}$$

kde $f_{i,o}$ jsou ortonormální bázové vektory.

4.3 Redukce řádu modelu pece

Přistupme k redukci linearizovaného modelu pece s měřenými výstupy zadanými maticí C_y. Matice je popsána v odstavci 5.1.6. Vypočítáme balanční transformaci F a s tím i Hankelova singulární čísla (HSV), prvních několik HSV je na Obr. 4-1.

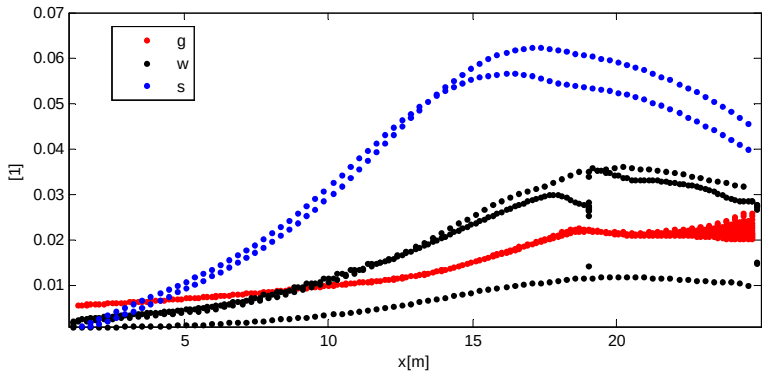


Obr. 4-1 Zobrazení poklesu Hankelových singulárních čísel. (vpravo v logaritmické souřadnici).

Relativní H_∞ chyba 10^{-3} by již mohla být malá, řád redukovaného modelu r je zvolen 10.

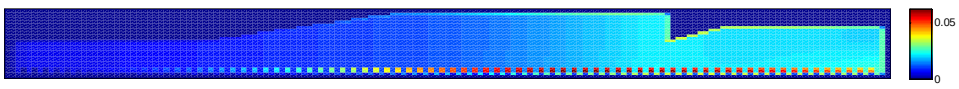
4.3.1 Bázové vektory

První bázový vektor by se dal volně interpretovat jako míra energie, která proudí ze vstupu na stav a ze vstupu na výstup tou nejpropustnější vazbou. Ve fyzikální interpretaci je to cesta od zdroje nebo vstupu energie k pohlcení nebo akumulaci přes každý element. Po složkách rozložený první ortonormální bázový vektor je zobrazen na Obr. 4-2.



Obr. 4-2 Po složkách rozložený první bázový vektor.

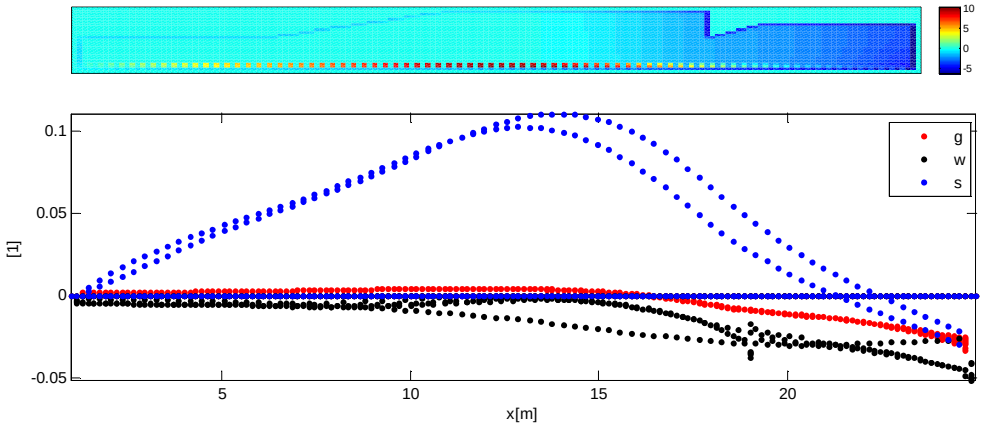
První ortonormální bázový vektor transformovaný do mřížky je na Obr. 4-3.



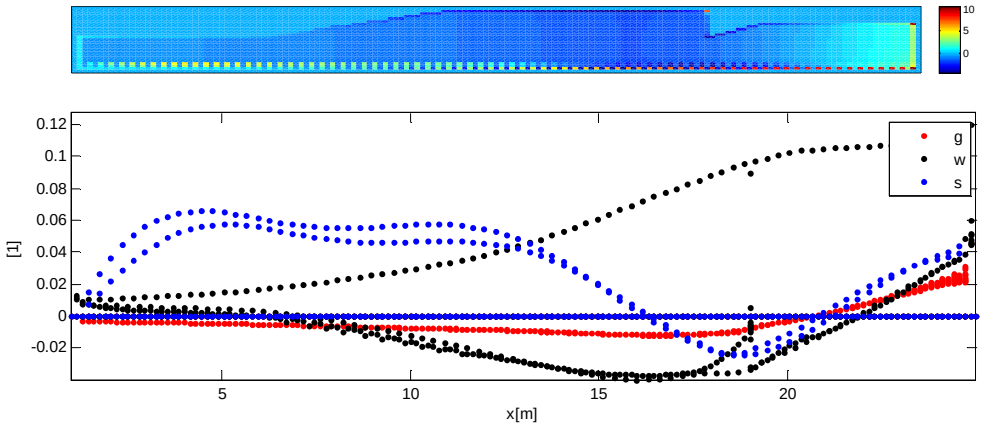
Obr. 4-3 První ortonormální bázový vektor.

Další bázové vektory toto proudění energie upřesňují podobně jako vyšší harmonické při analytickém řešení parciálních diferenciálních rovnic. Bázové vektory transformované do mřížky jsou zobrazeny na Obr. 4-4. Pro každý vektor je zobrazen v mřížce pece jednak tak, jak vyšel z balanční transformace a hned pod ním v ortonormálním tvaru v grafu po délce pece.

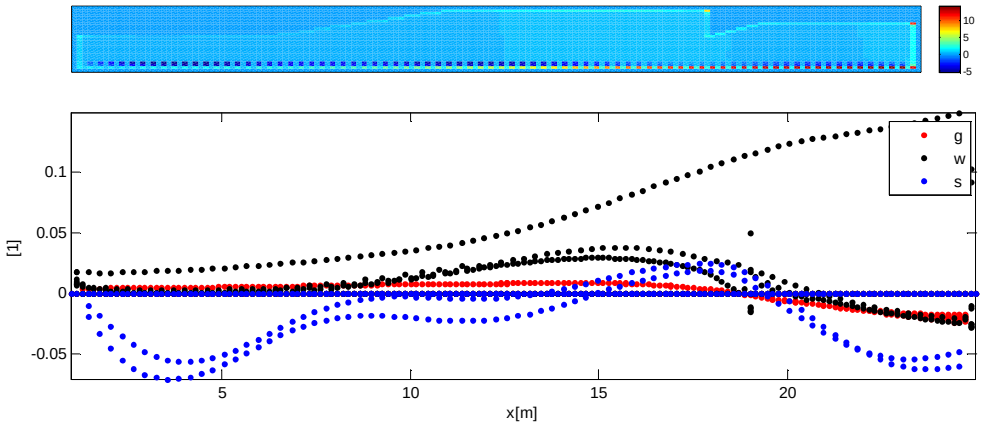
2)



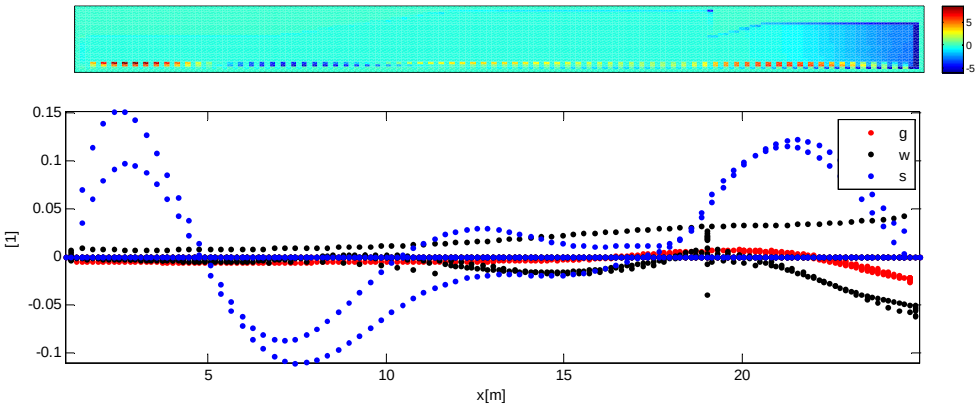
3)



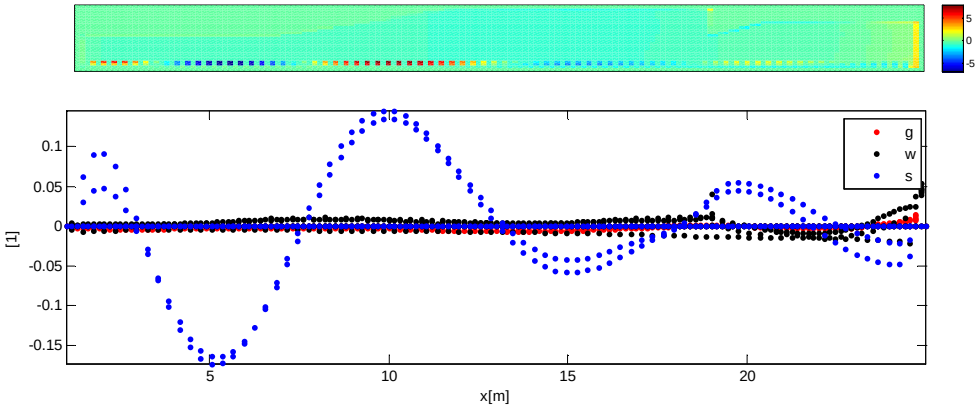
4)



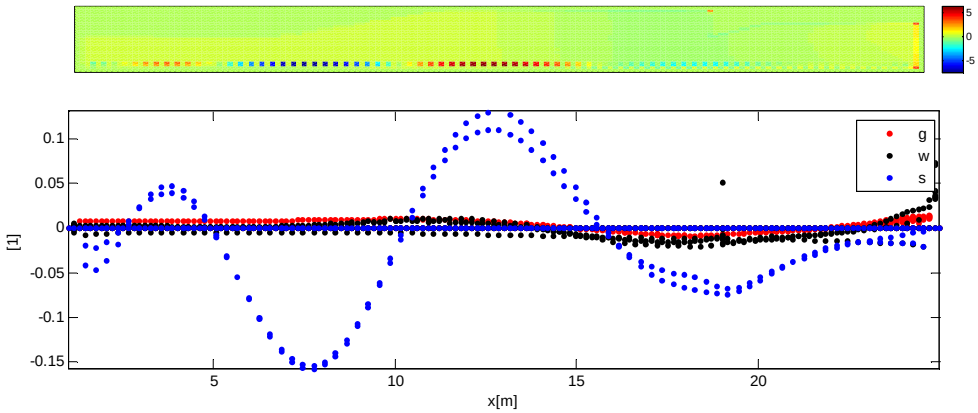
5)



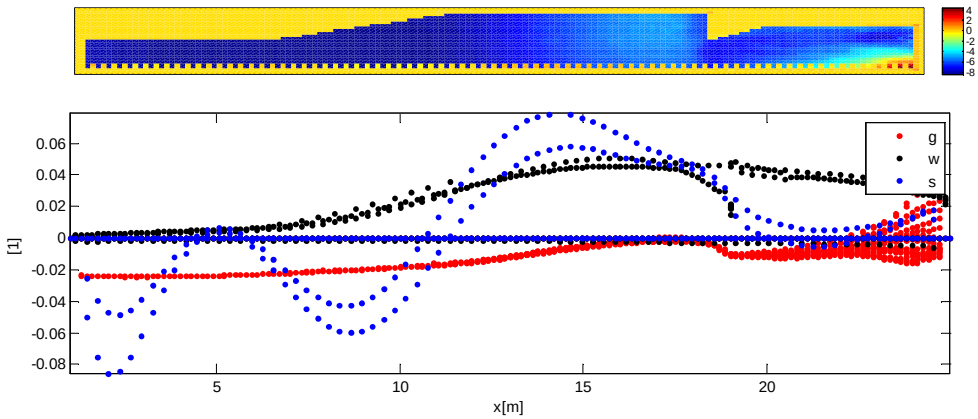
6)



7)

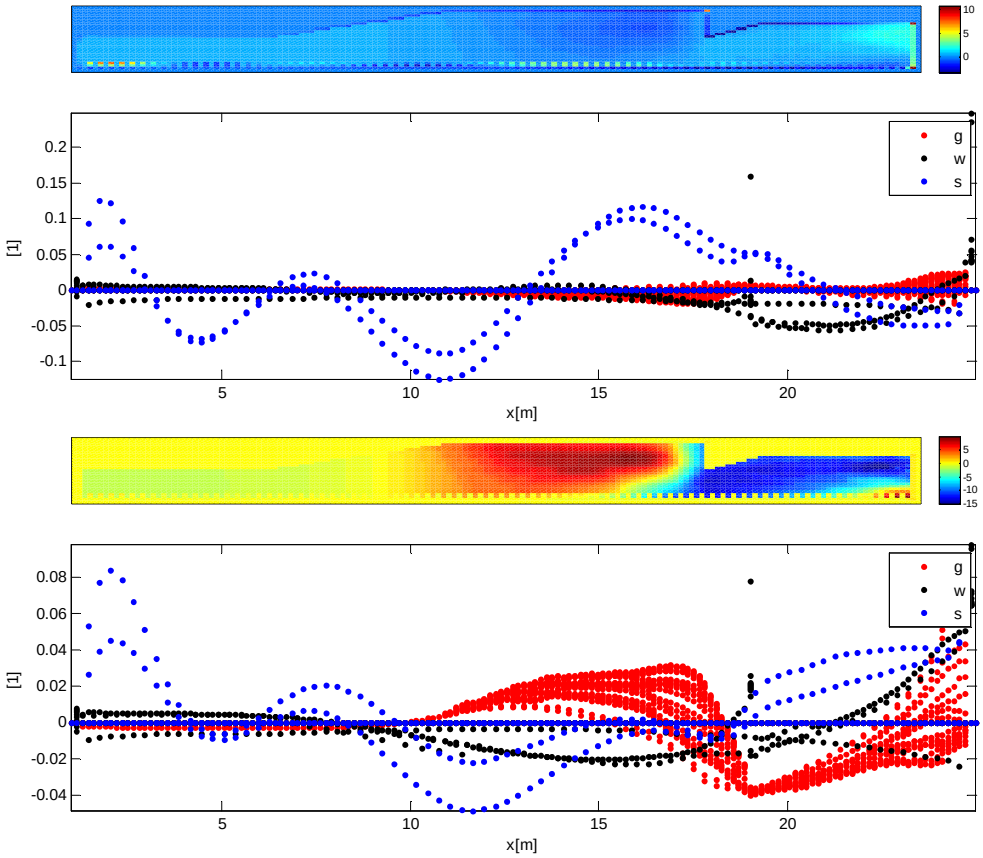


8)



9)

10)

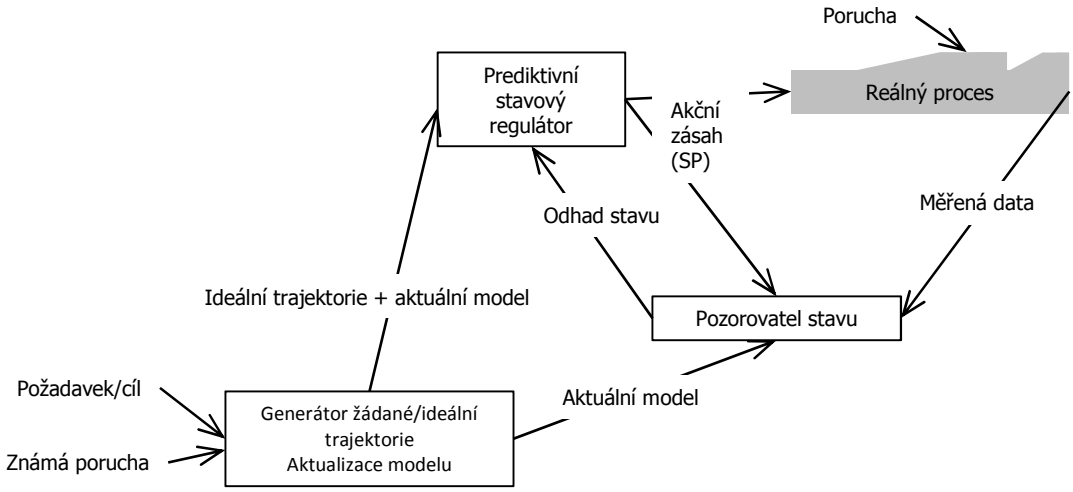


Obr. 4-4 Prvních 10 bázových vektorů. Každý druhý je pouze ortonormální forma předchozího.

Bázové vektory odpovídající velkým singukárním číslům jsou báze prostoru „snadno“ vytvořitelných profilů. To znamená, že poskytují další analýzu procesu ohřevu z hlediska smyslu požadavku na jistý žádaný teplotní profil. Analýza na základě bázových vektorů zohledňuje umístění zdrojů nebo akčních členů a umístění měření. Pro použití balancované redukovaného modelu v pozorovateli stavu je možné, na základě analýzy oříznutých ortogonálních bázových vektorů, určit profily, které není možné pozorovat.

5 Řízení

Ohřev oceli v peci je poměrně pomalý proces, přebytek výpočetního výkonu řídicího serveru tak může být využit ke složitější optimalizaci v reálném čase. Model jako paralelně běžící simulátor nebo jako pozorovatel stavu využívající zpětnou vazbu poskytuje odhad vnitřního stavu, konkrétně vnitřní teploty vsázky. Odhad vnitřního stavu lze použít pro řízení. Návrh řídicí smyčky viz Obr. 5-1.

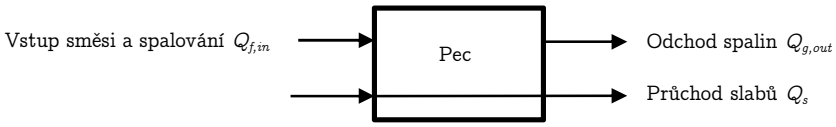


Obr. 5-1 Architektura řídicí smyčky

Řízení L2 je rozděleno do dalších dvou vrstev. Nižší vrstva obsahuje řízení na bázi linearizovaných modelů, které jsou platné kolem pracovních bodů linearizace. Nadřazená vrstva generuje pracovní body tak, aby byly optimální ve smyslu požadavků a omezení procesu pro daný pracovní režim. Hlavním cílem práce je sestavit dobrý model. Možností pro návrh řízení na bázi modelu je již celá řada. Např. stavový LQ (lineárně kvadratický) optimální, nebo další moderní či postmoderní metody návrhu řízení. Zde bude ukázán návrh tzv. prediktivního řízení na bázi lineárního modelu (MPC). Charakteristické rysy MPC lze v L2 úrovni řízení pece s výhodou využít. Jde zejména o systematické zahrnutí omezení procesu a možnost reagovat na budoucí ohlášené změny v provozu pece.

5.1 Řízení pece

Pec obvykle řídí operátor nastavováním žádaných charakteristických teplot na danou zónovou teplotu měřenou termočlánky, která představuje teplotu horkého plynu. Výhodnější by bylo řídit pec podle stavu prohřátí vsázky, který nelze prakticky měřit. Tím pádem by se náklady vynaložené na ohřev přesně zacílily na ohřev vsázky. Za pomoci matematického modelu, respektive pozorovatele stavu by se mohlo zajistit přesnější dodržení výstupní teploty vsázky, respektive vstupní teploty do válcovací linky. Pak by bylo možné požadovat technologicky danou minimální válcovací teplotu. To znamená, že by nebylo třeba některé kusy ohřívat více, než je nutné, aby byla jejich válcovací teplota zaručena. Tato úspora se více, či méně projeví s každým ohřátým předvalkem a při dlouhodobém provozu představuje velký prostor pro úsporu energie, stejně tak zmenšení teplotního rozptylu jednotlivých slabů na vstupu válcovací linky. Řídicí systém na bázi model přenosu tepla rozšířeného o model zjednoduššený spalování dokáže technologicky a ekonomicky zhodnotit různé pracovní režimy a vybrat ten optimální.
Zásadní vliv na provoz pece má hmotnostní tok materiálu. Rozviňme velmi zjednoduššenou kvalitativní úvahu o ustálené tepelné bilanci podle schématu na Obr. 5-2.



Obr. 5-2 Zjednodušené vstupně/výstupní schéma funkce pece

Schéma Obr. 5-2 přepsáno do bilanční rovnice

$$Q_s + Q_{g,out} = Q_{f,in}\,, \tag{5.1}$$

rozpsáno

$$\dot{m}_s c_s \Delta T_s + \dot{V}_g \rho_g c_g \left(T_{g,out} - T_\infty\right) = u_f W\,, \tag{5.2}$$

kde význam značení popisuje odstavec 2.3, kde se zachováním hmotnosti

$$\dot{V}_g \rho_g = u_f \rho\,, \tag{5.3}$$

vede na

$$\dot{m}_s c_s \Delta T_s = u_f W - u_f \rho c_g \left(T_{g,out} - T_\infty\right) = u_f \left(W - \rho c_g \left(T_{g,out} - T_\infty\right)\right), \tag{5.4}$$

při sloučení konstantních parametrů vede na vztah

$$\dot{m}_s = u_f \left(K_w - K_g T_{g,out}\right), \tag{5.5}$$

který říká, že hmotnostní tok slabů lze kompenzovat přívodem paliva, který je snižován zvyšující se teplotou spalin opouštějících pec (Rekuperace jen mění velikost konstanty K_w). Teplota spalin opouštějící pec T_g však závisí na m_s a u_f.

5.1.1 Požadavky

Slovní shrnutí požadavků na řízení procesu je v následujících skupinách.

Požadavky na ohřev materiálu pro válcování za tepla:

- Požadovaná cílová teplota vsázky pro válcování kolem 1200°C
- Rovnoměrné prohřátí slabu
- Minimalizace degradace materiálu

Požadavky na provoz pece:

- Úspora paliva a snížení ekologické zátěže
- Optimálizace ohřevu vsázky různých rozměrů a vlastností
- Optimalizace nepravidelného pohybu, odstávky, ohřev na daný čas
- Zajištění maximální výrobní kapacity pece v t/h, pokud je pec úzké hrdlo válcovny

Požadavky na vlastní řídicí systém (ŘS):

- Možná parametrizace modelu pro různá uspořádání
- Pozorování stavu prohřátí
- Optimalizace v reálném čase
- Minimální úprava fyzické technologie.
- Poskytnutí analýzy procesu
- Operátorské rozhraní HMI a sběr dat.

- Chod při poruše, např. nefunkční termočlánek
- Korekce měření
- Sledování materiálu
- Stabilita řízení

5.1.2 Omezení procesu

Slovní výčet omezení procesu.

- Maximální povolený teplotní gradient přes průřez slabu na výstupu z pece 60K/m
- Maximální povolená odchylka od žádané koncové teploty 20°C
- Technologická omezení na průběh teploty slabů
- Maximální povolená teplota měřená teplota spalin
- Respektovat minimální a maximální průtok hořáky
- Maximální povolená rychlost změny teploty vyzdívky pece 50°C/h
- Maximální povolený tepelný tok do vsázky pro zabránění vzniku pnutí a deformace
- Omezit příliš častý pohyb ventilem

5.1.3 Akční zásahy

Fyzikální vstup průběžné ohřívací spalovací pece je průtok paliva, průtok vzduchu ve správném poměru k průtoku paliva. Řady hořáků jsou umístěné v jednotlivých zónách, to umožňuje po zónách měnit průtok směsi. Ohřívací pec ovlivňuje pouze několik málo (2, 3 i více) vstupů, zatímco stav prohřátí, resp. vektor stavu je mnohem většího rozměru. Některé novější pece mají rozprostřené hořáky nastavitelné individuálně (nikoliv po zónách), což vede na lepší řiditelnost teplotního profilu. Zde by se lépe využilo MIMO řízení. Akčními zásahy L2 je nastavování požadované „měřené teploty plynu“, čili teplotního setpointu pro jednotlivé zóny pece. Již nainstalovaný systém L1 zajistí jejich hodnotu řízením průtoku paliva příslušných hořáků. Průchod slabů, respektive rychlost slabů, je prakticky poruchová veličina, do jisté míry ovlivnit lze. Pokud slab není dostatečně prohřátý, což může ukázat model, nebude puštěn dál.

5.1.4 Instrumentace a měření

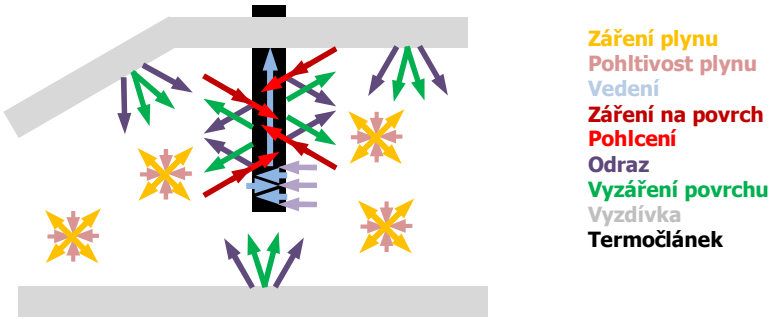
Měření teploty vsázky

Prakticky neexistuje možnost měření vsázky během ohřevu. K bezkontaktnímu měření teploty se používají pyrometry. Pyrometr umístěn v peci, ovlivněn sálajícím plynem a odrazem by nedokázal dostatečně přesně určit teplotu vsázky. Běžně se však pyrometrem provádí orientační měření vsázky po výstupu z pece, kde lze měřit pouze povrchovou teplotu. Teplota povrchu se může značně lišit od teploty jádra. Povrch pokrývají okuje, které mají svou emisivitu, v některých místech okuje již odpadly a tvoří se nové vrstvy. Okuje mají několikanásobně nižší vodivost než kov. Pyrometr obvykle se měří až za odstřikem, kde se vlivem prudkého ochlazení okují a tlakem vody velká část okují odstraní. Zde pak měření ovlivňuje ochlazený povrch a pára, šum měření, vzdálenost pyrometru od vsázky. Může se také lišit doba mezi opuštěním pece a měřením, dále i rychlost pohybu slabu. Měření teploty vstupující vsázky není tak velký problém. Jisté zpřesnění poskytuje měření pyrometrem až za válcovací stolicí, kde je povrch prakticky bez okují, profil slabu je již plošší, a sledované kontury teploty poskytují lepší náhled na vnitřní prohřátí. Problém je, že válcování ovlivní teplotu slabu vlivem deformace, rychlosti válcování, chlazení, teplotou válců a jinak.

Pokročilé válcovací modely mohou také zpětně odhadnout teplotu slabu při vstupu do válcovací linky. Z válcovny mohou také přicházet příznaky např. proud motorem. V neposlední řadě lze vzít cennou zpětnou vazbu od operátorů pece či válcovací linky.

Měření teploty spalin

Pece bývají vybaveny několika termočlánky ke sledování charakteristické teploty zóny (teploty horkého plynu v zónách). Termočlánky jsou často umístěny tam, kde nepřekážejí a ne tam, kde by to bylo vhodné pro měření (možno určit z analýzy pozorovatelnosti). Vlivem sálání okolních šten, viz Obr. 5-3 a dalších neznámých parametrů nelze s jistotou říci jaká teplota se měří. Problematiku měření popisuje [14], [45].



Obr. 5-3 Schéma ovlivnění měření termočlánkem.

Sledování materiálu

V neposlední řadě ŘS počítá se známými informacemi o rozložení vsázky přítomné v peci - poloha, geometrie a materiál vsázky. Tato data jsou obdržena ze systému sledování pohybu vsázky (trackingu).

Ostatní měření

- Vstupní teploty vzduchu a plynu
- Teplota výstupních spalin a další teploty z rekuperace
- Snímaní přítomnosti kyslíku ve spalinách
- Tlak spalin v peci
- Celková spotřeba spalovacího plynu a vzduchu
- Teplota a průtok chladící vody pro chlazení vnitřních částí pece (pohybový mechanismus)

5.1.5 Poruchové veličiny

Měřené a neměřené poruchové veličiny, které je třeba kompenzovat.

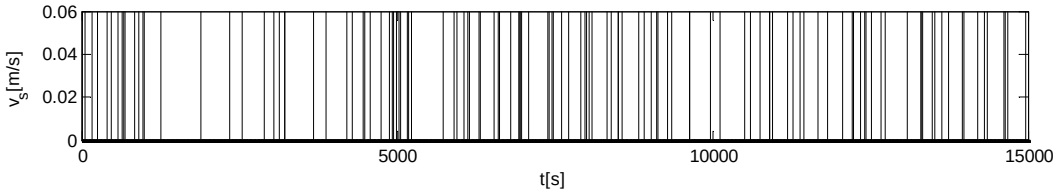
Měřené poruchové veličiny

- nepravidelný odběr válcovny a kooperace více pecí
- technologické odstávky
- změny výhřevnosti plynu
- různě velké slaby
- různá teplota a různé vlastnosti materiálu slabů
- teplota ohřátého vzduchu z rekuperace

Teplota vstupující vsázky se může lišit (-20°C až 300°C a více). Slaby přichází přímo z kontilití nebo z předchozího válcování a mají stále poměrně vysokou teplotu. Dále záleží na době chladnutí slabů a na místě, z kterého byl konkrétní slab odebrán.

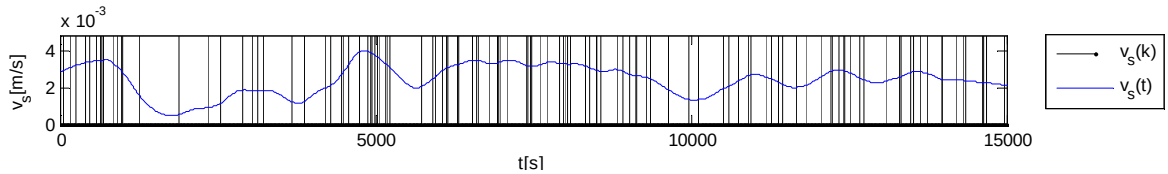
Největší přínos řízení pece se očekává v kompenzaci nepravidelného chodu válcovací linky, to jest nepravidelného krokování vsázky. Je známá velikost kroku vsázky ΔX_s, doba trvání kroku d_{ts} a doba mezi

kroky d_{tk}. Krokování lze zobrazit jako impulzy $v_s(k)$ o šířce d_{ts} a výšce $\Delta X_s / d_{ts}$ se vzdálenostmi d_{tk}, viz Obr. 5-4.



Obr. 5-4 Zobrazení ukázky krokování.

V této informaci jsou zahrnuty i různé kratší přestávky, včetně budoucích oznámených přestávek. Krokování lze použít přímo jako vstupní impulzy. Z krokování lze odvodit střední rychlost, např pro definování pracovního režimu pro optimalizaci. Lze také odhadnout aktuální kvazi-kontinuální rychlost pomocí filtrace. Možností filtrace je více, nejjednodušší se jeví použití tzv. *klouzavého průměru*, který zachová hodnotu integrálu pod křivkou. Klouzavý průměr je dán délkou filtrovaného horizontu a případně délkou části horizontu, která zasahuje do budoucích dat. Volbou délky horizontu vybíráme dynamiku pohybu slabů, která má následně vliv na dynamiku plynu a vyzdívky. Délku filtrovaného horizontu můžeme ponechat jako ladicí parametr, nebo jí lze zvolit podle dynamiky, kterou chceme řídit, nebo je jinak zajímavá. Takový postup pak je sestavení stavového modelu ze vstupu rychlosti slabů a výstupů dle zvoleného zájmu a následná balancovaná redukce na model 1. řádu, kde časová konstanta odpovídá délce filtrovaného horizontu.



Obr. 5-5 Krokování s odhadem kvazi-kontinuální rychlosti pohybu slabů.

Neměřené poruchové veličiny

- Nepřesná poloha slabů
- Deformace
- Otevírání dvířek
- Změna směru větru
- Proces spalování
- Nepřesnost modelu sálání
- Jiné nepřesnosti ve struktuře modelu i v parametrech

5.1.6 Stavový model a proměnné v řízení pece

Pro rozbor plného nelineárního stavového modelu z hlediska řízení si připomeňme rovnici (3.44)

$$\dot{\overline{T}} = \overline{f}\left(\overline{T}, u\right) = \overline{K}_1 \overline{T}^4 + \overline{K}_2 \overline{T} + \overline{K}_3 diag\left(\overline{K}_4 u_f\right)\left(\overline{T} - \overline{T}_\infty\right) + \overline{K}_5 v_s \overline{T} + \overline{K}_6 u_f + \overline{K}_7 v_s + \overline{K}_8 , \tag{5.6}$$

kde stav tvoří teplota horkého plynu T_g, teplota vyzdívky T_w a teplota slabů T_s

$$x = \overline{T} = \begin{bmatrix} T_g \\ T_w \\ T_s \end{bmatrix}, \tag{5.7}$$

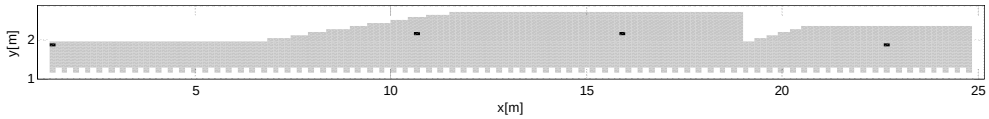
Manipulovatelný vstup je vektor průtoku paliva u_f v jednotlivých technologických zónách. Další vstup je měřená porucha kvazi-kontinuální rychlost slabů v_s

$$u = \begin{bmatrix} u_f \\ v_s \end{bmatrix}, \tag{5.8}$$

Pozorovatelný výstup je teplota spalin v místě termočlánků T_{gy}, viz Obr. 5-6 a povrchová teplota posledního slabu

$$y = \begin{bmatrix} T_{gz} \\ T_{sz} \end{bmatrix} = C_y \overline{T}, \tag{5.9}$$

kde výstupní matici C_y lze odvodit podle postupu v odstavci 3.1 na základě Obr. 5-6.



Obr. 5-6 Rozmístění termočlánků.

Místo teplot z termočlánků bude uvažováno přímé měření teploty plynu v daném místě. Sledovaná proměnná z je finální teplota slabu T_{fin}, která má vnitřní a povrchovou složku.

$$z = T_{fin} = C_z \overline{T}, \tag{5.10}$$

Žádaný referenční výstup čili teplota slabů na výstupu z pece T_{ref} je zvolena 1150 °C uprostřed a 1180 °C na povrchu. Žádaná teplotní homogenita při válcování se dosáhne výrazným ochlazením po výstupu z pece.

5.2 Optimální pracovní bod

Optimální pracovní bod představuje ideální teplotní stav $\overline{T}^*$ pro určitý ustálený pracovní režim, který je dosažen ideálním vstupem u_f^*. Pracovní režim platí pro konkrétní pec, tepelné vlastnosti, velikost a ustálenou rychlost průchodu vsázky. Pro ideální teplotní stav je dosaženo minima kriteriální funkce J, která penalizuje vzdálenost od daných požadavků a respektuje daná omezení

$$\overline{T}^* = f\left(u_f^*\right)\Big|_{\frac{d\overline{T}}{dt}=0}, \qquad u_f^* = \arg\min_{u_f} J\left(u_f \mid v_s\right). \tag{5.11}$$

5.2.1 Kriteriální funkce

Kriteriální funkce J je matematická formulace požadavků, závisí na proměnných modelu,

$$J\left(u_f \mid v_s\right) = \left(\mathrm{T}_{fin}\text{-}\mathrm{T}_{\mathrm{ref}}\right)^T \mathrm{Q}\left(\overline{\mathrm{T}}_{fin}\text{-}\mathrm{T}_{\mathrm{ref}}\right) + \mathrm{P}\left(\left|\mathrm{T}_{fin,1} - \overline{\mathrm{T}}_{fin,2}\right| - \Delta\mathrm{T}_{fin}\right)^2 + \mathrm{R}\sum_{\forall z} u_{f,z}, \tag{5.12}$$

kde první člen je vážená kvadratická norma regulační odchylky. Regulační odchylka (T_{fin} - T_{ref}) je rozdíl sledované a žádané teploty slabu na výstupu z pece. Druhý člen je kvadratická odchylka od žádaného

rozdílu povrchové a středové teploty výstupního slabu ΔT_{fin}. Třetí člen je součet komponent vektoru vstupu a představuje penalizaci spotřeby paliva. Q, P, R jsou penalizační váhy.

5.2.2 Formulace omezení

Kriteriální funkci doplňují omezení systémových proměnných. Omezení vstupu je

$$0 \le u_f \le u_{f\max}, \tag{5.13}$$

omezení výstupu

$$\left|\mathrm{T}_{fin}\text{-}\mathrm{T}_{\mathrm{ref}}\right| \le \Delta T_{fin}, \tag{5.14}$$

omezení stavu a kombinace stavu

$$\begin{aligned} T_g &\le T_{g,\max}, \\ Q_{sw} &\le Q_{sw,\max}, \end{aligned} \tag{5.15}$$

kde Q_{sw} je tepelný tok do slabů, viz odstavec 3.3.2, Q_{sw} lze vyjádřit jako kombinaci stavu.

5.2.3 Optimalizace

Optimalizace je řešena numericky jako obecný nelinární problém. Řešení komplikuje vysoký řád, proto je snaha minimalizovat počet volání výpočtu modelu. S využitím znalosti struktury řešeného systému lze výpočet zrychlit předpočítáním výrazů, které neobsahují optimalizační proměnné. Výhodou je možnost získání gradientu analyticky. Pro vyčíslení kririální funkce J hledáme vztah

$$T_{fin} = C_z \overline{T}\left(u_f\right), \tag{5.16}$$

který platí pro ideální podmínky v ustálení a pro dané v_s. Funkcionální vztah $\overline{T}\,(u_f)$ je implicitně dán řešením[1] ustálené (algebraické) stavové rovnice

$$0 = \overline{K}_1\overline{T}^4 + \overline{K}_2\overline{T} + \overline{K}_3\,\mathrm{diag}\left(\overline{K}_4 u_f\right)\left(\overline{T} - \overline{T}_\infty\right) + \overline{K}_6 u_f + \overline{K}_9, \tag{5.17}$$

kde konstantní člen pro dané v_s je

$$\overline{K}_9 = +\overline{K}_5 v_s \overline{T} + \overline{K}_7 v_s + \overline{K}_8, \tag{5.18}$$

Pro každé volání lze zafixovat vstup u_f a řešit rovnici

$$0 = \overline{K}_1\overline{T}^4 + \overline{K}_{10}\overline{T} + \overline{K}_{11}, \tag{5.19}$$

kde konstantní členy

$$\begin{aligned} \overline{K}_{10} &= \overline{K}_2 + \overline{K}_3\mathrm{diag}\left(\overline{K}_4 u_f\right) \\ \overline{K}_{11} &= \overline{K}_6 u_f + \overline{K}_9 - \overline{K}_3\mathrm{diag}\left(\overline{K}_4 u_f\right)\overline{T}_\infty \end{aligned}, \tag{5.20}$$

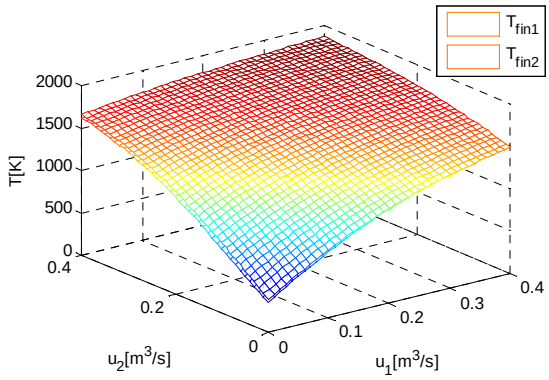
s jakobiánem

---

[1] Rovnici lze řešit v Matlabu funkcemi `fsolve()`, nebo `ode()`, případně řešičem pro C++ např. Alglib, ACADO a jiné.

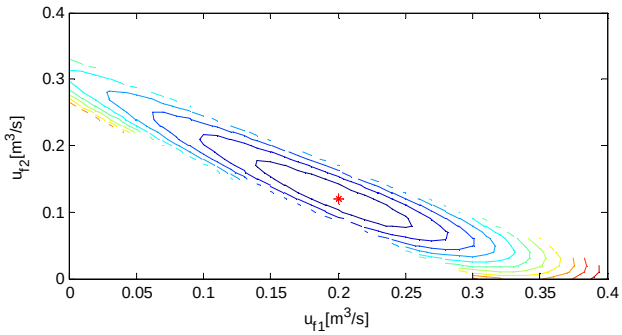
$$J_a = 4\bar{K}_1 \operatorname{diag}\left(\bar{T}^3\right) + \bar{K}_{10}. \tag{5.21}$$

Je třeba určit penalizační váhy Q, P a R, to lze prakticky provést sledováním citlivosti na tvar povrchu kriteriální funkce. Vyjdeme z vyčíslení finální teploty v diskrétních bodech na oblasti u_f, kde očekáváme optimum, viz Obr. 5-7.



Obr. 5-7 Zobrazení finální teploty v diskrétních bodech na oblasti u_f, kde očekáváme optimum.

Nyní lze snadno vyčíslit J pro známé teploty, viz Obr. 5-8.



Obr. 5-8 Kontury povrchu kriteriální funkce s vyznačeným minimem.

a najít hodnotu vstupu u_f blízké optimální pro nejmenší J. Tento postup je zároveň i optimalizace hrubou silou. Bylo nalezeno minimum pro $u_f^*=[0{,}20 \quad 0{,}13]^T$. Z povrchu kriteriální funkce je patrné, že existuje „údolí“ hodnot blízkých optimu. Údolí je navíc poměrně přímé. Délku údolí omezuje člen penalizující odchylku od žádaného rozdílu teploty profilu slabu (pro teplotní homogenitu). Kriteriální funkce dává smysl pro váhy s hodnotami kolem

$$\mathrm{Q}=1\cdot 10^4\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad \mathrm{P}=1\cdot 10^6,\quad \mathrm{R}=1\cdot 10^9[1\ 1]. \tag{5.22}$$

K hledání minima kritéria $J(u_f|v_s)$ je pak výhodné použít sofistikovanější postup. Nabízí se částečná linearizace (např. linearizovat člen se čtvrtou odmocninou), aproximace kvadratickým povrchem, sekvenční programování, hledání v nejstrmějším směru a další.
Optimální pracovní (WP) bod pro linearizaci je

$$\begin{aligned} T_{WP} &= \bar{T}^*, \\ u_{WP} &= u_f^*, \end{aligned} \tag{5.23}$$

5.3 Linearizace

Žádaný stavový LTI model ve tvaru (2.2) dostaneme lokální linearizací stavové rovnice (3.44) kolem pracovního bodu (WP). Matice LTI systému pak jsou

$$\begin{aligned} A &= \left.\frac{\partial \bar{f}}{\partial T}\right|_{WP} = \bar{K}_1 4\,\mathrm{diag}\left(\bar{T}_{WP}{}^3\right) + \bar{K}_2 + \bar{K}_3 \mathrm{diag}\left(\bar{K}_4 u_{fWP}\right) + \bar{K}_5 v_{sWP}, \\ B &= \left.\frac{\partial \bar{f}}{\partial u}\right|_{WP} = \left[\bar{K}_3 \mathrm{diag}\left(\bar{T}_{WP} - \bar{T}_\infty\right)\bar{K}_4 + \bar{K}_6 \quad \bar{K}_5 \bar{T}_{WP} + \bar{K}_7\right], \\ C &= \Pi^T, \\ D &= 0, \end{aligned} \tag{5.24}$$

5.4 Diskretizace

Pro diskretizace byla zvolena vzorkovací perioda 30s.

5.5 Pozorovatel stavu

Není neobvyklé, že stav není dostupný. Buď měření není možné jako právě v peci, nebo se nevyplatí. K dispozici je jen několik měřených výstupů. Pozorovatel stavu slouží právě k tomu, aby stav odhadoval na základě vstupů a měřených výstupů. Odhadnutý stav se použije jako stavová zpětná vazba. Uvažujme diskrétní stochastický pozorovatelný dynamický systém

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + Gw(k), \\ y(k) &= Cx(k) + v(k), \end{aligned} \tag{5.25}$$

kde vektor šumu procesu G, w jsou diskrétní nekorelované bílé posloupnosti s nulovou střední hodnotou

$$E(w) = E(v) = 0, \quad E(ww^T) = Q, \quad E(vv^T) = R, \tag{5.26}$$

kde $Q \geq 0$, $R > 0$ představují ladící váhy šumu procesu a šumu měření. Pomocí Q, R lze nastavit poměr věrohodnosti modelu a měření. Pozorovatel je popsán následovně

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L\left(y(k) - C\hat{x}(k)\right) = (A - LC)\hat{x}(k) + Bu(k) + Ly(k), \tag{5.27}$$

kde $\hat{x}$ je odhad stavu, L je zesílení pozorovatele. Pozorovatel má dva vstupy, vstup u a výstup y pozorovaného systému. Pozorovatel stavu pro stochastický systém, který odhaduje optimálně ve smyslu minimalizace střední kvadratické chyby odhadu se nazývá Kalmanův filtr. Úloha návrhu ustáleného Kalmanova filtru je určit matici zesílení

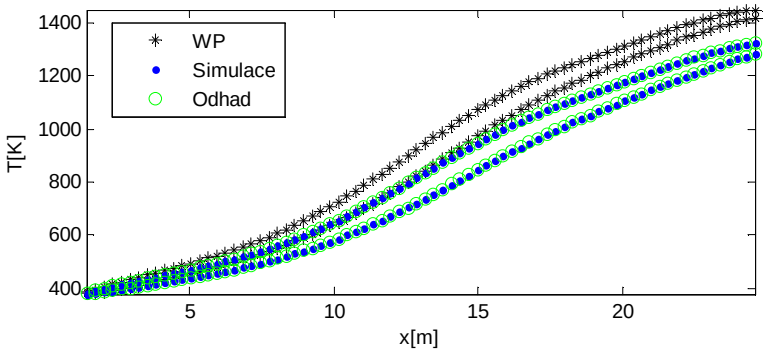
$$L = APC^T\left(CPC^T + R\right)^{-1}, \tag{5.28}$$

ustálená kovarianční matice P řeší diskrétní algebraickou Riccatiho rovnici

$$APA^T - P - APC^T\left(CPC^T + R\right)^{-1} CPA^T + GQG^T = 0, \tag{5.29}$$

5.5.1 Pozorovatel vnitřního stavu pece

Byl navržen pozorovatel stavu na základě redukovaného modelu využívající dostupná měření, ukázka simulace na Obr. 5-9.



Obr. 5-9 Ukázka odhadu stavu.

Pozorovatel stavu poměrně věrně odhaduje vnitřní teplotu slabů v peci.

5.5.2 Měření teploty spalin

Jak je popsáno v odstavci 5.1.4, je měření teploty spalin zatíženo sáláním okolní vyzdívky. Pro preciznější odhad, respektive modelování měření teploty termočlánkem, by bylo možné modelovat termočlánek v peci se skutečnými rozměry, emisivitou a dalšími tepelnými vlastnostmi. Model pece s termočlánky běžící jako pozorovatel by mohl fungovat jako samostatná aplikace k odhadu přímo teploty spalin.

5.6 Prediktivní řízení na bázi modelu

MPC je návrh optimální posloupnosti budoucích vstupů na určeném časovém horizontu na základě modelu řízené soustavy. Popularita MPC je zejména ve schopnosti pracovat explicitně a systematicky s omezeními procesu. Základní standardní MPC algoritmus vypadá následovně [32].

5.6.1 Predikce

Model dynamického systému je prediktor

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k). \end{aligned} \tag{5.30}$$

Predikce výstupu na časovém horizontu N je

$$\begin{aligned} y_1 &= Cx_1 + Du_1, \\ x_2 &= Ax_1 + Bu_1, \\ y_2 &= Cx_2 + Du_2 = C\left(Ax_1 + Bu_1\right) + Du_2 = CAx_1 + CBu_1 + Du_2, \\ x_3 &= Ax_2 + Bu_2 = A\left(Ax_1 + Bu_1\right) + Bu_2 = A^2x_1 + ABu_1 + Bu_2, \\ y_3 &= Cx_3 + Du_3 = C\left(A^2x_1 + ABu_1 + Bu_2\right) + Du_3 = CA^2x_1 + CABu_1 + CBu_2 + Du_3, \\ &\vdots \\ y_N &= CA^{N-1}x_1 + \begin{bmatrix} CA^{N-2}B & \cdots & CB & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 & \dots & u_N \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \tag{5.31}$$

zapsáno kompaktně

$$y = \bar{P}x(k) + \bar{H}u\,, \tag{5.32}$$

kde vektor vstupu a vektror výstupu

$$\begin{aligned} u &= \begin{bmatrix} u(k)^T & u(k+1)^T & \dots & u(k+N-1)^T \end{bmatrix}^T, \\ y &= \begin{bmatrix} y(k)^T & y(k+1)^T & \dots & y(k+N-1)^T \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \tag{5.33}$$

a kde

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{N-1} \end{bmatrix}, \quad \bar{H} = \begin{bmatrix} D & & & \\ CB & D & & \\ \vdots & & \ddots & \\ CA^{N-2}B & \cdots & CB & D \end{bmatrix}. \tag{5.34}$$

5.6.2 Lineárně kvadratické řízení

Sledování dané reference na horizontu predikce hodnotí kriteriální funkce

$$J\left(u \mid x(k), k\right) = (r-y)^T Q (r-y) + \Delta u^T R \Delta u\,, \tag{5.35}$$

první člen je standarně používaná vážená kvadratická norma odchylky vektoru výstupů y od vektoru reference

$$r = \begin{bmatrix} r(k+1)^T & \dots & r(k+N)^T \end{bmatrix}^T\,, \tag{5.36}$$

druhý člen (5.35) podobně penalizuje změnu velikosti akčního zásahu

$$\Delta u = u - \begin{bmatrix} u_0{}^T & \dots & u_{N-1}{}^T \end{bmatrix}^T = D_\Delta u + d\,, \tag{5.37}$$

kde Q>0, R≥0 jsou matice penealizační váhy.

5.6.3 Optimalizace

Posloupnost optimálních vstupů u^* minimalizuje kriteriální funkci J

$$u^* = \arg\min_u J\left(u \middle| x(k), k\right). \tag{5.38}$$

Řešení neomezeného optimalizačního problému prediktivního řízení, respektive řešení ∂J/∂u=0, je

$$u^* = \left(\bar{H}^T Q \bar{H} + D_\Delta{}^T R D_\Delta\right)^{-1} \left(\bar{H}^T Q\left(r - Px(k)\right) + D_\Delta{}^T R d\right). \tag{5.39}$$

Řešení s omezením vede na numerickou optimalizační úlohu kvadratického programování (QP)

$$u^* = \arg\min_u \frac{1}{2} u^T S u + u^T \mathrm{f}\,, \tag{5.40}$$

kde

$$\begin{aligned} S &= \bar{H}^T Q \bar{H} + D_\Delta{}^T R D_\Delta, \\ \mathrm{f} &= \bar{H}^T Q\left(\bar{P}x(k) - r\right) + D_\Delta{}^T R d, \end{aligned} \tag{5.41}$$

s respektem omezení ve tvaru

$$\begin{aligned} A_{ine}u &\le b_{ine}, \\ A_e u &= b_e, \\ u_{\min} &\le u \le u_{\max}, \end{aligned} \tag{5.42}$$

Množina řiditelných stavů existuje tam, kde má úloha kvadratického programování řešení.

5.6.4 Klouzavý horizont

Aby řízení využívalo zpětné vazby, která přichází v každém časovém kroku je také třeba volat optimalizaci na horizontu predikce v každém kroku.

5.6.5 MPC pro řízení pece

Návrh MPC je volba penalizačních vah a délky horizontu. Model je třeba upravit, aby vstup byl zároveň manipulovatelný optimalizovaný vstup. Vstup v_s se proto zavede jako měřená porucha.

Měřená porucha

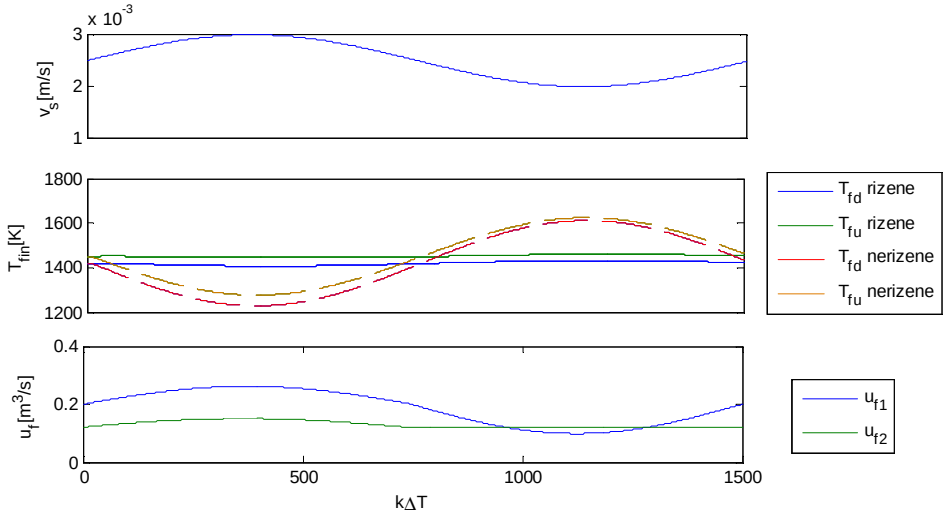
Kvazi-kontinuální rychlost slabů v_s je uvažována jako měřená poruchu a není tedy vstup pro optimalizaci. Proto vstup v_s rozšíří stav následovně

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(k+1) \\ \dot{v}_s(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B_{v_s} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v_s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_f \\ 0 \end{bmatrix} u_f(k) \\ y &= \begin{bmatrix} C & D_{vs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v_s(k) \end{bmatrix} + D_f u_f(k) \end{aligned}, \tag{5.43}$$

kde $\begin{bmatrix} B_f & B_{v_s} \end{bmatrix} = B$. Během simulace se hodnota stavu v_s přepisuje aktuální hodnotou, lze ji předepsat i pro určitý horizont predikce, pokud je k dispozici.

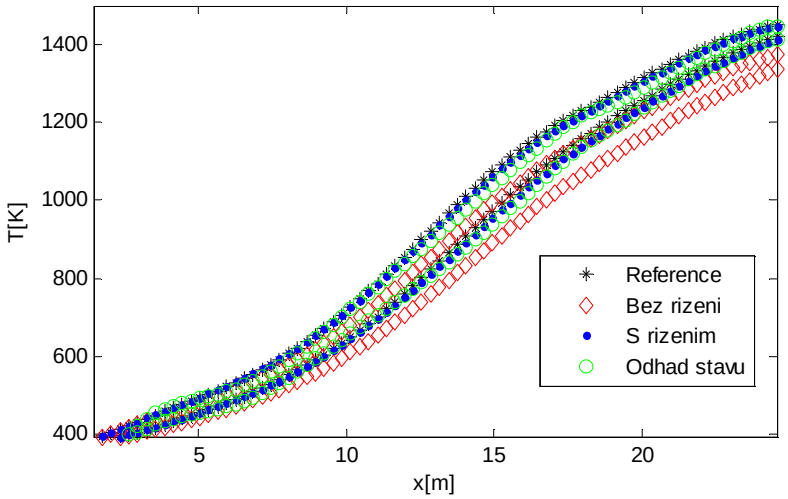
Simulace řízení

Bylo simulováno působení vlivu změny rychlosti průchodu slabů, viz v_s na Obr. 5-10.



Obr. 5-10 Simulace MPC řízení.

Neřízený model s konstantním vstupem u_f=[0,2 0,13]^T se značně odchýlil od původní referenční hodnoty, viz průběh T_{fin} na Obr. 5-10. Zatímco pomocí MPC řízený model udržoval výstup T_{fin} poměrně blízko žádané reference. Spodní graf Obr. 5-10 zobrazuje průběh akčních zásahů, tedy průtok paliva u_f. Kolem časového kroku 700 bylo dosaženo zadaného omezení vstupu u_f 0,1. Penalizační váhy výstupů modelu pro MPC byly nastaveny Q_k=1·10^{-1}diag([0.01 0.01 0.01 0.01 1 1]) a váhy vstupů R_k=1·10^3 diag([1 5]). Délka horizontu predikce je N=30 kroků. Na Obr. 5-11 je zobrazena teplota slabů bez použití řízení a s použitím řízení na základě odhadu stavu, je zobrazen časový krok 300.



Obr. 5-11 Simulace řízení.

Ze simulace je patrno, že řízení plní požadované cíle.

6 ZÁVĚR

V této práci byl sestaven model průchozí palivové ohřívací pece k ohřevu oceli před válcováním. Model zahrnuje všechny podstatné fyzikální jevy s uvedenými předpoklady. Dominantní přenos tepla v peci je sálání. Tepelné sálání má jisté charakteristické rysy, zejména vytváří vazby napříč celou geometrií pece a sálavý tepelný tok je úměrný čtvrté mocnině teploty. Řešení sálání je postaveno na metodě konečných objemů (FVM), která byla několikrát využita v literatuře [35] přímo pro výpočet sálání v ohřívacích pecích. Model pece zahrnuje vedení tepla ve vyzdívce a ve vsázce (ve slabech), je uvažováno s pohybem vsázky. Model sálání a vedení je doplněn o jednoduchý model spalování, jehož úkolem je vyčíslit množství tepla přivedeného dokonalým spalováním a množství tepla, která odchází se spalinami. Model pece tak pracuje s celkovou tepelnou i hmotnostní bilancí na základě fyzikálních vstupů. Stavová rovnice modelu je nelineární, obsahuje čtvrtou mocninu a bilineární člen. Tuto strukturu sdílí poměrně velká třída pecních modelů, které se liší v parametrech a velikosti řádu. Samotný model poskytuje nástroj k analýze a hlubšímu pochopení chování pece.

Pro návrh řízení bylo třeba nelineární stavovou rovnici lokálně linearizovat v ustáleném optimálním pracovním bodě, který bylo třeba definovat a nalézt.

Model je sestaven maticově, to umožňuje kompaktní formu zápisu, která je vhodná pro testování modelu a navazujících algoritmů. Maticový zápis je však omezen velikostí operační paměti počítače. Proto hrubě diskretizovaný model v této práci je pouze instance o menším rozměru, než by odpovídalo přesnému řešení. Numerické metody řešení parciálních diferenciálních rovnic, vedou na velmi vysoké řády dimenze modelu. Na sestavený model pece byla použita metoda redukce řádu na základě tzv. balancovaní vstupně/stavově/výstupních systémových vlastností řiditelnosti a pozorovatelnosti. Ukázalo se, že redukovaný model řádu 10 je schopen dostatečně dobře popsat chování pece.

Řízená teplota vsázky je prakticky neměřitelná, teplotu vsázky, respektive vnitřní stav pece, je však možné odhadovat z redukovaného modelu, který je přímo i zpětnovazebně zapojen jako pozorovatel stavu. Pro návrh pozorovatele je výhodné znát vnitřní fyzikální strukturu systému. Redukovaný modelu pece umožnuje predikovat budoucí vývoj výstupu na základě odhadu stavu a daného vstupu. Tuto predikci lze použít i k nalezení optimálního vstupu pro dosažení žádaného výstupu podle daného kritéria. Problém způsobují omezení systémových proměnných, proto byla použita numerická metoda optimalizace, která s omezeními dokáže pracovat.

6.1 PŘÍNOS PRÁCE

Na základě hloubkové rešerše byly zvoleny postupy modelování a řízení pece. Byly přijaty předpoklady z mnoha publikací, tak aby obsáhly celou šíři řešené problematiky. Byl vybrán poměrně složitý numerický model detailně popisující sálání metodou konečných objemů. Bylo třeba nastudovat a pochopit „záludnou“ problematiku šíření sálání. Oproti [35] bylo sálání v peci doplněno o vedení tepla ve vyzdívce pro stanovení přesnějších okrajových podmínek. Byl sestaven vlastní jednoduchý model vývinu tepla a proudu spalin v peci. Modely tepelného přenosu byly společně implementovány s využitím metody konečných objemů na jedné výpočetní mřížce. Modely byly implementovány maticově v programu Matlab. Dále bylo třeba se vypořádat s četnými numerickými a diskretačnímy problémy. Vzniklý model vysokého řádu komplikoval řešení nelineárních diferenciálních rovnic a posléze i optimalizaci, byly použity řídké matice. Bylo definováno kritérium optimálního ohřevu, podle kterého byl nalezen pracovní bod linearizace. Byla úspěšně použita metoda redukce řádu na základě balancované realizace. Redukovaný modelu byl použit pro návrh pozorovatele stavu a prediktivního řízení. Hlavní přínos práce je systematické a vzájemně se doplňující spojení použitých metod vedoucí k požadovanému řešení.

6.2 Otevřené problémy

Vývojem a výzkumem složité problematiky řízení a modelování ohřívacích pecí se zabývají týmy odborníků po dobu několika let. Proto jedna diplomová práce není schopna celý problém obsáhnout. Model je třeba ověřit a případně upřesnit. Pro přesnější výsledky by měl být numerický model jemněji diskretizován, což je nutné řešit iterativně a implementovat v C/C++.

Přínos by mohl být v detailnější analýze modelu i redukce řádu při využití znalosti vnitřní fyzikální struktury modelu. Dále by mělo být zajímavé parametrickou strukturu modelu využít pro analýzu nejistot modelu a řízení.

Z hlediska redukce řádu by mohlo být přínosné prostudovat další způsoby redukce, a to redukce se zachováním struktury [63], redukci nelineárního nebo alespoň bilineárního modelu, redukci pomocí SVD-Krylovových metod [2].

Otevřených problémů je samozřejmě mnohem více.

LITERATURA

[1] H. Amiri, S.H. Mansouri, and A. Safavinejad, "Combined conductive and radiative heat transfer in an anisotropic scattering," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 49, p. 492e503, 2010.

[2] Athanasios Constantinos Antoulas, *Approximation of large-scale dynamical systems.*: Cambridge University Press, 2005.

[3] Seung Wook Baek, Man Young Kim, and Jeong Soo Kim, "NONORTHOGONAL FINITE-VOLUME SOLUTIONS OF RADIATIVE HEAT TRANSFER IN A THREE-DIMENSIONAL ENCLOSURE," *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, vol. 34, no. 4, pp. 419-437, 1998.

[4] L. Balbis, J. Balderud, and M. J. Grimble, "Nonlinear Predictive Control of Steel Slab Reheating Furnace," in *American Control Conference 2008*, Seattle, Washington, USA, 2008, pp. 1679 - 1684.

[5] Stanislav Bálek, *Tepelně technické tabulky a diagramy.* Ostrava: Vyskoká škola bánská - Technická univerzita Ostrava, 2005.

[6] P. V. BARR, "The development, verification, and application of a steady-state thermal model for the pusher-type reheat furnace," *Metallurgical and materials transactions. B, Process metallurgy and materials processing science*, pp. 851-869, 1995.

[7] Ch. E. Jr. Baukal, *HEAT TRANSFER IN INDUSTRIAL COMBUSTION.*: CRC Press, 2000.

[8] Charles E. Baukal and Robert E. Schwartz, *The John Zink Combustion Handbook.*: CRC Press, 2001.

[9] Adrian Bejan and Allan D. Kraus, *HEAT TRANSFER HANDBOOK.*: John Wiley and sons, 2003.

[10] Dimitri P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control, Vol. 1, 3rd Ed.*: Belmont, 2005.

[11] John T. Betts, *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming.*: SIAM, 2001.

[12] Arthur E. Bryson and Yu Chi Ho, *Applied Optimal Control.*: Taylor & Francis, 1975.

[13] Eduardo Cao, *Heat Transfer in Process Engineering.*: McGraw Hill, 2009.

[14] Yunus A. Çengel, *Heat and Mass Transfer: A Practical Approach, 3/e.*: University of Nevada-Reno, 2007.

[15] Joseph Colannino, *Modeling of Combustion Systems - A Practical Approach.*: Taylor & Francis Group, 2006.

[16] EnergyEfficiencyOffice, *Continuous Steel Reheating Furnaces.* London: Good Practice, 1993.

[17] Frederick Walker Fairman, *Linear control theory: the state space approach.*: John Wiley and Sons, 1998.

[18] Michael Green and David J. N. Limebeer, *Linear robust control.*: Prentice Hall, 1995.

[19] Sang Heon Han, Daejun Chang, and Cheol Huh, "Efficiency analysis of radiative slab heating in a walking-beam-type," *Energy*, vol. 36, no. 2, pp. 1265-1272, 2010.

[20] Sang Heon Han, Daejun Chang, and Chang Young Kim, "A numerical analysis of slab heating characteristics in a walking beam type reheating furnace," *International Journal of Heat and Mass*

Transfer 53, pp. 3855–3861, 2010.

[21] Yoshiro Seki, Naoki Yamaguchi, Hiroyuki Shinonaga Hisashi Ezure, "Development of a simulator to calculate an optimal slab heating pattern for reheat furnaces," *Electrical Engineering in Japan, Volume 120, Issue 3*, pp. 42–53, 1997.

[22] M. Honner and M. Svantner, "Thermal box-barrier for a direct measurement in high temperature environment," *Applied Thermal Engineering 27*, pp. 560-576, 2007.

[23] Milan Honner, Zdenek Vesely, and Michal Svantner, "Temperature and heat transfer measurement in continuous reheating furnaces," *Scandinavian Journal of Metallurgy 32*, pp. 225-232, 2003.

[24] Hoyt C Hottel and A. F. Sarofim, *Radiative Transfer.*: McGraw-Hill, 1967.

[25] Chia-Tsung Hsieh, Mei-Jiau Huang, Shih-Tuen Lee, and Chao-Hua Wang, "Numerical Modeling of a Walking-Beam-Type Slab Reheating Furnace," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, Volume 53, Issue 9*, pp. 966 - 981, 2008.

[26] W.H. Chen, Y.C. Chung, and J.L. Liuc, "Analysis on energy consumption and performance of reheating furnaces in a hot strip mill," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 32, no. 5, pp. 695-706, 2005.

[27] W.H. Chen, M.R. Lin, and T.S. Leu, "Optimal heating and energy management for slabs in a reheating furnace," *Journal of Marine Science and Technology, Vol. 18, No, 1,* pp. 24-31, 2010.

[28] SHAOJIE CHEN and ABRAHAM Sunday, "Modification of Reheat Furnace Practices Through Comprehensive Process Modeling," in *AIST*, 2007, pp. 66-79.

[29] Zhivko A. ICEV, Jun ZHAO, Mile J. STANKOVSKI, Tatyana D. KOLEMISEVSKA-GUGULOVSKA, and Georgi M. DIMIROVSKI, "SUPERVISORY-PLUS-REGULATORY CONTROL DESIGN FOR EFFICIENT OPERATION OF INDUSTRIAL FURNACES," *JOURNAL OF ELECTRICAL and ELECTRONICS ENGINEERING*, vol. 4, no. 2, pp. 1199-1218, 2004.

[30] Anton Jaklič, Franci Vode, and Tomaž Kolenko, "Online simulation model of the slab-reheating process in a pusher-type furnace," *Applied Thermal Engineering 27*, pp. 1105–1114, 2007.

[31] Yogesh Jaluria, *Design and Optimization of Thermal Systems.*: CRC Press, 2008.

[32] Jaroslav Pekař Jan Štecha, *Short Course on Model Predictive Control.*, 2010.

[33] Jung Hyun Jang, Dong Eun Lee, Man Young Kim, and Hyong Gon Kim, "Investigation of the slab heating characteristics in a reheating furnace with the formation and growth of scale on the slab surface," *International Journal of Heat and Mass Transfer 53*, pp. 4326–4332, 2010.

[34] T Kailath, *Linear Systems.*: Prentice-Hall, 1980.

[35] Man Young Kim, "A heat transfer model for the analysis of transient heating of the slab in a direct-fired walking beam type reheating furnace," *International Journal of Heat and Mass Transfer 50*, pp. 3740–3748, 2007.

[36] M. Y. Kim, S. W. Baek, and J. H. Park, "UNSTRUCTURED FINITE-VOLUME METHOD FOR RADIATIVE HEAT TRANSFER IN A COMPLEX TWO-DIMENSIONAL GEOMETRY WITH OBSTACLES," *Numerical Heat Transfer, Part B*, pp. 617-635, 2001.

[37] Jong Gyu Kim, Kang Y. Huh, and II Tae Kim, "THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF THE WALKING-BEAM-TYPE SLAB REHEATING FURNACE IN HOT STRIP MILLS," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, Volume 38, Issue 6*, pp. 589 - 609, 2000.

[38] Daniel Rene Kreuzer and Andreas Werner, "Implementation of Models for reheating processes in industrial furnaces," in *8th International Modelica Conference 2011*, Dresden, 2011.

[39] Bo Leden, "A Control System for Fuel Optimization of Reheating Furnaces," *Scandinavian Journal of Metallurgy 15*, p. 16—24, 1986.

[40] William S. Levine, *The Control Systems Handbook: Control System Advanced Methods.*: Taylor and Francis, 2009.

[41] Frank L. Lewis and Vassilius Syrmos, *Optimal Control, 2nd Ed.*: Wiley-interscience, 1995.

[42] J. M. Maciejowski, *Predictive Control with Constraints.*: Prentice Hall, 2001.

[43] H. F. Marston and P. H. Bolt, "Challenges in the modelling of scale formation and decarburisation," *Ironmaking & Steelmaking*, p. 57, 2004.

[44] A. Martensson, *Energy Efficiency Improvement by Measurement and Control: A Case Study of Reheating Furnaces in the Steel Industry.*: Energy Systems Laboratory, 1992.

[45] M. H. Mawhinney and W. Trinks, *INDUSTRIAL FURNACES*, 6th ed.: JOHN WILEY, 2008.

[46] Kevin McGrattan, Fire Dynamics Simulator V5, Technical Reference Guide, Volume 1: Mathematical Model, 2010, NIST Special Publication 1018-5.

[47] W. J. Minkowicz, E. M. Sparrow, and J. Y. Murthy, *Handbook of Numerical Heat Transfer, 2nd ed.* NY: Wiley, 2006.

[48] Subhash C Mishra and Manohar Prasad, "Radiative heat transfer in participating media — A review," *Sadhana*, vol. 23, no. 2, pp. 213-232.

[49] Michael F. Modest, *Radiative Heat Transfer, 2nd Ed.*: Academic Press, 2003.

[50] Bruce C. Moore, "Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 26, no. 1, 1981.

[51] Peter Mullinger and Barrie Jenkins, *Industrial and Process Furnaces - Principles, Design and Operation.*: Elsevier, 2008.

[52] Bernd R. Noack, Marek Morzynski, and Gilead (Eds.) Tadmor, *Reduced-Order Modelling for Flow Control.*: Springer, 2011.

[53] Anthony N. Michel Panos J. Antsaklis, *A linear systems primer.*: Birkhauser, 2007.

[54] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* Washington, D.C.: Hemisphere, 1980.

[55] Lars Malcolm Pedersen, *Modeling and Control of Plate Mill Processes.* Lund: Lund Institute of Technology, 1999.

[56] Robert H. Perry and Don W. Green, *Perry's chemical engineers' handbook.*: McGraw-Hill, 2008.

[57] G. D. Raithby, "DISCUSSION OF THE FINITE-VOLUME METHOD FOR RADIATION, AND ITS APPLICATION USING 3D UNSTRUCTURED MESHES," *Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals, Volume 35, Number 4,* pp. 389-405, 1999.

[58] Warren M. Rohsenow, James R Hartnet, and Young I. Cho, *Handbook of Heat Transfer, 3rd Ed.*: McGraw-Hill, 1998.

[59] J.A. Rossiter, *Model-Based Predictive Control - A Practical Approach.*: CRC Press, 2005.

[60] Jiří Roubal, *Model Predictive Control of 2D Systems.*, 2006.

[61] Jiří Roubal, Daniel Pachner, Vladimír Havlena, and Tomáš Haniš, "Analysis of the Rotary Kiln Model," in *Proceedings of the Europan Control Conference 2009*, Budapest, Hungary, 2009.

[62] Yudi Samyudia and Hatopan Sibarani, "Identification of reheat furnace temperature models from closed-loop data—an industrial case study," *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, pp. 70-81, 2006.

[63] Henrik Sandberg and Richard M. Murray, "Model Reduction of Interconnected Linear Systems Using Structured Gramians," in *Proceedings of the 2008 IFAC World Congress*, Seoul, Korea, 2008.

[64] Thomas I. Seidman, "Control of the Heat Equation," in *Control System Advanced Methods, Second Edition.*: CRC Press, 2011.

[65] Jacquelien M.A. Scherpen, "Balanced Realizations, Model Order Reduction and the Hankel Operator," in *Control System Advanced Methods, Second Edition.*: CRC Press, 2011.

[66] W. H. A. Schilders, H. A. van der Vorst, and Joost Rommes, *Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications.*: Springer, 2008.

[67] Sigurd Skogestad and Ian Postlethwaite, *MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL, Analysis and Design (2nd Edition).*: Wiley, 2005.

[68] Andreas Steinböck, *Model-Based Control and Optimization of a Continuous Slab Reheating Furnace.*: Shaker Verlag, 2011.

[69] A. Steinboeck, K. Graichen, D. Wild, T. Kiefer, and A. Kugia, "Model-based trajectory planning, optimization, and open-loop control of a continuous slab reheating furnace," *Journal of Process Control*, 2010.

[70] A. Steinboeck, D. Wild, T. Kiefer, and A. Kugi, "A mathematical model of a slab reheating furnace with radiative heat transfer," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010.

[71] Robert F. Stengel, *Optimal control and estimation.*: Courier Dover Publications, 1994.

[72] J.D. Stigter, N. Scheerlinck, and B.M. Nicolai, "Optimal Heating Strategies for a Convection Oven ," *Journal of Food Engineering*, vol. 48, no. 4, pp. 335-344, 2001.

[73] Subchan Subchan and Rafal Zbikowski, *Computational Optimal Control.*: Wiley, 2009.

[74] Ondřej Šantin, *Influence of Model Uncertainty on Constraints Handling in Predictive Control, Diploma Thesis.*: CTU in Prague, 2009.

[75] Sheldon X. D. Tan and Lei He, *Advanced model order reduction techniques in VLSI design.*: ambridge University Press, 2007.

[76] F. Vode, A. Jaklic, and D. Matko T. Kokalj, "A furnace control system for tracing reference reheating curves," *Steel Research International, Metal Forming 79 (5)* , pp. 364–370, 2008.

[77] Wei Wang, Han-Xiong Li, and Jingtao Zhang, "A hybrid approach for supervisory control of furnace temperature," *Control Engineering Practice, Volume 11, Issue 11*, pp. 1325-1334, 2003.

[78] H. J. Wick and F. Koster, "Estimation of temperature profiles of slabs in a reheat furnace by using the Kalman filter," in *Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design*, 1999, pp. 613 - 617.

[79] D. Wild, T. Meurer, and A. Kugi, "Modelling and experimental model validation for a pusher-type

reheating furnace," *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, 15: 3*, pp. 209-232, 2009.

[80] Daniel Wild, Thomas Meurer, Andreas Kugi, Olivier Fichet, and Klaus Eberwein, "Nonlinear observer design for pusher-type reheating furnaces".

[81] Yong-yao Yang and Yong-zai Lu, "Development of a computer control model for slab reheating furnaces," *Computers in Industry*, pp. 145-154, 1986.

[82] Y Zhang and S Li, "Networked model predictive control based on neighbourhood optimization for serially connected large-scale processes," *Journal of Process Control*, vol. 17, no. 1, pp. 37-50, 2007.

[83] Kemin Zhou, John Comstock Doyle, and Keith Glover, *Robust and optimal control.*: Prentice Hall, 1996.