

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Výukové materiály pro modelování
dynamických systémů


Praha, 2009

Autor: Richard Bobek

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou (bakalářskou) práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne 9.6.2009


podpis

Poděkování

Děkuji Jiřímu Roubalovi za vedení bakalářské práce a ochotu pomoci a poradit během vypracovávání. Děkuji mé rodině a přátelům, kteří mě podporovali a pomáhali mi během celého studia.

Klíčová slova

bloková algebra, schéma	block algebra, diagram
virtuální model spojených pohonů	coupled drives in virtual space
řízení spojených pohonů	control of coupled drives
virtuální model helikoptéry	helicopter in virtual space
řízení helikoptéry	control of helicopter

Abstrakt

Předkládaná bakalářská práce je členěna do tří částí. První se týká sbírky příkladů k výuce předmětů Systémy a modely a Systémy a řízení. Do této sbírky jsem přispěl kapitolou "Bloková algebra". Znalosti blokové algebry jsou potřebné k nalezení popisu složitého systému.

Ve druhé části jsem vytvořil virtuální model spojených pohonů. Spojené pohony jsou nelineárním MIMO systémem. Virtuální model pomůže studentům seznámit se s problematikou identifikace a řízení tohoto systému a vyzkoušet si práci s ním i mimo laboratoř.

Poslední část se věnuje úpravě a přidání nových funkcí virtuálnímu modelu helikoptéry. Helikoptéra je rovněž nelineární MIMO systém, který není snadné identifikovat a řídit. Studenti se díky virtuálnímu modelu mohou lépe připravit na práci v laboratoři.

Abstract

This graduation thesis is divided into three parts. The first one is concerned into the Collection of examples for teaching of the subject Systems and models and Systems and control. I added the chapter "Block algebra" to this collection. Mastering the knowledge of block algebra is necessary for finding description of a complex system.

In the second part I created a virtual model of coupled drives. Coupled drives are a non-linear MIMO system. Virtual model will help students getting informed about the problems of identification and control of this system. They may also try to work with the model even outside the laboratory.

The last part relates to the modification and adding new functions to the virtual model of helicopter. Helicopter is as well a non-linear MIMO system. This system is hard to identify and control. Students can thanks to the virtual model be better prepared for the work in laboratory.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Richard Bobek**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (bakalářský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: **Výukové materiály pro modelování dynamických systémů**

Pokyny pro vypracování:

1. Připravte sadu řešených a neřešených příkladů, které budou součástí sbírky příkladů k výuce předmětů Systémy a modely a Systémy a řízení.
2. Namodelujte fyzikální model spojených pohonů v Simulinku.
3. Připravte k tomuto modelu virtuální realitu.
4. Navrhněte řízení pro tento model.
5. Upravte virtuální model helikoptéry k porovnání chování modelu v laboratoři 26.

Seznam odborné literatury:


Dodá vedoucí práce

Vedoucí: Ing. Jiří Roubal, Ph.D.

Platnost zadání: do konce letního semestru 2008/09


prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry




doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 27. 2. 2009

Obsah

Seznam obrázků	iii
Seznam tabulek	v
1 Úvod	1
2 Bloková algebra	3
2.1 Základní zapojení systémů	3
2.2 Příklady	6
2.3 Úlohy	12
3 Virtuální model Spojené pohony DCE	15
3.1 Teoretický popis modelu	16
3.1.1 Tabulka použitých veličin	19
3.2 Virtuální model	20
3.3 Virtuální svět	22
3.4 Experimenty s virtuálním modelem	24
3.5 Řízení virtuálního modelu Spojené pohony	28
4 Virtuální model helikoptéry	35
4.1 Teoretický popis modelu	36
4.1.1 Tabulka použitých veličin	37
4.2 Virtuální model	37
4.3 Virtuální svět	39
4.4 Experimenty	40
4.4.1 Pracovní bod	40
4.4.2 Odezvy na skok	41
4.5 Řízení modelu	45

5	Závěr	49
	Literatura	51
6	Obsah přiloženého CD	53

Seznam obrázků

1.1	Virtuální model k laboratornímu modelu	2
2.1	Základní zapojení systémů	4
2.2	Blokové schéma složeného systému	7
2.3	Dvě možné úpravy zapojení z obr. 2.2	7
2.5	Odezva systému z obr. 2.4 pro různé vstupy a různé počáteční podmínky	9
2.4	Simulinkové schéma znázorňující sériové zpojení systémů z příkladu 2.3 .	9
2.6	Simulinkové schéma systému	10
2.7	Blokové schéma systému	12
2.8	Blokové schéma systému	12
2.9	Simulinková schémata dvou systémů	13
3.1	Laboratorní model Spojené pohony DCE	15
3.2	Diagram modelu spojených pohonů	16
3.3	Simulinkové schéma modelu spojených pohonů	18
3.4	Porovnání úhlů natočení $\varphi_1(t)$ a $\varphi_2(t)$ obou motorů	20
3.5	Rozdíl otáček $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ způsobený prokluzem	21
3.6	Skutečný prokluz řemene a aproximace	21
3.7	Virtuální realita Spojených pohonů DCE	23
3.8	1. simulace	25
3.9	2. simulace	26
3.10	3. simulace	27
3.11	Simulinkové schéma modelu spojených pohonů s řízením	27
3.12	1. experiment, neřízený model a řízený model	29
3.13	1. a 2. experiment, porovnání obou modelů	30
3.14	2. experiment, neřízený model a řízený model	31
3.15	3. experiment, neřízený model a řízený model	32
3.16	3. experiment, porovnání obou modelů	33

4.1	Starý model helikoptéry	35
4.2	Nový model helikoptéry	38
4.3	Virtuální realita pro model helikoptéry	39
4.4	Pracovní bod	40
4.5	Skok napětí na ocasním motoru, zaaretovaná elevace	41
4.6	Skok napětí na ocasním motoru, zaaretovaná elevace	41
4.7	Skok napětí na hlavním motoru, zaaretovaný azimut	42
4.8	Skok napětí na hlavním motoru, zaaretovaný azimut	42
4.9	Skok napětí na ocasním motoru, bez aretací	43
4.10	Skok napětí na ocasním motoru, bez aretací	43
4.11	Skok napětí na hlavním motoru, bez aretací	44
4.12	Skok napětí na hlavním motoru, bez aretací	44
4.13	Skok napětí na obou motorech, bez aretací	45
4.14	Odezva virtuálního modelu v uzavřené regulační smyčce	46
4.15	Odezva virtuálního modelu v uzavřené regulační smyčce	46

Seznam tabulek

3.1	Tabulka použitých veličin	19
4.1	Tabulka použitých veličin	37

Kapitola 1

Úvod

Cílem této práce je podpořit výuku modelování a řízení dynamických systémů. Práci tvoří tři části. První je studijní materiál, který bude zařazen do sbírky příkladů postihujících tematiku modelování a řízení dynamických systémů (ROUBAL, J. et al., 2009), která je pro studenty volně dostupná na internetu. Díky této sbírce mají studenti přístup ke komplexnímu česky psanému materiálu věnovanému řídicí technice. Od ostatních knih věnovaných tomuto tématu (CHEN, C. T., 1998; DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007; FRANKLIN, G. F. et al., 2005) se liší hlavně množstvím řešených příkladů.

Druhá část je věnována virtuální realitě laboratorního modelu Spojené pohony DCE, který se nachází v Laboratoři teorie automatického řízení (ROUBAL, J., 2009). V práci je popsán celý proces, tedy sestavení fyzikálního popisu, namodelování v Simulinku a vytvoření virtuální reality. Správná funkce virtuálního modelu je ověřena řízením.

Poslední část práce popisuje úpravu virtuálního modelu helikoptéry, který se opět nachází v Laboratoři teorie automatického řízení (ROUBAL, J., 2009). Původní model byl opraven sestavením nového fyzikálního popisu a odpovídající úpravou virtuální reality. Cílem byla větší použitelnost modelu při výuce. Funkčnost byla opět ověřena řízením.

Virtuální model k laboratornímu modelu vychází z reálné předlohy. Je potřeba pozorováním a experimenty nalézt odpovídající fyzikální popis. Tento popis platí s omezením, například u helikoptéry, která se nemůže otáčet volně, ale má zarážky jak pro pohyb v azimutu tak elevaci. U reálného modelu také nastávají jevy, které fyzikální model nepopisuje – laboratorní model helikoptéry se samovolně stáčí do jednoho bodu. Dojít může i ke složitějším komplikacím – u spojených pohonů nefungují snímače polohy kladek. Tyto jevy je potřeba vhodně zanést do fyzikálního popisu. Typickým příkladem byl prokluz řemene u modelu spojených pohonů. Nebylo možné jej popsat diferenciální rovnicí, byl zjištěn experimentálně.

Získaný popis se pak modeluje pomocí Simulinku, do kterého je potřeba doplnit neznámé konstanty z fyzikální části. Konstantám se lze přiblížit pokusy s laboratorním modelem. Lze také využít předpoklady o výsledném tvaru požadované veličiny, například přibližnou velikost točivého momentu modelu helikoptéry. Simulinkové schéma se pak může propojit s virtuální realitou. Virtuální realita je soubor příkazů, popisujících geometrii objektu a způsob jejich pohybu. Pro studijní účely většinou stačí použití základních tvarů, nejde nám o věrnost modelu ale o funkčnost.

Celý virtuální model je pak zapouzdřen, aby byl skryt princip jeho fungování a studenti neztratili motivaci jej hledat. Ze stejných důvodů se liší konstanty virtuálního modelu od jeho laboratorní verze. Na obr. 1.1 je porovnání virtuálního a reálného modelu. Pokud máme správně připravený virtuální model, můžeme podle něj navrhnout řízení. Pokud tento regulátor vyzkoušíme na modelu v laboratoři bude fungovat podobně.



(a) skutečný model



(b) virtuální model

Obrázek 1.1: Virtuální model k laboratornímu modelu

Kapitola 2

Bloková algebra

Tato kapitola byla použita do sbírky příkladů postihujících tematiku modelování a řízení dynamických systémů (ROUBAL, J. et al., 2009). Uvedu ji zde ve znění, jak byla uvedena ve sbírce.

V předchozích kapitolách jsme se dozvěděli, jak popsat vlastnosti systému vnějším či vnitřním popisem. Často se však setkáme také s případem, kdy potřebujeme nalézt vlastnosti systému, který vznikl spojením několika subsystémů. Stejně tak musíme někdy subsystémy rozpojovat, nebo měnit vazby mezi nimi. Souhrn pravidel pro práci s popisem a vlastnostmi složených systémů se nazývá *bloková algebra* (CHEN, C. T., 1998; DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007; ŠTECHA, J. a HAVLENA, V., 1999).

V této kapitole si ukážeme, jak vypadá stavový a přenosový popis systému vzniklý paralelním, sériovým a zpětnovazebním řazením subsystémů. Dále si ukážeme na několika příkladech, jaký vliv na dynamické vlastnosti mají různé typy zapojení, které vlastnosti se zachovávají a které se naopak mohou ztratit. Na konci kapitoly opět naleznete několik neřešených úloh.

2.1 Základní zapojení systémů

Uvažujme systémy S_1 a S_2 , které jsou popsány následujícími stavovými rovnicemi a přenosovými maticemi. Pro systém S_1 platí

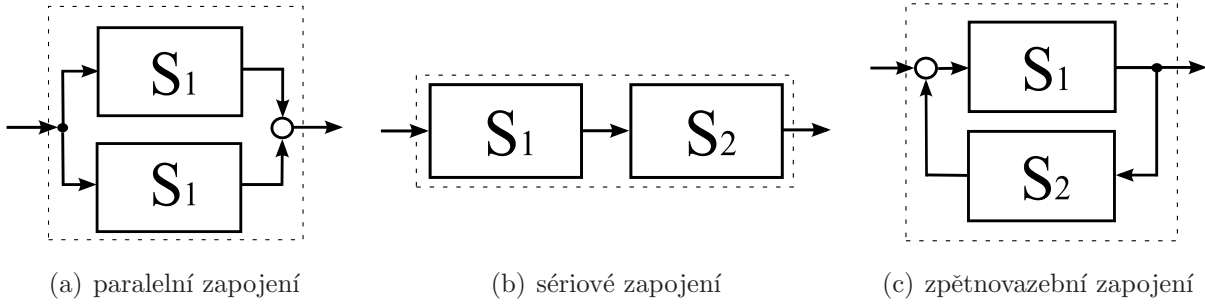
$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_1(t), \\ \mathbf{y}_1(t) &= \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{D}_1 \mathbf{u}_1(t),\end{aligned}\qquad \mathbf{Y}_1(s) = \mathbf{G}_1(s) \mathbf{U}_1(s). \quad (2.1)$$

Pro systém S_2 platí

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_2(t) &= \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}_2(t), \\ \mathbf{y}_2(t) &= \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 \mathbf{u}_2(t),\end{aligned}\quad \mathbf{Y}_2(s) = \mathbf{G}_2(s) \mathbf{U}_2(s). \quad (2.2)$$

Pro následující nově vzniklé systémy, které jsou naznačeny na obr. 2.1, budeme vždy uvažovat stavový vektor složený ze stavových vektorů \mathbf{x}_1 a \mathbf{x}_2 ve tvaru

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$



Obrázek 2.1: Základní zapojení systémů

Paralelní spojení

Pro paralelní spojení systémů na obr. 2.1(a) musí mít oba systémy stejný počet vstupů ($\dim\{\mathbf{u}_1\} = \dim\{\mathbf{u}_2\}$) a stejný počet výstupů ($\dim\{\mathbf{y}_1\} = \dim\{\mathbf{y}_2\}$). Výstup paralelního zapojení $\mathbf{y}(t)$ je dán součtem výstupů $\mathbf{y}_1(t)$ a $\mathbf{y}_2(t)$.

Stavové matice nového systému jsou

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2], \quad \mathbf{D} = [\mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2]. \quad (2.4)$$

Matice \mathbf{A} složeného systému je blokově diagonální. Je tedy zřejmé, že charakteristický polynom $\Delta(s)$ složeného systému bude roven součinu charakteristických polynomů jednotlivých subsystémů

$$\Delta(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1) \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2) = \Delta_1(s) \Delta_2(s), \quad (2.5)$$

kde \mathbf{I} jsou jednotkové matice příslušných dimenzí. Přenosová matice systému tvořeného dvěma paralelně spojenými subsystémy je

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_1(s) + \mathbf{G}_2(s). \quad (2.6)$$

Sériové zapojení

Pro sériové spojení systémů na obr. 2.1(b) musí být počet výstupů systému S_1 roven počtu vstupů systému S_2 ($\dim\{\mathbf{y}_1\} = \dim\{\mathbf{u}_2\}$). Stavové matice nového systému pak jsou

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2\mathbf{D}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = [\mathbf{D}_2\mathbf{D}_1]. \quad (2.7)$$

Matice \mathbf{A} složeného systému je blokově dolní trojúhelníková. Je tedy zřejmé, že charakteristický polynom složeného systému bude roven součinu charakteristických polynomů jednotlivých subsystémů

$$\Delta(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1) \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2) = \Delta_1(s) \Delta_2(s), \quad (2.8)$$

kde \mathbf{I} jsou jednotkové matice příslušných dimenzí.

Poznámka: Všimněme si, že charakteristický polynom dvou subsystémů je stejný, ať je spojíme sériově nebo paralelně. \square

Pro výstup \mathbf{y} sériového zapojení podle obr. 2.1(b) platí

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}_2(s) \mathbf{U}_2(s) = \mathbf{G}_2(s) \mathbf{G}_1(s) \mathbf{U}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{U}(s).$$

Přenosová matice systému tvořeného dvěma sériově spojenými subsystémy tedy je

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_2(s) \mathbf{G}_1(s). \quad (2.9)$$

Poznámka: Pro systémy s více vstupy a více výstupy je nutno zachovat pořadí přenosových matic $\mathbf{G}_2(s) \mathbf{G}_1(s)$. Pro systémy s jedním vstupem a jedním výstupem na pořadí v (2.9) nezáleží. \square

Zpětnovazební zapojení

Pro zpětnovazební spojení systémů na obr. 2.1(c) platí podobné podmínky pro počty vstupů a počty výstupů jednotlivých subsystémů. Napište tyto podmínky sami. Stavové

matice nového systému pro zápornou zpětnou vazbu jsou

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{D}_2 (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{C}_1 & \mathbf{B}_1 \mathbf{C}_2 + \mathbf{B}_1 \mathbf{D}_2 (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{B}_2 (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 + \mathbf{B}_2 (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{D}_2 (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{B}_2 (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{C}_1 & (\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{D}_1 \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= [(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{D}_1], \end{aligned} \quad (2.10)$$

kde \mathbf{I} jsou jednotkové matice příslušných dimenzí. Přenosová matice je

$$\mathbf{G}(s) = [\mathbf{I} + \mathbf{G}_1(s) \mathbf{G}_2(s)]^{-1} \mathbf{G}_1(s) = \mathbf{G}_1(s) [\mathbf{I} + \mathbf{G}_2(s) \mathbf{G}_1(s)]^{-1}. \quad (2.11)$$

Poznámka: Pro zpětnovazebné zapojení s kladnou zpětnou vazbou, musíme ve stavovém popisu nahradit člen $(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1}$ členem $(\mathbf{I} - \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2)^{-1}$ a v přenosovém popisu nahradit znaménko „+“ znaménkem „-“ (za jednotkovou maticí \mathbf{I}). \square

2.2 Příklady

Příklad 2.1: Pro sériové zapojení dvou systémů (2.1) a (2.2) odvoďte tvar stavových matic složeného systému a z nich přenosovou matici systému $\mathbf{G}(s)$ (počáteční podmínky uvažujte nulové).

Řešení: Pro sériové zapojení dvou systémů (2.1) a (2.2) platí rovnice dané vazbami

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_2(t), \quad \mathbf{u}_2(t) = \mathbf{y}_1(t), \quad \mathbf{u}_1(t) = \mathbf{u}(t).$$

Stavové rovnice pak jsou

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_1(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}(t), \\ \dot{\mathbf{x}}_2(t) &= \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}_2(t) = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2 (\mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{D}_1 \mathbf{u}(t)), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{y}_2(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 \mathbf{u}_2(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1 \mathbf{u}(t). \end{aligned}$$

Odtud můžeme psát stavové matice složeného systému (2.7). Z nich spočteme přenosovou

matici sériově zapojených subsystémů

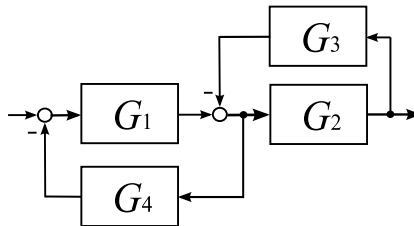
$$\begin{aligned}
 \mathbf{G}(s) &= \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} = \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \left(s\mathbf{I} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \end{bmatrix} + [\mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1] = \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1} & \mathbf{0} \\ (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_1 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1} & (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \end{bmatrix} + [\mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1] = \\
 &= (\mathbf{C}_2 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{B}_2 + \mathbf{D}_2) (\mathbf{C}_1 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{B}_1 + \mathbf{D}_1).
 \end{aligned}$$

Odtud vidíme

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_2(s) \mathbf{G}_1(s).$$

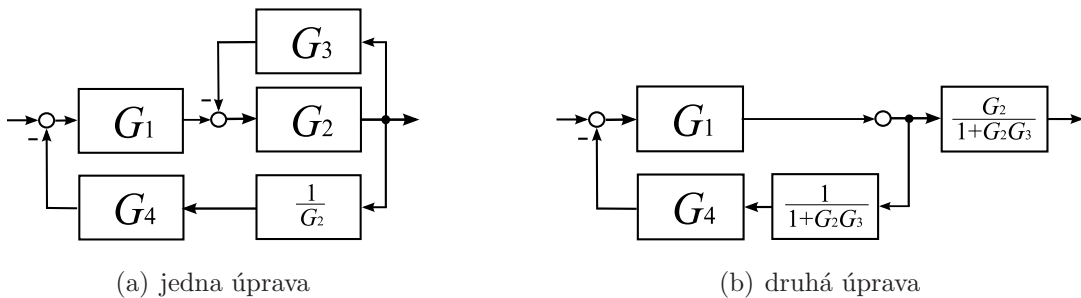
Dospěli jsme ke vztahu, který je stejný jako (2.9). Výsledek je tedy správný. Poznamenejme, že je nutné zachovat pořadí násobení matic. ✓

Příklad 2.2: Nalezněte přenos systému složeného ze subsystémů (každý s jedním vstupem a jedním výstupem) podle následujícího obrázku.



Obrázek 2.2: Blokové schéma složeného systému

Řešení: Abychom mohli postupně používat pravidla (2.6), (2.9) a (2.11), upravíme si zadané schéma podle obr. 2.3. Takovéto úpravy jsou možné, protože pracujeme pouze s přenosy (ne se stavovými popisy). Ukážeme si dvě možné úpravy, viz obr. 2.3.



Obrázek 2.3: Dvě možné úpravy zapojení z obr. 2.2

V prvním případě jsme na obr. 2.3(a) posunuli vstupní větev bloku s přenosem $G_4(s)$ až za blok s přenosem $G_2(s)$. Celkový přenos podle tohoto obrázku pak píšeme

$$G(s) = \frac{\frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)}}{1 + \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)} \frac{G_4(s)}{G_2(s)}} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_2(s)G_3(s) + G_1(s)G_4(s)}.$$

Ve druhém případě jsme na obr. 2.3(b) posunuli vazbu do bloku s přenosem $G_4(s)$ před sčítací člen za blokem s přenosem $G_1(s)$. Celkový přenos podle tohoto obrázku pak píšeme

$$G(s) = \frac{G_1(s)}{1 + \frac{G_1(s)G_4(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)}} \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_2(s)G_3(s) + G_1(s)G_4(s)}.$$

Udělali jsme dvě různé úpravy blokového schématu a vidíme, že nemají vliv na výsledný přenos. ✓

Příklad 2.3: Nechť je systém S tvořen dvěma sériově zapojenými subsystémy S_1 a S_2 podle obr. 2.1(b). Matice jednotlivých subsystémů jsou

$$\mathbf{A}_1 = [-2], \quad \mathbf{B}_1 = [1], \quad \mathbf{C}_1 = [-3], \quad \mathbf{D}_1 = [1],$$

$$\mathbf{A}_2 = [1], \quad \mathbf{B}_2 = [1], \quad \mathbf{C}_2 = [1], \quad \mathbf{D}_2 = [0].$$

Určete stavové matice a přenosovou matici výsledného systému (počáteční podmínky uvažujte nulové). Diskutujte jaký je řád nového systému a jaký je řád jeho přenosu.

Řešení: Podle vztahu (2.7) nalezneme stavové matice složeného systému

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = [0].$$

Z těchto matic určíme přenos výsledného systému

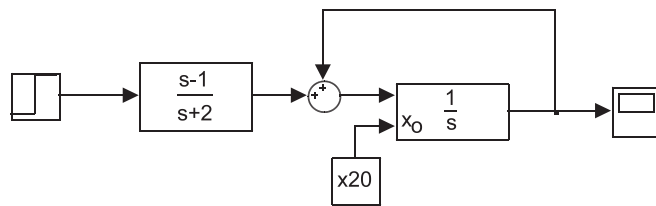
$$\mathbf{G}(s) = \frac{s-1}{s^2+s-2} = \frac{s-1}{(s-1)(s+2)} = \frac{1}{s+2}.$$

Přenos spočtený ze stavového popisu odpovídá přenosové matici (2.9). Vidíme, že ačkoli jsme sériově spojili dva systémy 1. řádu, získali jsme přenos složeného systému opět 1. řádu. Pouhý přenos tedy nepopisuje systém přesně a je nižšího řádu, než uvedený stavový popis, který je řádu druhého.

V přenosu složeného systému se totiž vykrátí člen $(s - 1)$. Tento člen se nazývá *skrytý mód*. Skryté módy poznáme porovnáním charakteristického polynomu systému a jmenovatele jeho přenosu. Více se o nich dozvíte například v (DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007; ŠTECHA, J. a HAVLENA, V., 1999). My nyní jen v následujícím příkladě provedeme analýzu chování takto zapojeného systému. ✓

Příklad 2.4: Analyzujte chování složeného systému z předchozího příkladu v časové oblasti pro různé vstupy $u(t)$ a různé počáteční podmínky x_{20} .

Řešení: V předchozím případě jsme zjistili, že se ve výsledném přenosu vykrátí skrytý mód. Nyní budeme analyzovat, jaké to má důsledky v časové oblasti. Pro zkoumání systému budeme používat simulinkové schéma uvedené na následujícím obrázku.



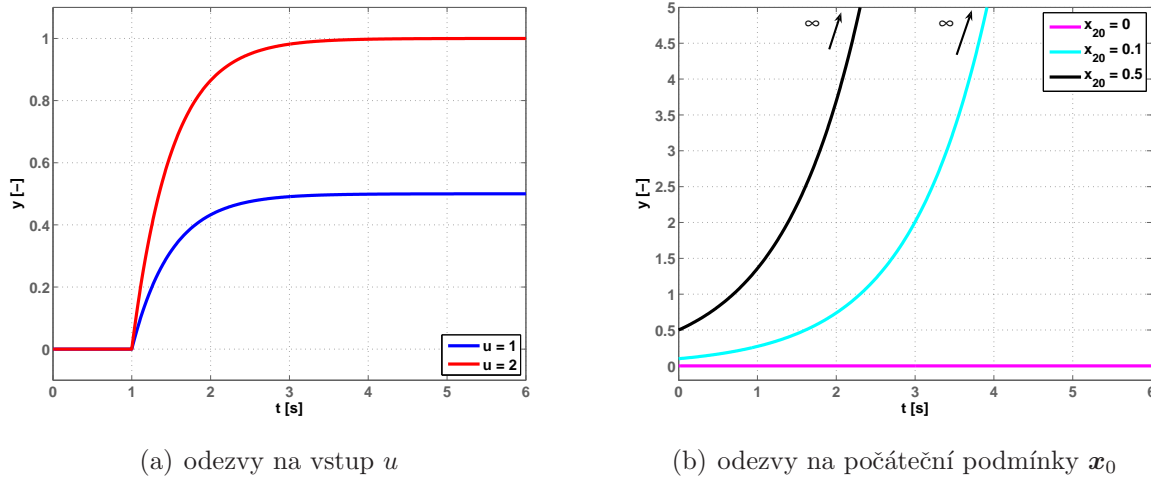
Obrázek 2.4: Simulinkové schéma znázorňující sériové spojení systémů z příkladu 2.3

Nejprve nastavíme nulové počáteční podmínky obou podsystémů x_{10} a x_{20} a na vstup celého systému u připojíme jednotkové skoky v čase $t = 1$ s o velikostech $u = 1$ a $u = 2$. Výsledky těchto simulací jsou na obr. 2.5(a). Poté nastavíme vstup u na nulu a provedeme simulace pro počáteční podmínky $x_{20} = \{0; 0,1; 0,5\}$ (stav prvního subsystému ponecháme nulový $x_{10} = 0$). Výsledky těchto simulací jsou na obr. 2.5(b).

Analyzujme nyní výsledky simulací z předchozích obrázků. Složený systém se skládá ze stabilního subsystému S_1 a nestabilního subsystému S_2

$$G_1(s) = \frac{s-1}{s+2}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s-1}.$$

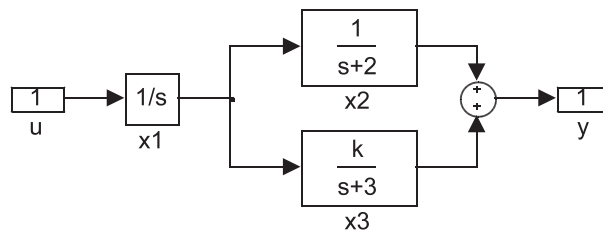
Nově složený systém je tedy nestabilní. Pokud uvažujeme nulové počáteční podmínky, pak odezvy na obr. 2.5(a) konvergují, protože nestabilní mód s pólem systému -1 nemůže být vybuzen vstupem systému u (signál s touto frekvencí neprojde přes nulu -1 prvního subsystému). Takovýto mód se nazývá *neřiditelný* (CHEN, C. T., 1998; DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007; ŠTECHA, J. a HAVLENA, V., 1999).



Obrázek 2.5: Odezva systému z obr. 2.4 pro různé vstupy a různé počáteční podmínky

Naopak podíváme-li se na odezvy na nenulové počáteční podmínky x_{20} na obr. 2.5(b), vidíme, že se nestabilní skrytý mód už projeví. Systém je nestabilní a proto i jeho odezva musí divergovat. Problém je, že nestabilní neřiditelný mód nejde vstupem $u = u_1$ řídit (ovlivňovat). Proto nikdy nesmíme krátit nestabilní póly „nestabilními“ nulami, protože v reálném světě nikdy nebudeme znát přesnou hodnotu daného pólu. Kdybychom takovýmto způsobem chtěli nějaký systém řídit, dostali bychom se do problémů, ale o tom až později. ✓

Příklad 2.5: Uvažujte systém zapojený podle následujícího obrázku. Nalezněte k , pro která má systém skrytý mód.



Obrázek 2.6: Simulinkové schéma systému

Řešení: Schéma zadané přenosy sloučíme stavově. Nejprve sloučíme dva paralelní bloky, pak přidáme integrátor v sérii. Stavové matice jednotlivých subsystémů jsou

$$\mathbf{A}_1 = [0], \quad \mathbf{B}_1 = [1], \quad \mathbf{C}_1 = [1], \quad \mathbf{D}_1 = [0],$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2 &= [-2], & \mathbf{B}_2 &= [1], & \mathbf{C}_2 &= [1], & \mathbf{D}_2 &= [0], \\ \mathbf{A}_3 &= [-3], & \mathbf{B}_3 &= [1], & \mathbf{C}_3 &= [k], & \mathbf{D}_3 &= [0]. \end{aligned}$$

Nyní zavedeme stavový vektor celého systému $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3]$. Stavové matice celého systému pak jsou

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = [0].$$

Ze stavového popisu nalezneme přenos

$$\mathbf{G}(s) = \frac{s + 3 + k(s + 2)}{(s + 3)(s + 2)s} = \frac{s(1 + k) + 3 + 2k}{(s + 3)(s + 2)s}.$$

Abychom odhalili skryté módy, nalezneme taková k , pro která dochází ve výše uvedeném přenosu ke krácení. Složený systém má póly $p_{1,2,3} = \{0, -2, -3\}$ a nuly

$$z(k) = \{s \mid s(1 + k) + 3 + 2k = 0\}.$$

Nyní musíme nalézt prvky této množiny. Tím nalezneme všechny nuly přenosu parametrizované parametrem k . Z těchto nul vybereme ty, které se rovnají pólům systému neboli těm, které odpovídají skrytým módům systému na obr. 2.6.

Uveďme ještě jeden postup jak se dobrat k řešení tohoto příkladu pomocí přenosů. Nejprve určíme přenos dvou paralelně zapojených bloků na obr. 2.6

$$G_{\text{par}}(s) = G_2(s) + G_3(s) = \frac{(s + 3) + k(s + 2)}{(s + 2)(s + 3)} = \frac{s(1 + k) + 3 + 2k}{(s + 2)(s + 3)}$$

a zjistíme, pro která k dojde v tomto přenosu ke krácení. V tomto přenosu může dojít ke krácení pokud by tento přenos měl nulu s hodnotou jednoho z pólů $\{-2, -3\}$. To nastane pro $k = 0$, kde se v tomto přenosu vykrátí člen $(s + 3)$. Protože je konstanta k v matici \mathbf{C}_3 , je tento skrytý mód odpovídající pólu -3 *nepozorovatelný* (CHEN, C. T., 1998; DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007; ŠTECHA, J. a HAVLENA, V., 1999). Pokud by byla konstanta k v matici \mathbf{B}_3 , byl by tento skrytý mód odpovídající pólu -3 *neřiditelný*. Toto je vidět na první pohled už na obr. 2.6.

Dále přidáme k přenosu $G_{\text{par}}(s)$ podle obr. 2.6 integrátor v sérii a dostaneme přenos

$$G(s) = G_{\text{par}}(s) G_1(s) = \frac{s(1 + k) + 3 + 2k}{(s + 2)(s + 3)} \frac{1}{s}.$$

Nyní může v tomto přenosu dojít ještě ke krácení pólu v nule. To nastane pro hodnotu $k = -\frac{3}{2}$, kdy bude nulový pól vykrácen nulovou nulou, která vznikne v paralelním bločku

právě pro $k = -\frac{3}{2}$. Protože jsou systémy řazeny v tomto pořadí je celý systém pro tuto hodnotu k říditelný, ale nepozorovatelný (mód odpovídající nulovému pólu neprojde na výstup systému na obr. 2.6, protože je nulován nulovou nulou paralelního bločku).

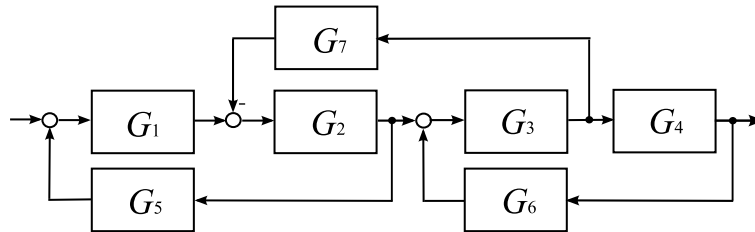
Závěrem tedy můžeme říci, že systém má skrytý mód pro

$$k \in \left\{ -\frac{3}{2}, 0 \right\}.$$

Pro $k = -\frac{3}{2}$ se krátí člen $(s + 3)$ a pro $k = 0$ se krátí člen s . Proved'te sami časové simulace podobně jako v příkladě 2.4. ✓

2.3 Úlohy

Příklad 2.6: Nalezněte přenos $G(s)$ systému složeného ze subsystémů (každý s jedním vstupem a jedním výstupem) podle následujícího obrázku.



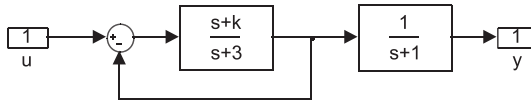
Obrázek 2.7: Blokové schéma systému

Příklad 2.7: Pro systémy S_1 a S_2 odvoďte přenosovou matici $\mathbf{G}(s)$. Jsou-li spojeny: a) paralelně, b) zpětnovazebně.

Příklad 2.8: Odvoďte tvar stavových matic a přenosové matice pro sériové spojení systémů z obr. 2.1(b) pro případ, že pořadí systémů je opačné než na tomto obrázku. Platí tedy

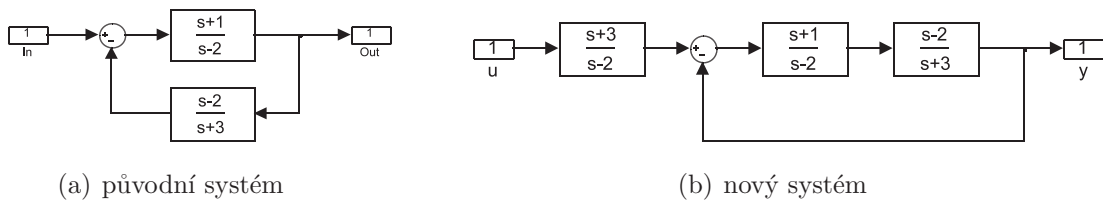
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_1(t), \quad \mathbf{u}_1(t) = \mathbf{y}_2(t), \quad \mathbf{u}_2(t) = \mathbf{u}(t).$$

Příklad 2.9: Pro systém zadaný blokovým schématem na obr. 2.8 nalezněte k , pro která má systém skrytý mód. Analyzujte vlastnosti systému.



Obrázek 2.8: Blokové schéma systému

Příklad 2.10: Systém na obr. 2.9(a) byl nahrazen systémem na obr. 2.9(b). Zjistěte, zda se přenosy obou systémů liší a zda se liší jejich vlastnosti.



Obrázek 2.9: Simulinková schémata dvou systémů

Příklad 2.11: Vraťte se k příkladu (2.3). Jak se změní říditelnost a pozorovatelnost složeného systému, pokud obrátíme pořadí bloků S_1 a S_2 ?

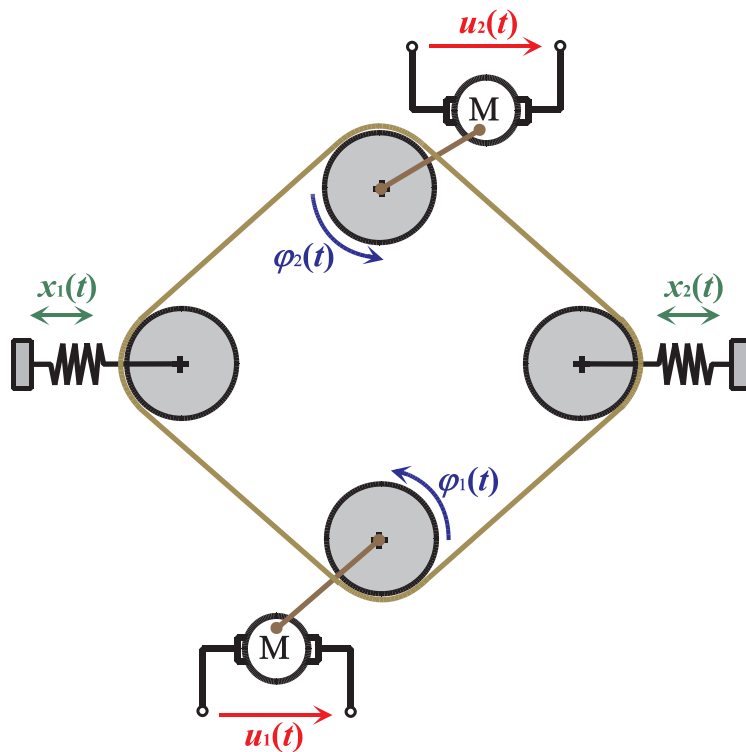
Řešení úloh z kapitoly 2 Bloková algebra

2.6: $G = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_1 G_2 G_5 + G_3 G_4 G_6 - G_2 G_3 G_7}$; 2.7: postup je obdobný jako v příkladě 2.1, výsledné přenosové matice jsou (2.6) a (2.11); 2.8: pro stavový vektor (2.3) jsou stavové matice systému $A = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 C_2 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} B_1 D_2 \\ B_2 \end{bmatrix}$, $C = [C_1 \ D_1 C_2]$, $D = [D_1 D_2]$, přenosová matice je $G(s) = G_1(s) G_2(s)$; 2.9: systém je říditelný pro $k \neq 1$. systém je pozorovatelný pro $k \neq 3$; 2.10: přenosy jsou stejné, systém na obr. 2.9(a) je říditelný a pozorovatelný, systém na obr. 2.9(b) je říditelný ale není pozorovatelný; 2.11: systém má stejný skrytý mód odpovídající pólu $p = -1$, který ale tentokrát nebude pozorovatelný, bude říditelný;

Kapitola 3

Virtuální model Spojené pohony DCE

V této kapitole popisuji, jak jsem sestavil fyzikální model spojených pohonů v Simulinku a připravil k tomuto modelu virtuální realitu. Rovněž jsem navrhl a vyzkoušel řízení modelu.



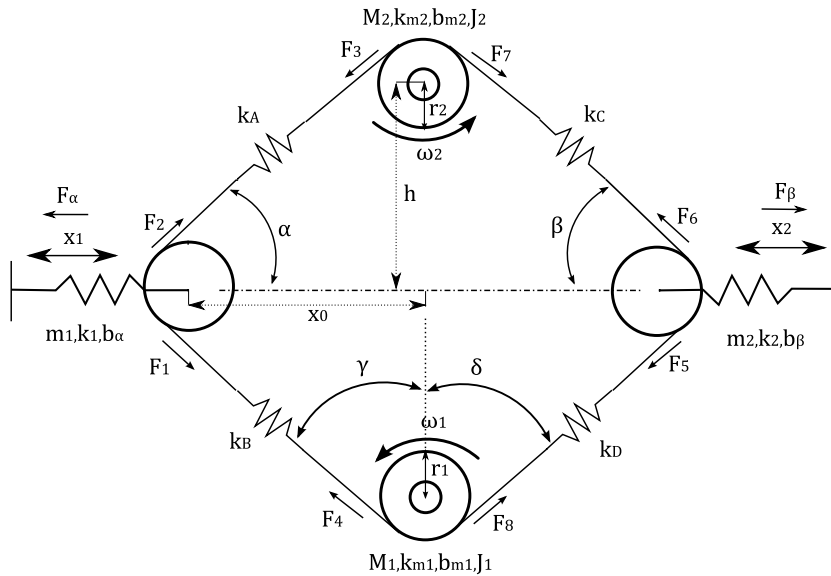
Obrázek 3.1: Laboratorní model Spojené pohony DCE

Laboratorní model spojených pohonů slouží v laboratoři teorie automatického řízení K26 (ROUBAL, J., 2009) k výuce modelování a řízení dynamických systémů. Model simuluje použití dopravního pásu řízeného dvěma pohony. Takový pás se běžně využívá v průmyslu. K tomuto laboratornímu modelu vytvořím virtuální model, díky kterému se budou moci studenti připravit na práci v laboratoři.

Model se skládá ze dvou stejnosměrných motorů, které pohánějí pružný dopravní pás vedený přes dvě další kladky. Vstupy systému jsou napětí $u_1(t)$ a $u_2(t)$ na motorech, výstupy systému jsou úhly natočení motorů $\varphi_1(t)$ a $\varphi_2(t)$ a polohy kladek $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (viz obr. 3.1)

3.1 Teoretický popis modelu

Abych mohl vytvořit virtuální model, našel jsem nejprve fyzikální popis spojených pohonů. Model jsem si rozkreslil do diagramu, kde jsem znázornil potřebné fyzikální veličiny. Abych vyjádřil pružnost pásu, zařadil jsem do něj pružiny k_A , k_B , k_C a k_D . V tabulce 3.1.1 jsem popsal použité veličiny.



Obrázek 3.2: Diagram modelu spojených pohonů

Fyzikální popis jsem začal popisem motorů M1 a M2. Motory přenášejí vstupní napětí $u_1(t)$ a $u_2(t)$ na otáčky $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$. Na základě experimentů na reálném modelu jsem

zjistil, že každý z motorů lze popsat přenosem 1. řádu.

$$G_1(s) = \frac{\Omega_1(s)}{U_1(s)} = \frac{k_{m1}}{J_1 s + b_{m1}}, \quad G_2(s) = \frac{\Omega_2(s)}{U_2(s)} = \frac{k_{m2}}{J_2 s + b_{m2}}. \quad (3.1)$$

Těmto přenosům odpovídají diferenciální rovnice

$$J_1 \dot{\omega}_1(t) + b_{m1} \omega_1(t) = k_{m1} u_1(t), \quad J_2 \dot{\omega}_2(t) + b_{m2} \omega_2(t) = k_{m2} u_2(t). \quad (3.2)$$

Pro úhly natočení motorů $\varphi_1(t)$ a $\varphi_2(t)$ platí

$$\dot{\varphi}_1(t) = \omega_1(t), \quad \dot{\varphi}_2(t) = \omega_2(t). \quad (3.3)$$

Kladky motoru přenáší otáčky $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ na momenty sil $M_1(t)$ a $M_2(t)$. Protože jsou motory spojené řemenem, musím rovnice (3.2) upravit. K momentu sil vyvolaném jedním řemenem se přičítá moment sil vyvolaný druhým motorem, zmenšený o prokluzu $P_1(\omega_1, \omega_2)$ a $P_2(\omega_1, \omega_2)$. Členy $(b_{m2}\omega_2(t) + k_{m2}u_2(t))$ a $(b_{m1}\omega_1(t) + k_{m1}u_1(t))$ v rovnicích (3.4) představují moment vyvolaný druhým motorem. Prokluz jsem zjistil experimentálně viz obr. 3.5.

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1(t) &= -b_{m1}\omega_1(t) + k_{m1}u_1(t) + (-b_{m2}\omega_2(t) + k_{m2}u_2(t)) - P_1(\omega_1, \omega_2), \\ J_2 \dot{\omega}_2(t) &= -b_{m2}\omega_2(t) + k_{m2}u_2(t) + (-b_{m1}\omega_1(t) + k_{m1}u_1(t)) - P_2(\omega_1, \omega_2). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Momenty $M_1(t)$ a $M_2(t)$ se rozloží na pásu dle vztahů

$$M_1(t) = F_8(t)r_1 - F_4(t)r_1, \quad M_2(t) = F_3(t)r_2 - F_7(t)r_2. \quad (3.5)$$

Dále jsem zavedl prodloužení $x_A(t)$, $x_B(t)$, $x_C(t)$ a $x_D(t)$, což jsou prodloužení pásu příslušná k imaginárním pružinám. Platí

$$\begin{aligned} F_2(t) &= k_A x_A(t) = F_3(t), \quad F_1(t) = k_B x_B(t) = F_4(t), \\ F_6(t) &= k_C x_C(t) = F_7(t), \quad F_5(t) = k_D x_D(t) = F_8(t), \end{aligned} \quad (3.6)$$

kde k_A , k_B , k_C a k_D jsou konstanty tuhosti pružin. Pás při rozpínání nepřekoná mez pružnosti a nelze změřit prodloužení $x_1(t)$ a $x_2(t)$ ze kterých by bylo možné tuhosti vyjádřit.

Diferenciální rovnice pro jednotlivá prodloužení závisí na rozdílu otáček $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ a na prokluzu.

$$\begin{aligned} \dot{x}_A(t) &= (\omega_1(t)r_1 - \omega_2(t)r_2) - k_{p1}P_1(\omega_1, \omega_2) \\ \dot{x}_B(t) &= (\omega_1(t)r_1 - \omega_2(t)r_2) - k_{p1}P_1(\omega_1, \omega_2) \\ \dot{x}_C(t) &= (\omega_2(t)r_2 - \omega_1(t)r_1) - k_{p2}P_2(\omega_1, \omega_2) \\ \dot{x}_D(t) &= (\omega_2(t)r_2 - \omega_1(t)r_1) - k_{p2}P_2(\omega_1, \omega_2) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Na levou kladku působí síla $F_\alpha(t)$, na pravou kladku síla $F_\beta(t)$. Pro tyto síly platí

$$F_\alpha(t) = (F_1(t) + F_2(t)) \cos \alpha, \quad F_\beta(t) = (F_5(t) + F_6(t)) \cos \beta. \quad (3.8)$$

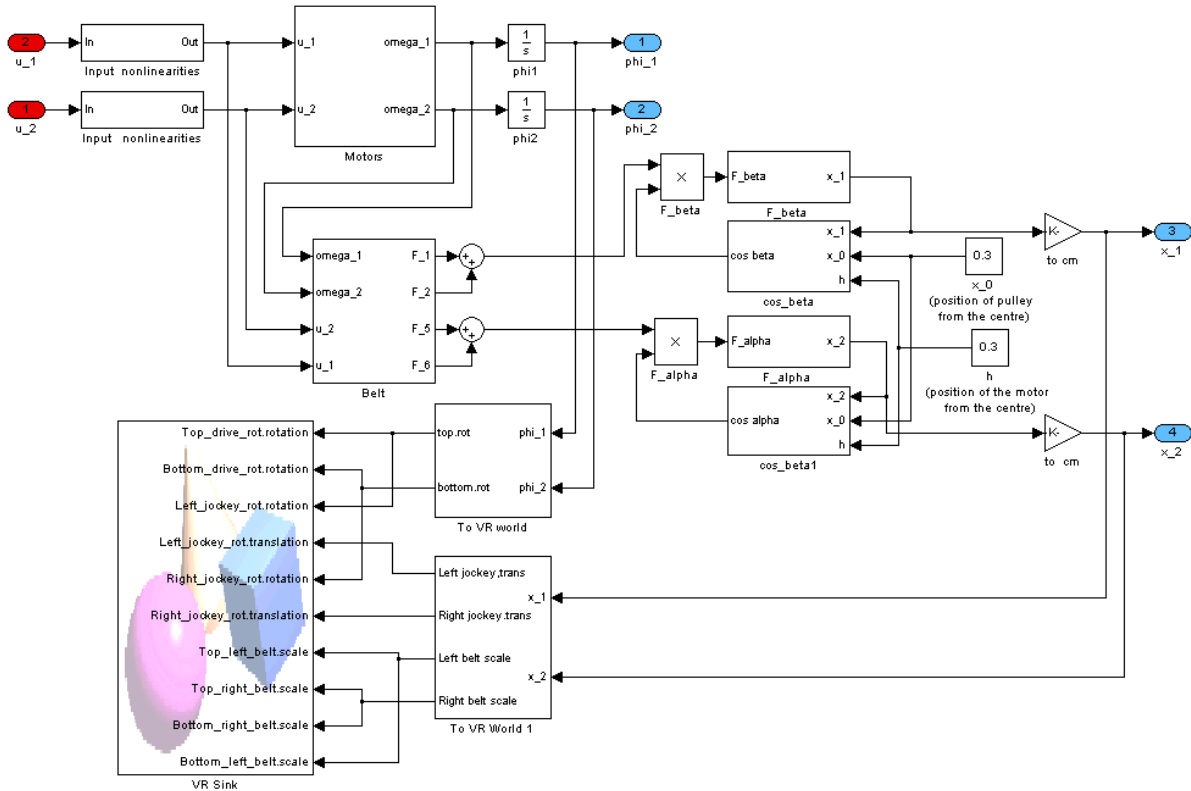
Současně pro síly $F_\alpha(t)$ a $F_\beta(t)$ platí

$$F_\alpha(t) = k_1 x_1(t) + b_\alpha \dot{x}_1(t) + m_1 \ddot{x}_1(t), \quad F_\beta(t) = k_2 x_2(t) + b_\beta \dot{x}_2(t) + m_2 \ddot{x}_2(t). \quad (3.9)$$

Z předchozích rovnic již mohu vyjádřit diferenciální rovnice prodloužení $x_1(t)$ a $x_2(t)$

$$\ddot{x}_1(t) = \frac{1}{m_1} [-b_\alpha \dot{x}_1 - k_1 x_1 + (F_1 + F_2) \cos \alpha] \quad (3.10)$$

$$\ddot{x}_2(t) = \frac{1}{m_2} [-b_\beta \dot{x}_2 - k_2 x_2 + (F_5 + F_6) \cos \beta]$$



Obrázek 3.3: Simulinkové schéma modelu spojených pohonů

3.1.1 Tabulka použitých veličin

Tabulka 3.1: Tabulka použitých veličin

M_1	[N m]	Točivý moment motoru M1
M_2	[N m]	Točivý moment motoru M2
b_{m1}	[kg m ² s ⁻¹]	brzdění motoru M1
b_{m2}	[kg m ² s ⁻¹]	brzdění motoru M2
J_1	[kg m ²]	moment setrvačnosti motoru M1
J_2	[kg m ²]	moment setrvačnosti motoru M2
k_{m1}	[N m V ⁻¹]	konstanta motoru M1
k_{m2}	[N m V ⁻¹]	konstanta motoru M2
U_1	[V]	napětí na motoru M1
U_2	[V]	napětí na motoru M2
ω_1	[s ⁻¹]	otáčky motoru M1
ω_2	[s ⁻¹]	otáčky motoru M2
r_1	[m]	poloměr kladky poháněné motorem M1
r_2	[m]	poloměr kladky poháněné motorem M2
h	[m]	vzdálenost mezi osou souměrnosti a poháněné kladky
x_0	[m]	výchylka kladek v pracovním bodě
m_1	[kg]	hmotnost působící na pružinu k1
m_2	[kg]	hmotnost působící na pružinu k2
b_α	[kg s ⁻¹]	brzdění levé kladky
b_β	[kg s ⁻¹]	brzdění pravé kladky
α	[°]	úhel mezi osou souměrnosti a spojnicí levé kladky a motoru
β	[°]	úhel mezi osou souměrnosti a spojnicí pravé kladky a motoru
k_1	[N m ⁻¹]	tuhost pružiny k1
k_2	[N m ⁻¹]	tuhost pružiny k2
P_1, P_2	[N m]	prokluz pásu
k_A, k_B, k_C, k_D	[N m ⁻¹]	tuhost pružin znázorňujících elasticitu pásu
$F_1, F_2, F_3, F_4,$ F_5, F_6, F_7, F_8	[N]	síly působící po posuvném pásu

3.2 Virtuální model

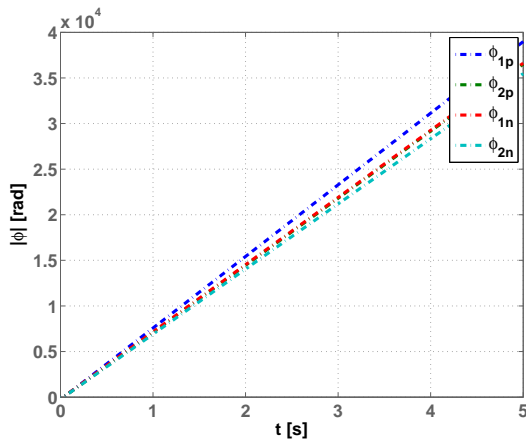
Podle mého fyzikálního popisu laboratorního modelu jsem sestavil model v Simulinku. Schéma je na obr. 3.3. Popíši, jak jsem model sestavoval.

První subsystém, **Input nonlinearities**, upravuje hodnoty vstupního napětí. U modelu v laboratoři, ovládaném přes Matlab, můžeme nastavit vstup -1 až $+1$ v jednotkách, které Matlab používá. U modelu který jsem vytvořil je vstup $-10V$ až $+10V$. Také jsem změřil a nastavil vstupní necitlivost systému.

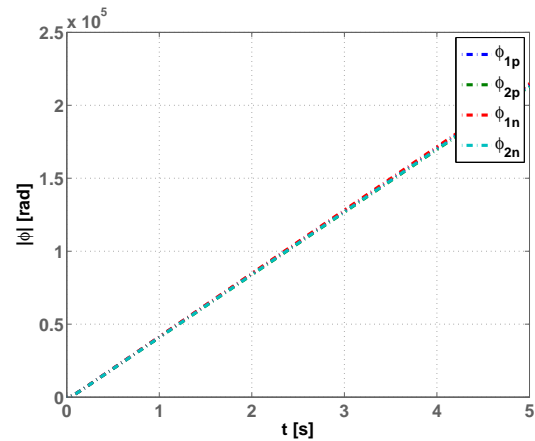
Další blokem je subsystém **Motors**. V tomto subsystému se vstupní napětí $u_1(t)$ a $u_2(t)$ přenáší dle rovnic (3.4) na otáčky $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$. Abych tento blok mohl sestavit, musel jsem z reálného modelu identifikovat konstanty $J_1, J_2, k_{m1}, k_{m2}, b_{m1}$ a b_{m2} a identifikovat prokluz $P_1(\omega_1, \omega_2)$ a $P_2(\omega_1, \omega_2)$.

Experimenty s modelem jsem zjistil, že motory použité v modelu spojených pohonů se od sebe výrazně neliší. Zároveň není podstatný rozdíl, mezi chody motorů při kladném, či záporném napětí.

Na obr. 3.4 jsem zaznamenal aboslutní hodnotu úhlů natočení motorů pro různá napětí. Index p označuje kladné napětí, index n označuje záporné napětí.



(a) $u_{1p} = 0.2, u_{2p} = 0.2, u_{1n} = -0.2, u_{2n} = -0.2$

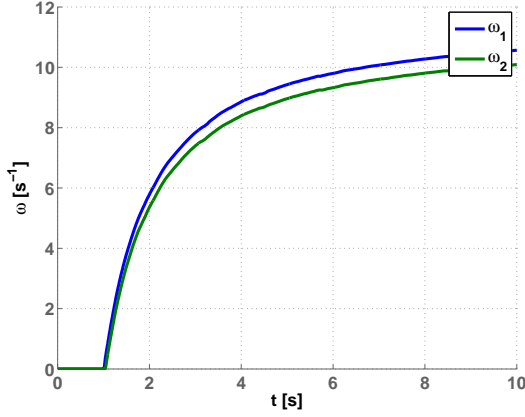
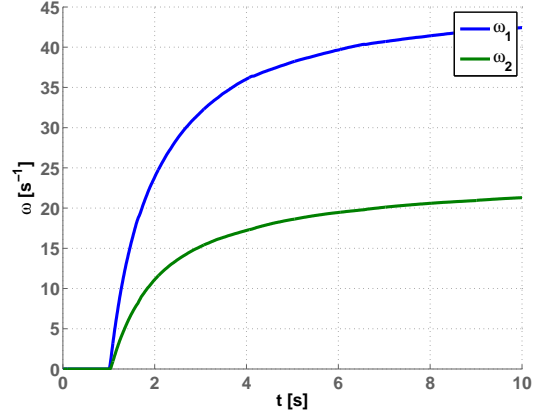


(b) $u_{1p} = 0.9, u_{2p} = 0.9, u_{1n} = -0.9, u_{2n} = -0.9$

Obrázek 3.4: Porovnání úhlů natočení $\varphi_1(t)$ a $\varphi_2(t)$ obou motorů

Momenty setrvačnosti J_1 a J_2 jsem určil jako momenty setrvačnosti plného válce o hmotnosti $0,2\text{kg}$ a poloměru $0,06\text{m}$. Konstanty k_{m1}, k_{m2}, b_{m1} a b_{m2} jsem identifikoval pomocí přechodových charakteristik, které jsem naměřil na reálném modelu.

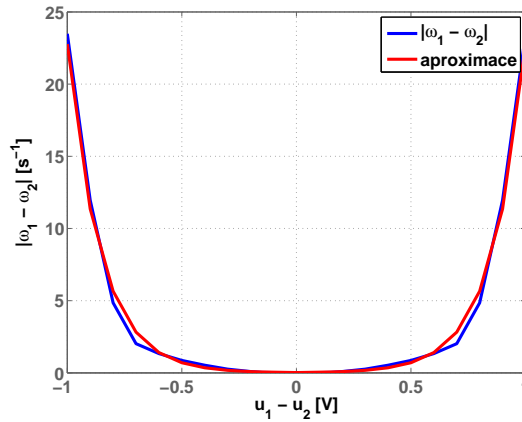
Prokluz řemene jsem identifikoval tak, že na prvním motoru jsem nastavoval po skocích vstup 0 až $1MU$ a na druhém motoru jsem nechal nulové napětí. Prokluz řemene způsobil rozdíl mezi otáčkami prvního a druhého motoru.

(a) $u_1 = 0.4, u_2 = 0$ (b) $u_1 = 1, u_2 = 0$ Obrázek 3.5: Rozdíl otáček $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ způsobený prokluzem

Zaznamenal jsem rozdíly mezi otáčkami $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ pro jednotlivé rozdíly napětí $u_1(t)$ a $u_2(t)$ a zjistil jsem, že prokluz řemene při tomto experimentu se dá aproximovat vztahem

$$|\omega_1(t) - \omega_2(t)| = 0.02157e^{6.96025(|u_1(t) - u_2(t)|)}. \quad (3.11)$$

Závislost prokluzu na rozdílu napětí se dá s dostatečnou přesností aproximovat exponenciálou. Na obrázku obr. 3.6 je prokluz otáček pro $u_1 = 0$.



Obrázek 3.6: Skutečný prokluz řemene a aproximace

Protože v modelu uvažuji motory za podobné, je stejný rozdíl mezi otáčkami pokud je napětí na druhém motoru vyšší, než napětí na prvním motoru. Schéma jsem dále upravil, aby prokluz při nulových napětí na obou motorech nezpůsobil otáčení kladek.

Dalším blokem v modelu je subsystém **Bel_t**, otáčky $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ se přenáší dle rovnic (3.7) na síly $F_1(t)$, $F_2(t)$, $F_5(t)$ a $F_7(t)$.

Do vzorce (3.8) potřebuji vyjádřit $\cos \alpha$ a $\cos \beta$.

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{h}{x_0 + x_1} \right) \right], \\ \cos \beta &= \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{h}{x_0 + x_2} \right) \right].\end{aligned}\tag{3.12}$$

V subsystémech **F_alpha1** a **F_beta1** jsem dle rovnice (3.9) vyjádřil výstupy systému $x_1(t)$ a $x_2(t)$ a našel konstanty k_1, b_1 a k_2, b_2 tak, aby se virtuální model podobal reálnému.

Pomocí subsystémů **To VR world** a **To VR world1** jsem upravil výstupy virtuálního modelu, aby odpovídaly virtuálnímu světu. Výstupy $x_1(t)$ a $x_2(t)$ jsem vynásobil konstantou 100, aby pohyb ve virtuálním světě odpovídal realitě.

3.3 Virtuální svět

Mým úkolem bylo vytvořit virtuální realitu pro výše fyzikálně popsany laboratorní model. Při úpravě virtuálního modelu helikoptéry jsem používal pouze editor V-Realm Builder, který je součástí Matlabu. Pro tvorbu celého modelu bylo výhodnější psát kód v textovém editoru. Psaní kódu v textovém editoru bylo pohodlnější a přehlednější, než práce s VRML editorem. Popis těles ve VRML je například v (SERBUSOVÁ, M., 2005; ČERNOHORSKÝ, D. et al., 1997).

Pro model jsem použil univerzální uzel **Background**, který je stejný u všech virtuálních modelů z laboratoře K26. Dále jsem vytvořil tři uzly **Viewpoint**, pro pohled zepředu, z dálky a ze strany. Uzel **CoupledEngines** je box s texturou laboratorního modelu, ze které jsem vymazal kladky, rotory a pás, které jsem modeloval pomocí samostatných uzlů.

Pro kladky a rotory jsem použil vždy stejný postup. Jako příklad uvedu vytvoření virtuální reality pro horní rotor. Nejprve jsem vytvořil uzel **Top_drive**, který definuje střed a rovinu otáčení rotoru. Protože ve VRML jsou implicitně podstavy válců vodorovné, rovinu jsem otočil vektorem **rotation** $[1 \ 0 \ 0 \ 1.5708]$, tedy ve směru kolmém na osu

x o 90° . Children uzlem tohoto uzlu je uzel `Top_drive_rot`, který popisuje samotnou geometrii válce a jeho texturu. Vektor `Top_drive_rot.rotation` otáčí rotorem. Popis rotací je například v (PERRETT, G., 2000-2009).

Uvedl jsem zde část kódu, která popisuje uzel `Top_drive`.

```
DEF Top_drive Transform{
rotation      1 0 0  1.5708
translation   0.2 15 11
children DEF Top_drive_rot Transform {
  scale       1 1 1
  children Shape {
    appearance Appearance {
      material Material {
        transparency 0
      }
      texture ImageTexture {
        url "texture/rotor.jpg"
      }
    }
  }
  geometry Cylinder {
    height 2
    radius 1.4
  }
}
}
```



Obrázek 3.7: Virtuální realita Spojených pohonů DCE

Ve virtuální realitě jsem pás neudělal pohyblivý. Vytvořit pás, který by obíhal kolem jednotlivých kladek a rotorů by bylo příliš složité a pro studijní účely je to nepotřebné. Pás jsem rozdělil na čtyři části, které vždy spojují kladku s motorem. Aby se virtuální model podobal realitě, sledují části pásu pohyb kladek.

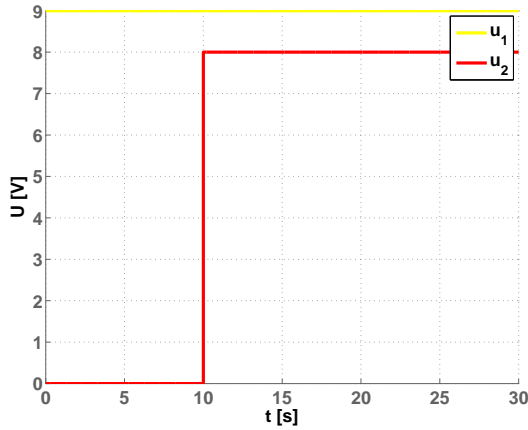
Jako příklad uvedu uzel `Top_left_belt`, který představuje horní levou čtvrtinu pásu. Rozměry, natočení a materiál pásu popisuje jeho children uzel `Top_left_belt.rot`. Použil jsem standartní materiál `Yellow plastic`. Vektorem `Top_left_belt.scale` se sleduje pohyb kladky.

```
DEF Top_left_belt Transform{
translation      1 17 11
scale 1 1 1
children DEF Top_left_belt_rot Transform {
    scale      1 1 1
    translation -8.5 -6.5 0
    rotation 0 0 1 -2.45
    children Shape {
        appearance      Appearance {
            material      Material {
                ambientIntensity      0.1
                diffuseColor      0.8 0.789856 0.00200167
                emissiveColor      0 0 0
                shininess      0.2
                specularColor      1 1 1
                transparency      0
            }
        }
        geometry      Box {
            size 18 0.7 0.7
        }
    }
}
```

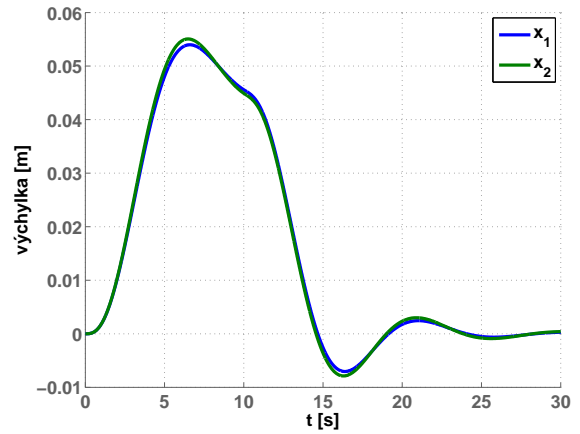
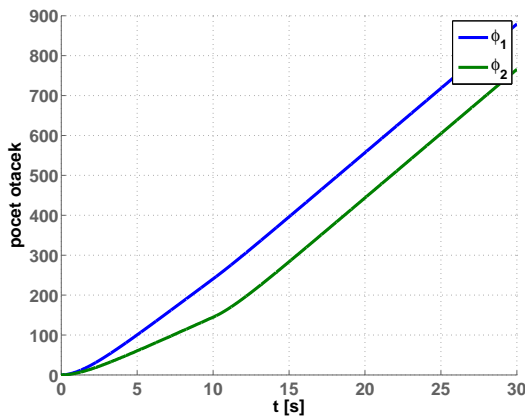
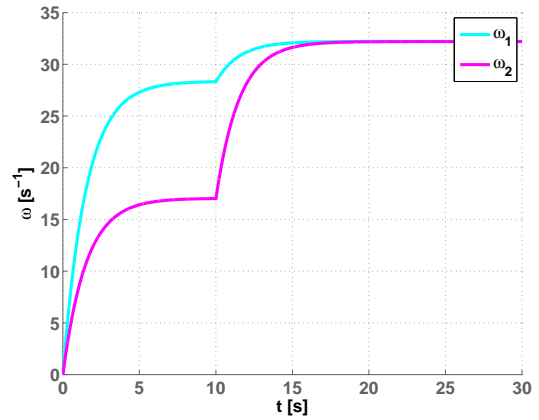
3.4 Experimenty s virtuálním modelem

U virtuálního modelu jsem záměrně změnil tuhosti pružin k_1 , k_2 a tlumení b_1 , b_2 tak, aby odpovídaly přibližně polovině hodnot reálného modelu. Udělal jsem to proto, že u reálného modelu nedochází k výrazným posunům kladek. Pokud by si student chtěl tedy například navrhnout řízení virtuálního modelu, bude mít jeho regulátor znatelnější účinek, než u reálného modelu.

Na několika simulacích jsem pak vyzkoušel chování virtuálního modelu a porovnal jej s chováním reálného modelu. U simulací jsem zaznamenal i otáčky $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$, abych mohl chování virtuálního modelu lépe popsat. U modelu dostupného studentům budou výstupy modelu pouze $x_1(t)$, $x_2(t)$ a $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$.



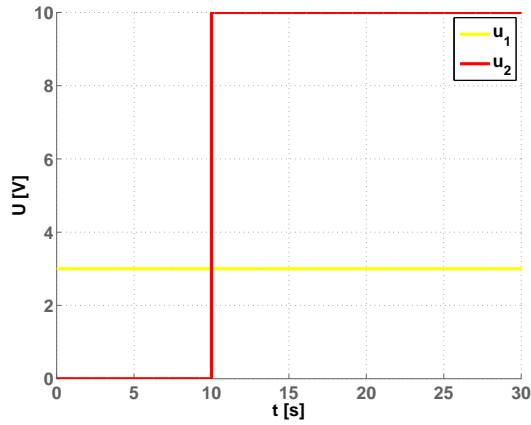
(a) Průběh napětí na vstupech modelu

(b) Výchyšky $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (c) Úhly natočení $\varphi_1(t)$ a $\varphi_2(t)$ 

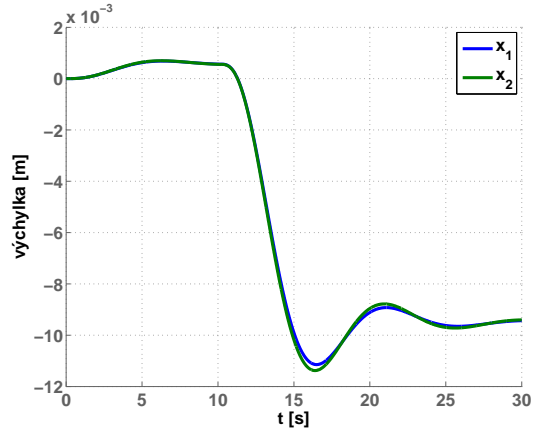
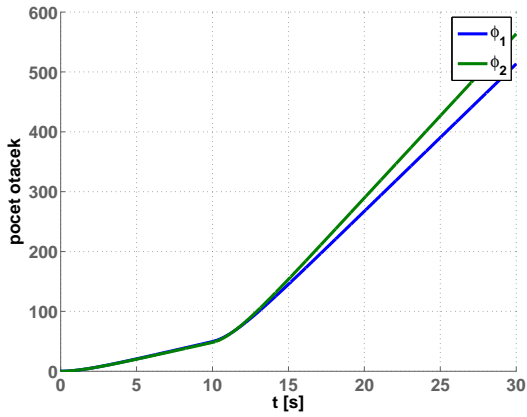
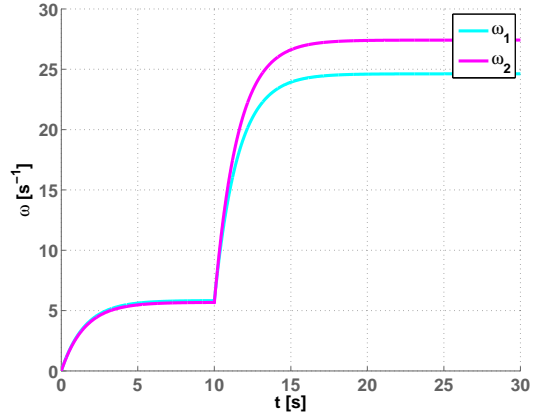
(d) Otáčky motorů

Obrázek 3.8: 1. simulace

Vidíme, že na začátku simulace (obr. 3.8) se kladka posune směrem doprava, protože motor M1 má výrazně větší vstupní napětí, než druhý motor. Dochází k prokluzu pásu a otáčky obou motorů jsou různé. Po skoku napětí $u_2(t)$ se vstupní napětí obou motorů liší jen o 1V, kladky se vrátí do své původní polohy. Otáčky motoru 1, se zvýší, díky zvýšení točivého momentu druhého motoru. Nedochází téměř k žádnému prokluzování pásu, oba motory se otáčejí stejnou rychlostí. Chování odpovídá chování skutečného modelu.



(a) Průběh napětí na vstupech modelu

(b) Výchyvky $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (c) Úhly natočení $\varphi_1(t)$ a $\varphi_2(t)$ 

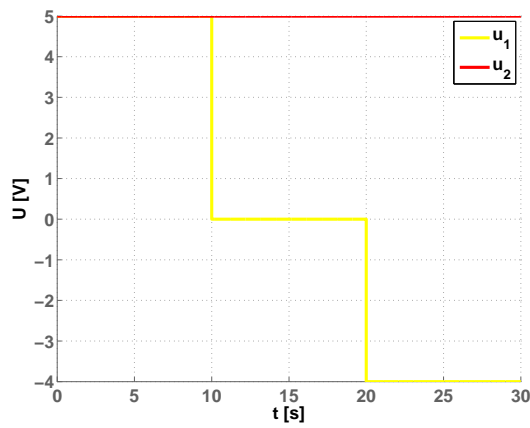
(d) Otáčky motorů

Obrázek 3.9: 2. simulace

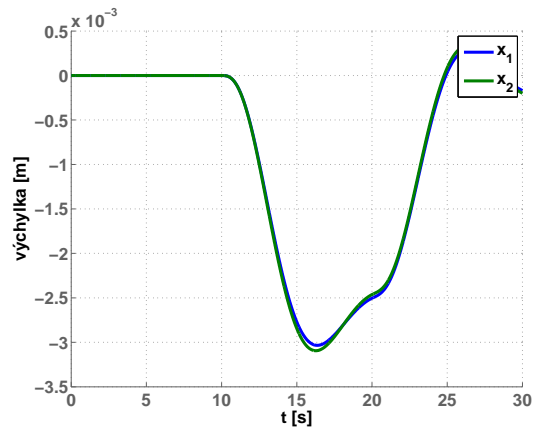
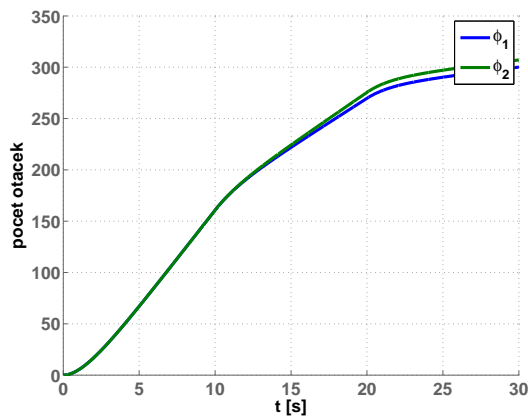
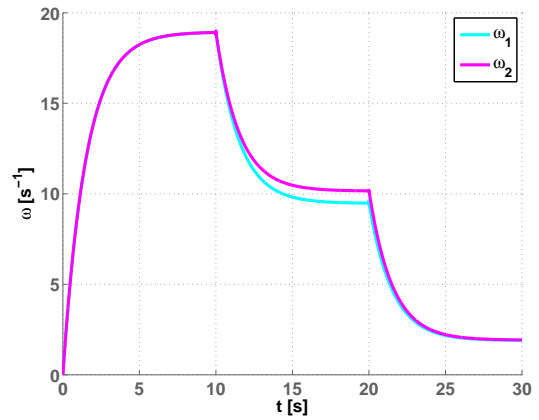
Provedl jsem další simulaci (obr. 3.9), při které se kladky nejprve mírně posunou doprava, protože vstupní napětí na motoru 1 je vyšší, než na druhém motoru. Po skoku napětí $u_2(t)$ se kladky vychýlí na druhou stranu. Pás začne prokluzovat, protože mezi napětími na motorech je velký rozdíl. I při této simulaci odpovídá chování modelu skutečnosti.

U třetí simulace (obr. 3.10) je nejprve napětí na motorech stejné. Po prvním skoku napětí $u_1(t)$ se kladky vychýlí doleva, protože druhý motor má vyšší vstupní napětí. Po druhém skoku napětí $u_1(t)$, je jeho absolutní hodnota vyšší, než napětí $u_2(t)$ a motory se začnou točit na druhou stranu.

U všech simulací, které jsem provedl se virtuální model choval podobně jako skutečný model a lze jej tedy použít pro potřeby výuky.

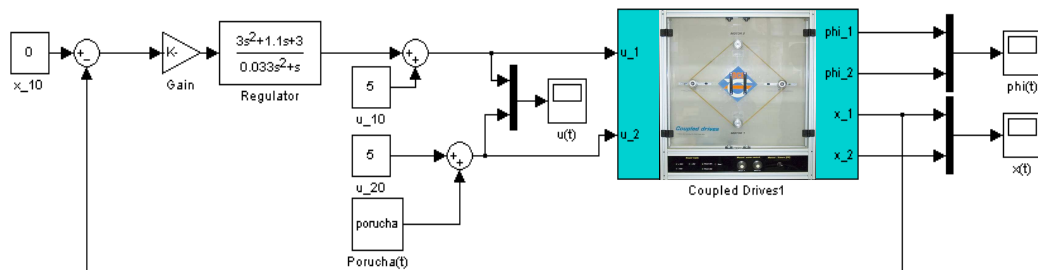


(a) Průběh napětí na vstupech modelů

(b) Výchylky $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (c) Úhly natočení $\varphi_1(t)$ a $\varphi_2(t)$ 

(d) Otáčky motorů u obou modelů

Obrázek 3.10: 3. simulace



Obrázek 3.11: Simulinkové schéma modelu spojených pohonů s řízením

3.5 Řízení virtuálního modelu Spojené pohony

U virtuálního modelu spojených pohonů budu řídit napětí $u_1(t)$ tak, aby výchylka $x_1(t)$ byla nulová. Tedy aby se kladka k1 nehýbala, pokud se změní napětí na motoru M1. Abych mohl řízení navrhnout, našel jsem přenos $G(s) = \frac{x_1(s)}{u_1(s)}$ a pro pracovní bod $x_0 = [u_1(t) \ u_2(t)] = [5 \ 5] \Rightarrow [\omega_1(t) \ \omega_2(t)] = [18\text{ot/s} \ 18\text{ot/s}]$, $[x_{10} \ x_{20}] = [0 \ 0]$

$$G(s) = \frac{x_1(s)}{u_1(s)} = \left(\frac{r_1 - r_2}{s} \right) \left[\frac{r_1(k_{m1} + 5k_{m2})}{sJ_1 + b_{m1}} - \frac{r_2(k_{m1} + 5k_{m2})}{sJ_2 + b_{m2}} \right] \left(\frac{\sqrt{2}}{2(s^2 m_1 + s b_1 + k_1)} \right) \quad (3.13)$$

Pro návrh řízení jsem využil prostředí **Control and Estimation Tool Manager** v Matlabu, kde jsem navrhl PIDf regulátor s přenosem

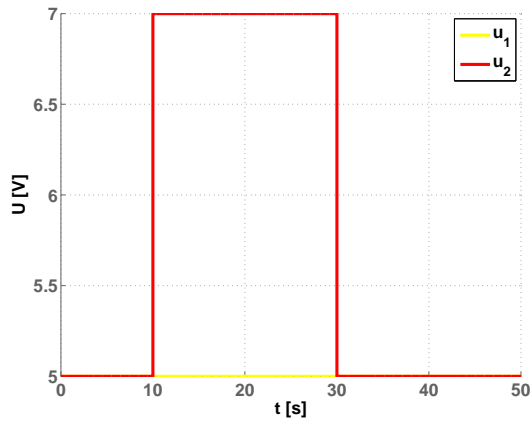
$$C(s) = 274.4 \frac{2.3s^2 + 3.25s + 6.1}{s(0.033s + 1)}. \quad (3.14)$$

Regulátor jsem zapojil podle obr. 3.11. Provedl jsem několik experimentů, ve kterých jsem porovnal virtuální model bez a s regulací. Všechny experimenty jsem prováděl z pracovního bodu. Zaznamenával jsem vstupní napětí do modelu $u_1(t)$ a $u_2(t)$ a výchylky kladek $x_1(t)$ a $x_2(t)$. Naměřené výchylky kladek u obou modelů jsem porovnal mezi sebou. Zaznamenal jsem také otáčky motorů. Ty však nebudou studentům přístupné jako výstup modelu (nebudou měřitelné).

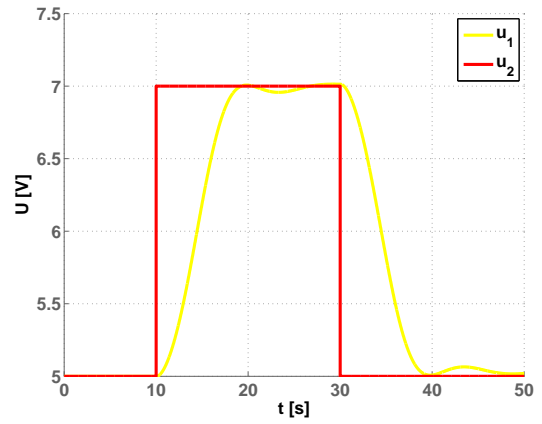
1. experiment

V prvním experimentu jsem simuloval změnu napětí $u_2(t)$ z pracovního bodu. V čase $t = 10\text{s}$ se na napětí $u_2(t)$ objevila porucha ve tvaru 2V vysokého pulsu. Chování modelu bez řízení popisuje obr. 3.12, levý sloupec. Kladky neřízeného modelu se nejprve vychýlí díky zvýšení momentu motoru M2 a ustálí se v této poloze. Po skončení poruchy se kladky opět vrátí do původní polohy.

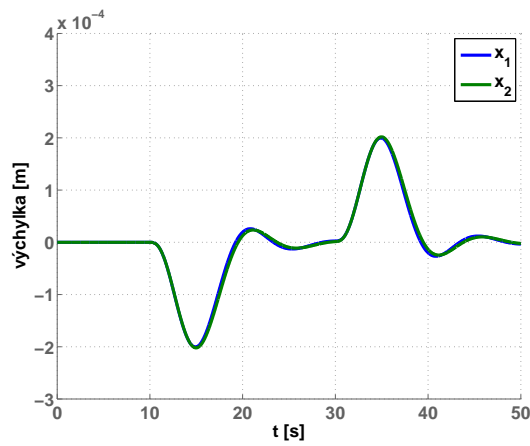
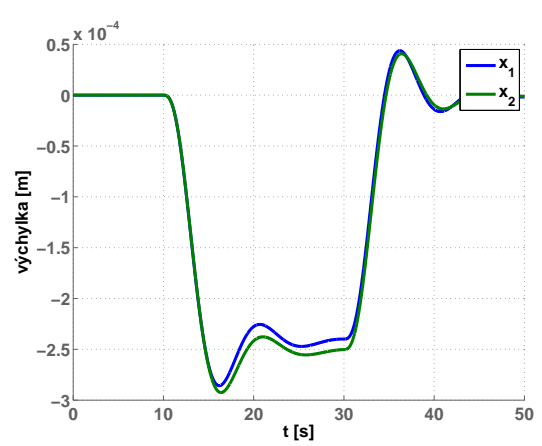
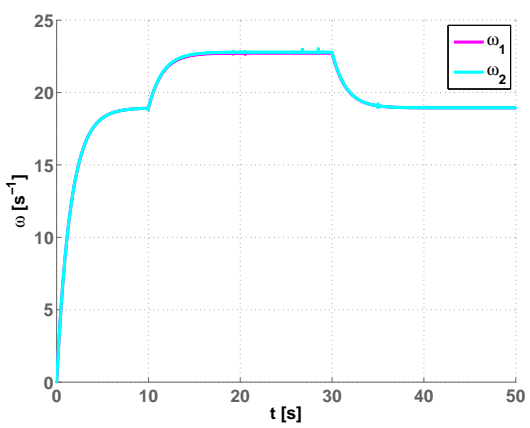
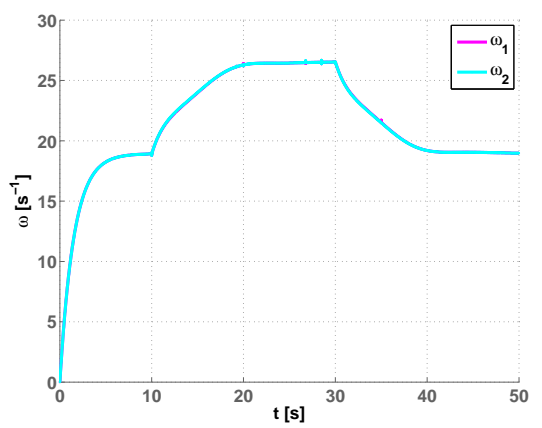
U modelu s řízením (obr. 3.12, pravý sloupec) se kladky začnou vychylovat ve stejném směru jako u neřízeného modelu. Výchylky jsou však menší a regulátor ustálí polohu kladek v původní poloze. Po skončení pulsu se kladky znovu vychýlí a regulátor je znovu vrátí do pracovního bodu. Na obr. 3.13 jsem zaznamenal porovnání výchylek u obou modelů.



(a) Průběh napětí na vstupech modelu



(b) Průběh napětí na vstupech modelu

(c) Výchylky $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (d) Výchylky $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (e) Otáčky motorů $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ (f) Otáčky motorů $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$

Obrázek 3.12: 1. experiment, neřízený model a řízený model

2. experiment

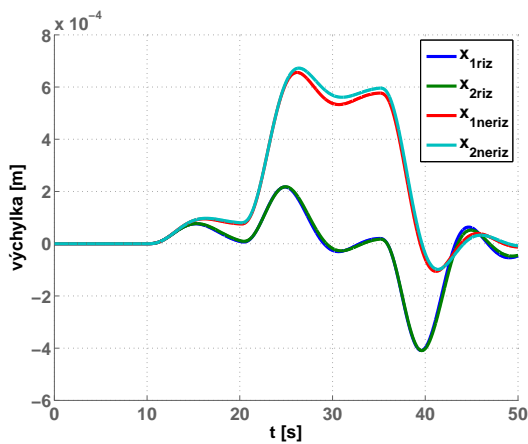
U druhého experimentu se na napětí $u_2(t)$ objevila porucha v podobě dvou skoků o velikostech -1V a -2V . Chování modelu bez řízení jsem zaznamenal na obr. 3.14, levém sloupci. U tohoto modelu se kladky při změně napětí vychýlí a ustálí v nové poloze. Po odeznění poruchy se kladky vrátí do své počáteční polohy.

U modelu s regulátorem se kladky po prvním skoku napětí vrátí zpět do své původní polohy. Po příchodu druhého skoku kladky zakmitají a opět se vrátí zpět. Po odeznění všech skoků dojde k největšímu zákmitu, protože změna napětí $u_2(t)$ je největší. Na obr. 3.13 jsem zaznamenal porovnání výchylek u obou modelů.

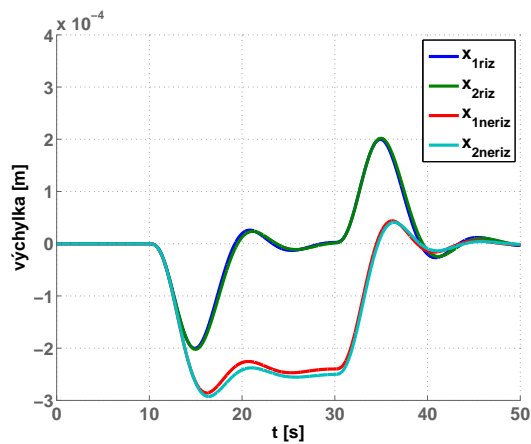
3. experiment

U třetího experimentu je nejlépe vidět rozdíl mezi systémem s a bez regulátoru. Při tomto experimentu dojde ke skokové změně napětí $u_2(t)$. Chování modelu bez řízení je na obr. 3.14, levém sloupci. Kladky se vychýlí a protože se napětí již nezmění, zůstanou ve vychýleném stavu.

Naproti tomu u modelu s regulátorem se kladky vrátí do počáteční polohy a setrvávají v ní. Model s regulátorem je na obr. 3.15, pravém sloupci. Na obr. 3.16 jsem zaznamenal porovnání výchylek u obou modelů.

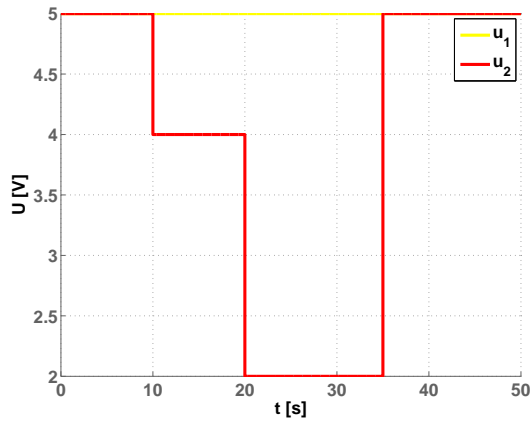


(a) Výchylky $x_1(t)$ a $x_2(t)$

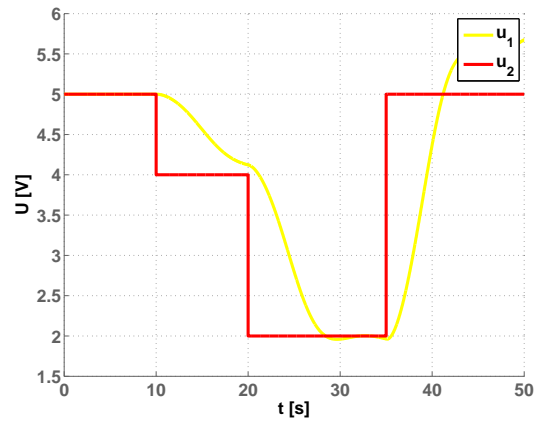


(b) Výchylky $x_1(t)$ a $x_2(t)$

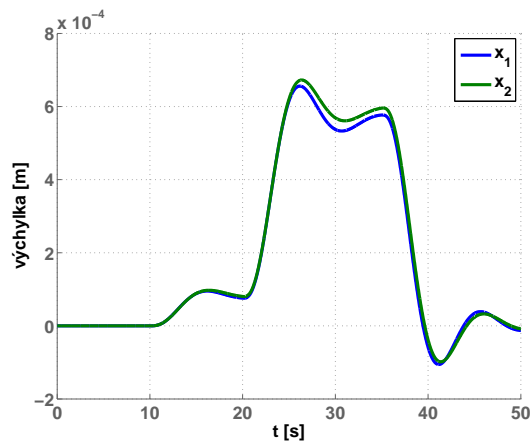
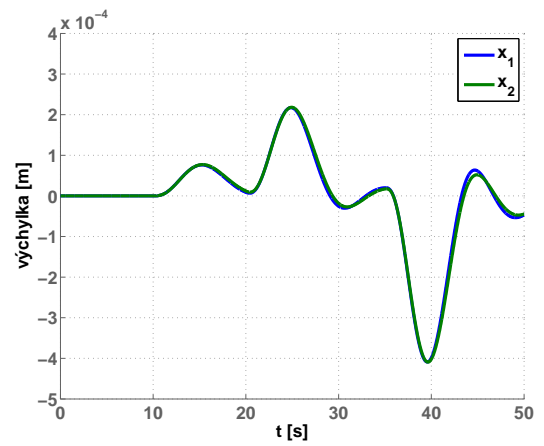
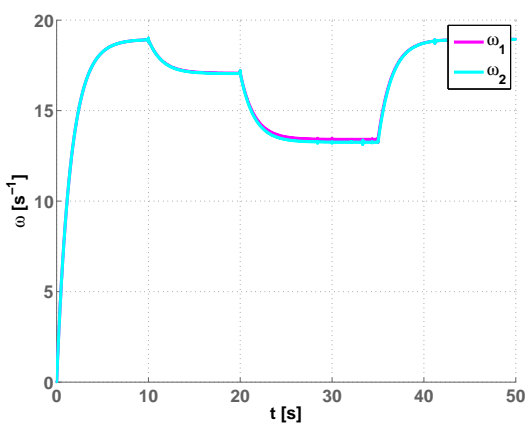
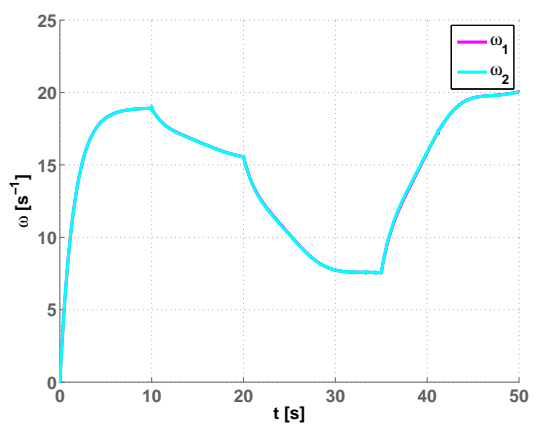
Obrázek 3.13: 1. a 2. experiment, porovnání obou modelů



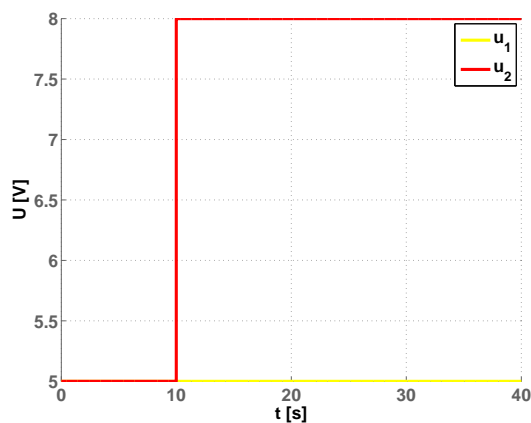
(a) Průběh napětí na vstupech modelu



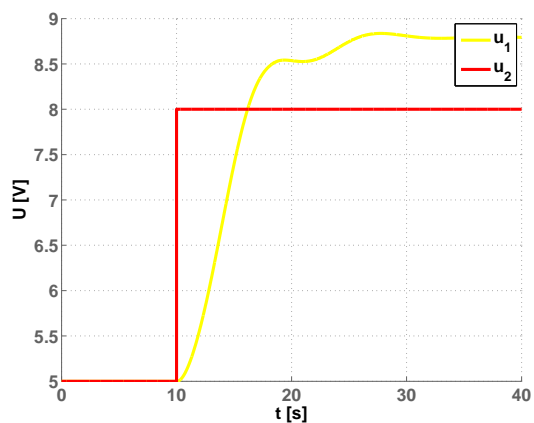
(b) Průběh napětí na vstupech modelu

(c) Výchyvky $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (d) Výchyvky $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (e) Otáčky motorů $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ (f) Otáčky motorů $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$

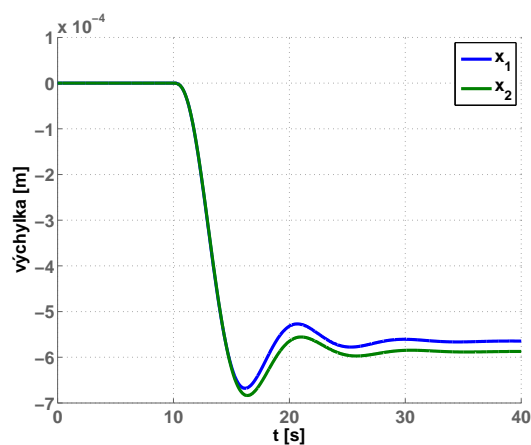
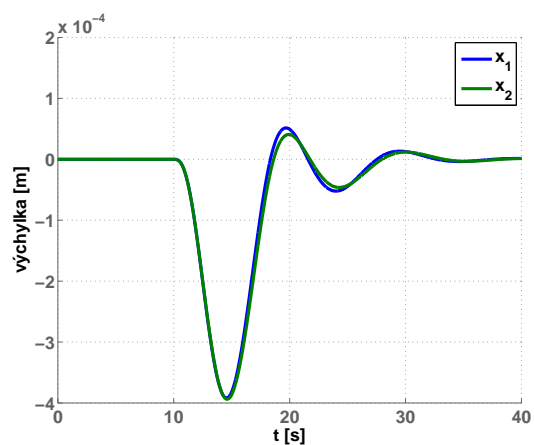
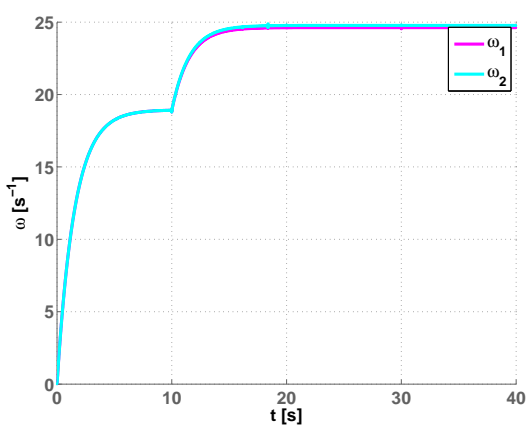
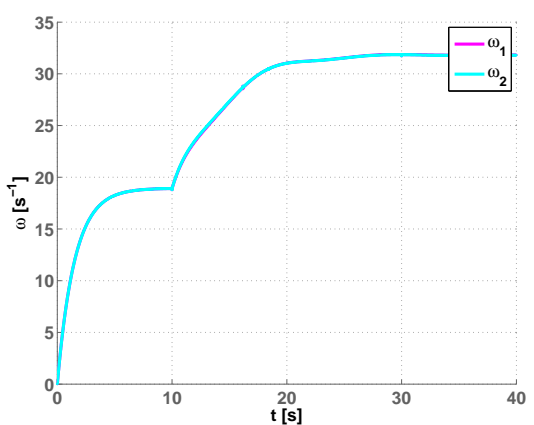
Obrázek 3.14: 2. experiment, neřízený model a řízený model



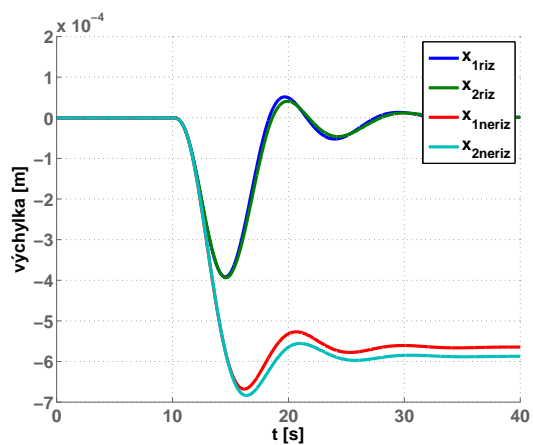
(a) Průběh napětí na vstupech modelu



(b) Průběh napětí na vstupech modelu

(c) Výchyly $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (d) Výchyly $x_1(t)$ a $x_2(t)$ (e) Otáčky motorů $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$ (f) Otáčky motorů $\omega_1(t)$ a $\omega_2(t)$

Obrázek 3.15: 3. experiment, neřízený model a řízený model

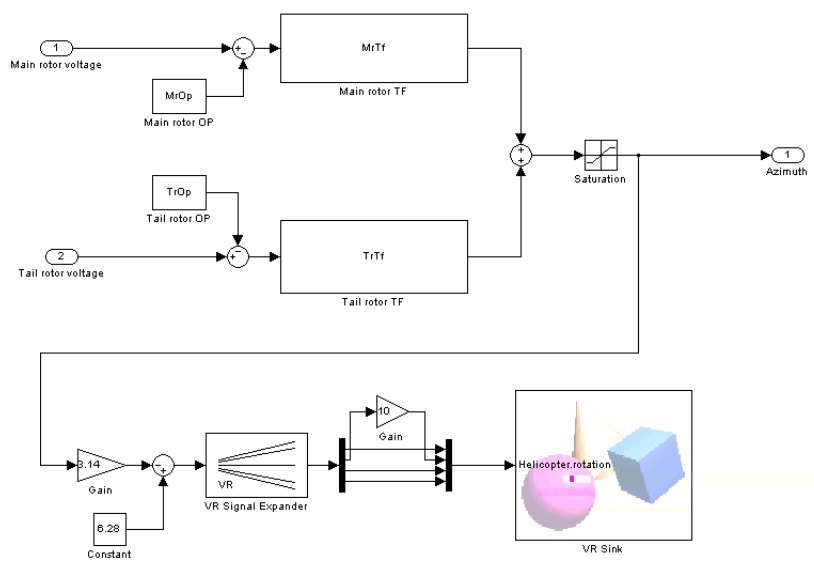
(a) Výchylky $x_1(t)$ a $x_2(t)$

Obrázek 3.16: 3. experiment, porovnání obou modelů

Kapitola 4

Virtuální model helikoptéry

V této kapitole jsem popsal úpravý, které jsem provedl na již existujícím virtuálním modelu. Původní virtuální model k laboratornímu modelu helikoptéry v laboratoři K26 (ROUBAL, J., 2009) byl vytvořen pro názorné porovnání identifikovaného modelu se skutečným. Skládal se z přenosů napětí na otáčky ocasního a hlavního motoru, které student sám zadával a mohl tak porovnat, jak jeho identifikace odpovídá skutečnému modelu.



Obrázek 4.1: Starý model helikoptéry

Pro přizpůsobení laboratoře změnám studijních plánů, jsem upravil model tak, aby si na něm mohli studenti vyzkoušet identifikaci systému doma a mohli se tak připravit na

práci s laboratorním modelem.

Při identifikaci nového virtuálního modelu budou muset studenti postupovat stejně jako u reálného modelu v laboratoři a respektovat stejná omezení. Virtuální model se bude záměrně mírně odlišovat od skutečného, aby studenti neztratili motivaci pracovat se skutečným modelem. Ze stejného důvodu nebudu v této práci uvádět všechny použité konstanty a stavové rovnice, řešení jen nastíním.

4.1 Teoretický popis modelu

Nejprve jsem popsal fyzikálně laboratorní model. Začal jsem se dvěma motory, které přenášejí napětí na otáčky (úhlovou rychlost).

$$G_m(s) = \frac{\Omega_m(s)}{U_m(s)} = \frac{k_m}{T_ms + 1}, \quad G_t(s) = \frac{\Omega_t(s)}{U_t(s)} = \frac{k_t}{T_ts + 1}. \quad (4.1)$$

Přenosům odpovídají diferenciální rovnice

$$J_m\dot{\omega}_m(t) + B_m\omega_m(t) = k_mu_m(t), \quad J_t\dot{\omega}_t(t) + B_t\omega_t(t) = k_tu_t(t). \quad (4.2)$$

Druhou částí modelu jsou hlavní a ocasní vrtule, které přenášejí otáčky na moment síly. Charakteristika vrtulí je přibližně parabolická

$$M_m(t) = k_{m2}\omega_m^2(t) + k_{t1}\omega_m(t), \quad M_t(t) = k_{t2}\omega_t^2(t) + k_{t1}\omega_t(t). \quad (4.3)$$

Tyto momenty jsem rozdělil na horizontální působení

$$M_{mh}(t) = k_{2mh}\omega_m^2(t) + k_{3mh}\omega_m(t), \quad M_{th}(t) = k_{2th}\omega_t^2(t) + k_{3th}\omega_t(t) \quad (4.4)$$

a vertikální působení

$$M_{mv}(t) = k_{2mv}\omega_m^2(t) + k_{3mv}\omega_m(t), \quad M_{tv}(t) = k_{2tv}\omega_t^2(t) + k_{3tv}\omega_t(t). \quad (4.5)$$

Pro celkový moment sil modelu helikoptéry rozložený na vertikální a horizontální složku pak platí

$$M_v(t) = M_{mv}(t) + M_{tv}(t), \quad M_h(t) = M_{mh}(t) + M_{th}(t). \quad (4.6)$$

Momenty vyjádřím pomocí vertikální a horizontální úhlové rychlosti tělesa helikoptéry.

$$M_h(t) = J_h\dot{\omega}_h(t) + B_h\omega_h(t), \quad M_v(t) = J_v\dot{\omega}_v(t) + B_v\omega_v(t). \quad (4.7)$$

Nyní lze napsat stavové rovnice celého systému, které zde však záměrně neuvedu.

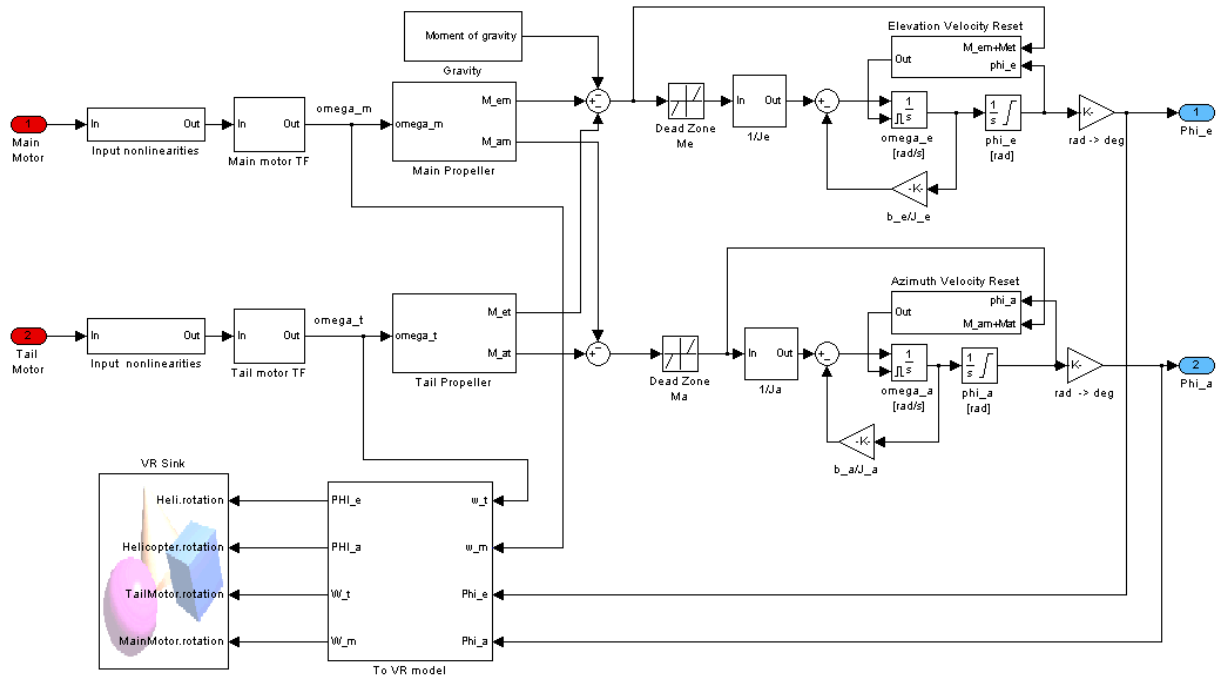
4.1.1 Tabulka použitých veličin

Tabulka 4.1: Tabulka použitých veličin

k_m	$[\text{N m V}^{-1}]$	konstanta hlavního motoru
k_t	$[\text{N m V}^{-1}]$	konstanta ocasního motoru
T_m	$[\text{s}]$	časová konstanta hlavního motoru
T_t	$[\text{s}]$	časová konstanta ocasního motoru
U_m	$[\text{V}]$	napětí na hlavním motoru
U_t	$[\text{V}]$	napětí na ocasním motoru
B_m	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	brzdění hlavního motoru
B_t	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	brzdění ocasního motoru
B_h	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	brzdění helikoptéry v azimutu
B_v	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	brzdění helikoptéry v elevaci
ω_m	$[\text{s}^{-1}]$	otáčky hlavního motoru
ω_t	$[\text{s}^{-1}]$	otáčky ocasního motoru
ω_h	$[\text{s}^{-1}]$	otáčky helikoptéry v azimutu
ω_v	$[\text{s}^{-1}]$	otáčky helikoptéry v elevaci
J_m	$[\text{kg m}^2]$	moment setrvačnosti hlavního motoru
J_t	$[\text{kg m}^2]$	moment setrvačnosti ocasního motoru
J_h	$[\text{kg m}^2]$	moment setrvačnosti helikoptéry v azimutu
J_v	$[\text{kg m}^2]$	moment setrvačnosti helikoptéry v elevaci
M_m	$[\text{N m}]$	točivý moment hlavního motoru
M_t	$[\text{N m}]$	točivý moment ocasního motoru
M_{mh}	$[\text{N m}]$	horizontální točivý moment hlavního motoru
M_{mv}	$[\text{N m}]$	vertikální točivý moment hlavního motoru
M_{th}	$[\text{N m}]$	horizontální točivý moment ocasního motoru
M_{tv}	$[\text{N m}]$	vertikální točivý moment ocasního motoru
k_{2tv}, k_{2mv}	$[\text{N m s}^{-4}]$	konstanty pro točivý moment v azimutu
k_{3tv}, k_{3mv}	$[\text{N m s}^{-3}]$	konstanty pro točivý moment v azimutu

4.2 Virtuální model

Model jsem popsal fyzikálně, dále jsem podle tohoto popisu sestavil model v Simulinku, který je na následujícím obrázku.



Obrázek 4.2: Nový model helikoptéry

Postupně jsem identifikoval jednotlivé části modelu tak, aby virtuální model odpovídal reálnému. Identifikaci jsem provedl na modelu helikoptéry H3 v laboratoři K26. Studenti si však na virtuálním modelu vyzkouší obecný postup, který pak mohou použít i na laboratorní modely H1 a H2, které se mírně liší.

Identifikaci jsem začal popisem obou motorů. Použil jsem přenos z projektu, který provedli Michal Hoč s ing. Vaňkem (HOČ, M., 2008). Dále jsem změřil vstupní nelinearity motorů, tedy rozmezí napětí, pro které platí diferenciální rovnice popisující motory (4.2). Tím se např. odlišuje model H3 od modelů H1 a H2, kde napětí na hlavním motoru helikoptéry H3 může být kladné i záporné, u modelů H1 a H2 pouze kladné.

Momenty setrvačnosti pro pohyb helikoptéry v elevaci a azimutu jsem odhadl. Brzdění jsem znal opět z práce Michala Hoče. Konstanty pro točivý moment v elevaci a azimutu jsem nastavil tak, aby pohyb ve virtuálním světě přibližně odpovídal reálnému modelu a zároveň tak, aby tyto součty točivých momentů ocasního a hlavního motoru nebyly při maximálním napětí na vstupu větší než 2N m.

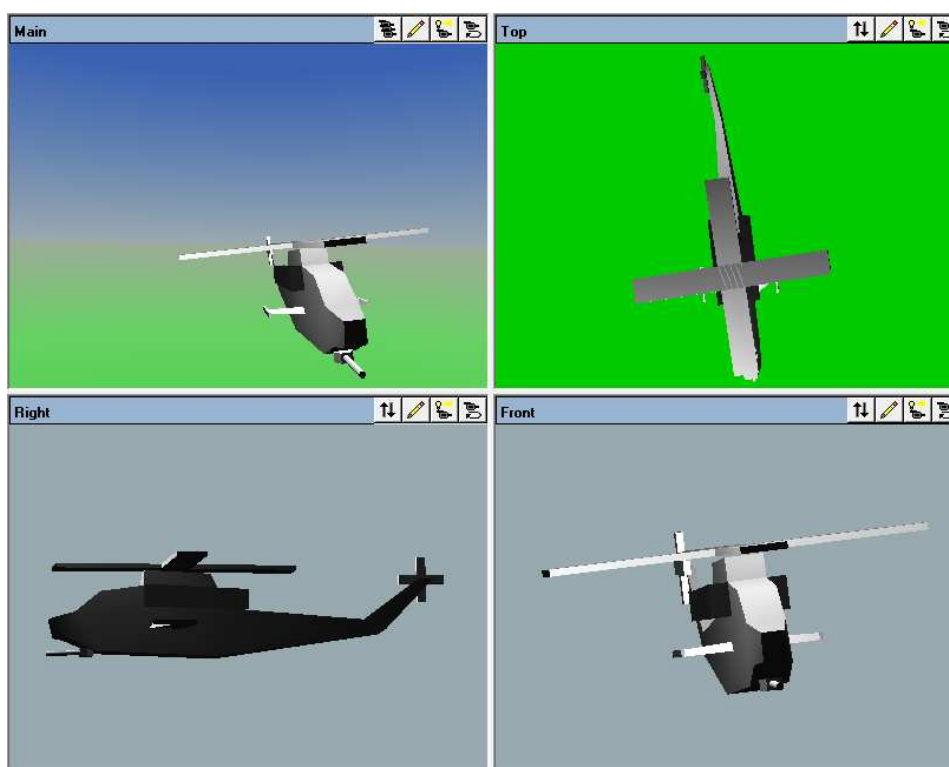
Dále jsem přidal blok **Moment of gravity**, který představuje gravitační moment působící na pohyb helikoptéry v elevaci. Mezi součty točivých momentů od jednotlivých

motorů a část představující přenos momentu na elevaci nebo azimut jsem umístil bloky *Dead Zone*. Pokud by zde tyto bloky nebyly, bylo by nutné nalézt pracovní bod helikoptéry velmi přesně. Díky *Dead Zone* stačí přesnost v řádu setin voltu. Jednotky SI se pak v subsystému *To VR World* převádí na jednotky pro virtuální realitu.

Virtuální model nabízí možnosti aretace pohybu v elevaci a azimutu tak, jak to umožňují i laboratorní modely a nastavení počátečních podmínek elevace a azimutu

4.3 Virtuální svět

Původní virtuální model helikoptéry se pohyboval pouze v azimutu. Upravil jsem jej tak, aby bylo možné pozorovat otáčení vrtulí a pohyb i v elevaci.



Obrázek 4.3: Virtuální realita pro model helikoptéry

Původní vrtule jsem nahradil dvěma hranoly. Jejich otáčky řídím vektory `transform` uzlů `MainMotor` a `TailMotor`. Problémem bylo nastavení pohybu virtuálního modelu současně v elevaci i azimutu. Pro rotační pohyb se používá vektor `transform`, který má

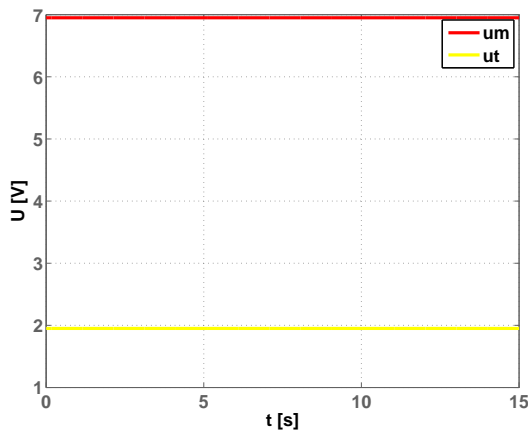
tvar $[x \ y \ z \ r]$, kde x, y, z představují osy a r rotaci. Při komunikaci mezi Simulinkem a .wrl souborem však x, y, z mohou ovlivnit pouze kladný nebo záporný směr rotace v dané ose a r je jediné reálné číslo vektoru. Nemohl jsem proto současně měnit elevaci a azimut. Tento problém jsem vyřešil tak, že jsme přidal nový uzel `Helicopter_el`, jehož children uzlem je původní uzel `Helicopter_az`. Takto můžeme pomocí `Helicopter_el.transform` řídit elevaci a `Helicopter_az.transform` řídit azimut.

4.4 Experimenty

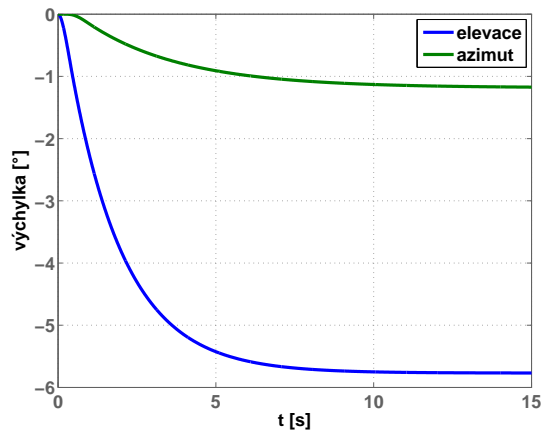
Na několika experimentech s virtuálním modelem jsem ověřil, zda se chová podobně jako model v laboratoři. Uvedu simulace nalezení pracovního bodu a skoků napětí při i bez zaaretování pohybu v elevaci nebo azimutu.

4.4.1 Pracovní bod

Pro nastavení, kdy se helikoptéra mohla volně pohybovat v elevaci i azimutu jsem našel pracovní bod napětí na motorech. V pracovním bodě se vyrovnají horizontální i vertikální momenty sil (4.6) a helikoptéra se neotáčí.



(a) napětí



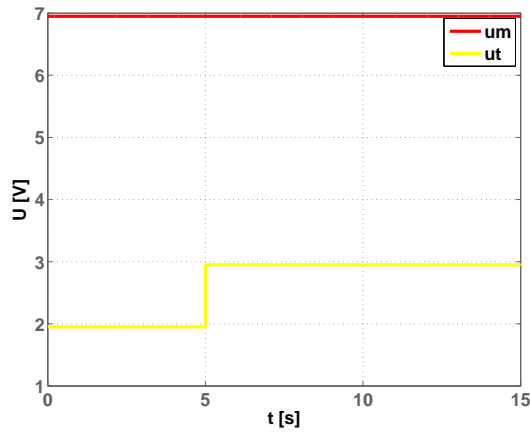
(b) azimut a elevace

Obrázek 4.4: Pracovní bod

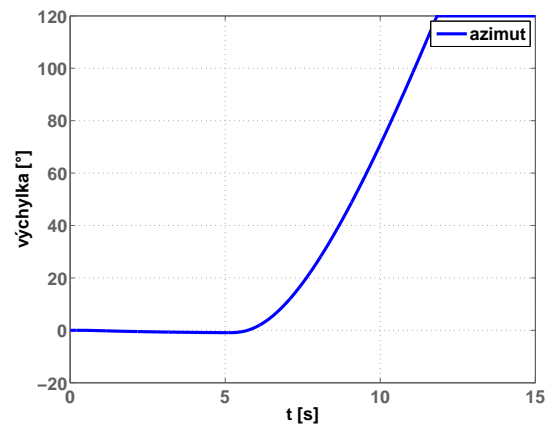
4.4.2 Odezvy na skok

Dále jsem naměřil odezvy virtuálního modelu na skok vstupních veličin za různých podmínek, tedy za zaaretovaného pohybu v elevaci nebo azimutu a bez aretace. Volil jsem skoky jak z pracovního bodu, tak z nulových počátečních podmínek.

Nejprve jsem odsimuloval skok napětí na ocasním motoru za zaaretovaného pohybu v elevaci.

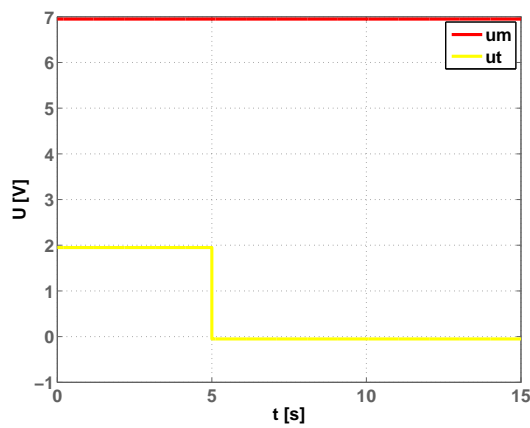


(a) napětí

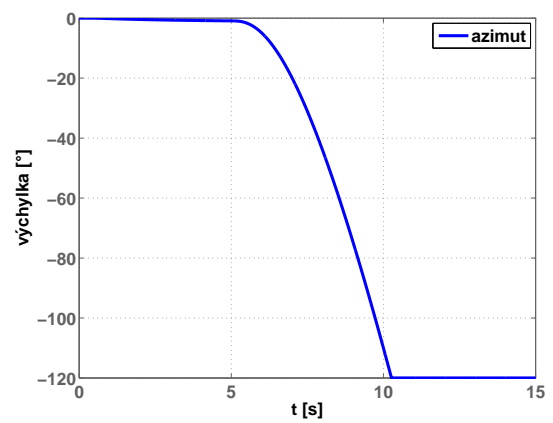


(b) azimut

Obrázek 4.5: Skok napětí na ocasním motoru, zaaretovaná elevace



(a) napětí

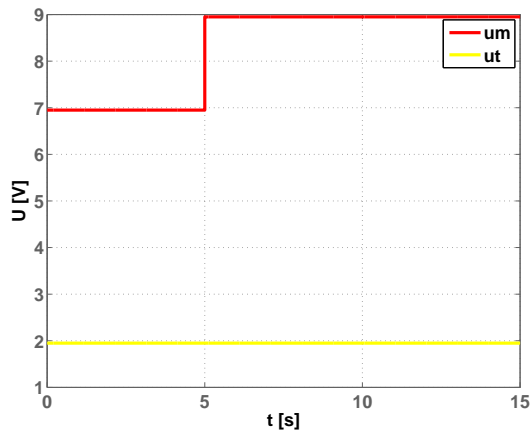


(b) azimut

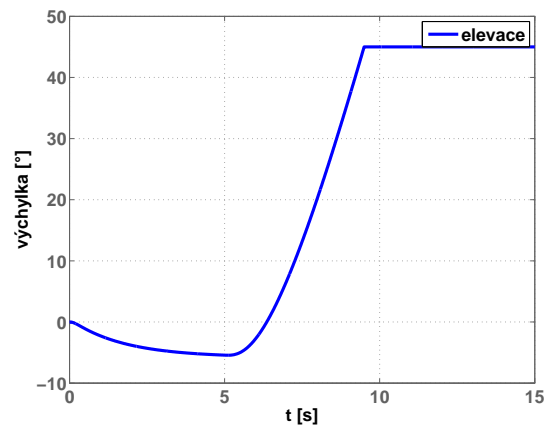
Obrázek 4.6: Skok napětí na ocasním motoru, zaaretovaná elevace

Skok vychýlí helikoptéru z ustáleného stavu a dle znaménka skoku se helikoptéra otočí do jednoho nebo druhého dorazu azimutu. Při větším skoku se helikoptéra otáčí rychleji. Virtuální model se tedy chová stejně jako laboratorní model.

Dále jsem místo elevace zaaretoval azimut a simuloval skok napětí na hlavním motoru. Vycházel jsem opět z pracovního bodu.

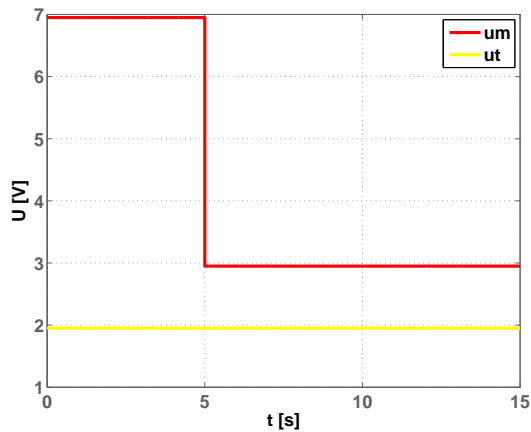


(a) napětí

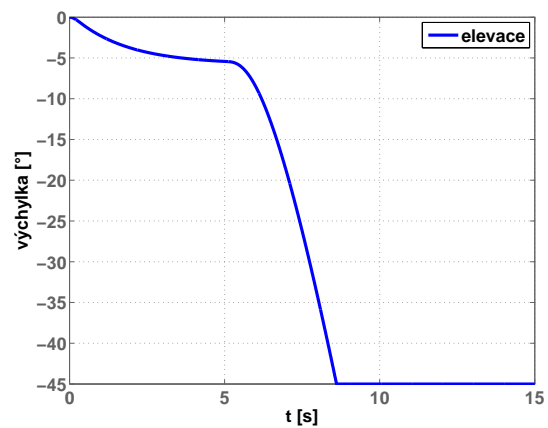


(b) elevace

Obrázek 4.7: Skok napětí na hlavním motoru, zaaretovaný azimut



(a) napětí



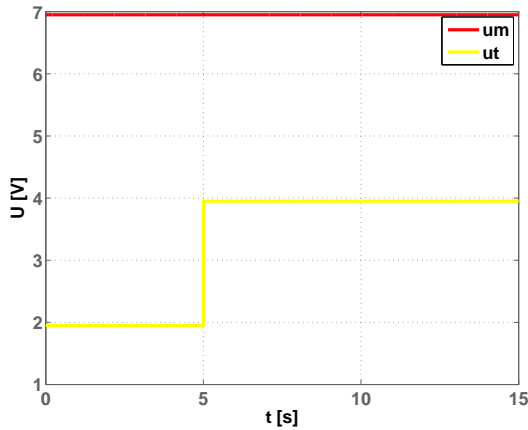
(b) elevace

Obrázek 4.8: Skok napětí na hlavním motoru, zaaretovaný azimut

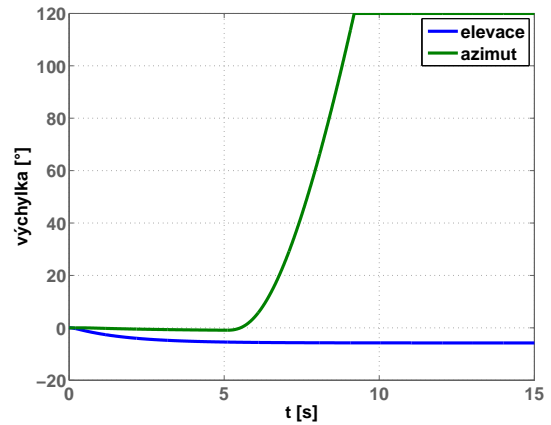
Stejně jako u azimutu, skok vychýlí helikoptéru z rovnovážné polohy a ta dojde na

jeden nebo druhý doraz dle znaménka skoku s rychlostí odpovídající velikosti skoku. Model se tedy i pro tento experiment chová reálně.

Všechny experimenty, které jsem provedl s aretcí jsem dále provedl bez aretace. Volil jsem skoky o stejných velikostech a znaménkách, abych mohl porovnat přechodové charakteristiky modelu.

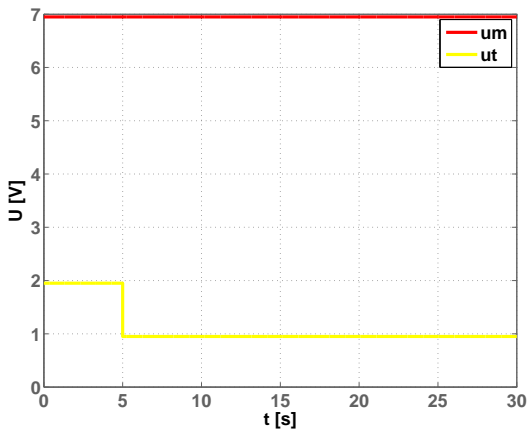


(a) napětí

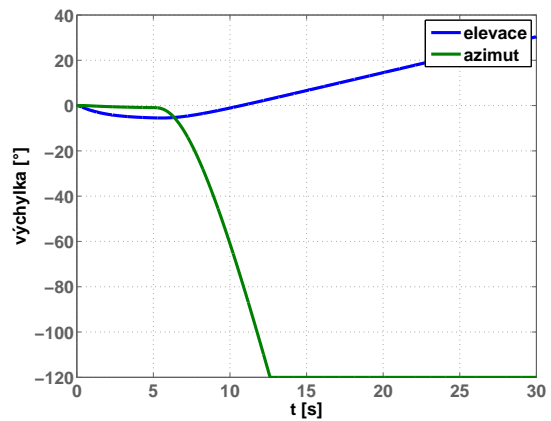


(b) azimut a elevace

Obrázek 4.9: Skok napětí na ocasním motoru, bez aretací



(a) napětí

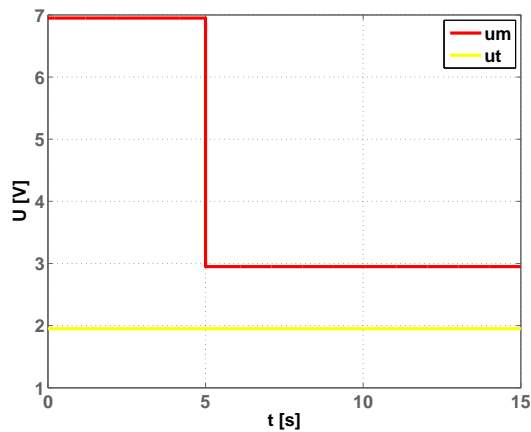


(b) azimut a elevace

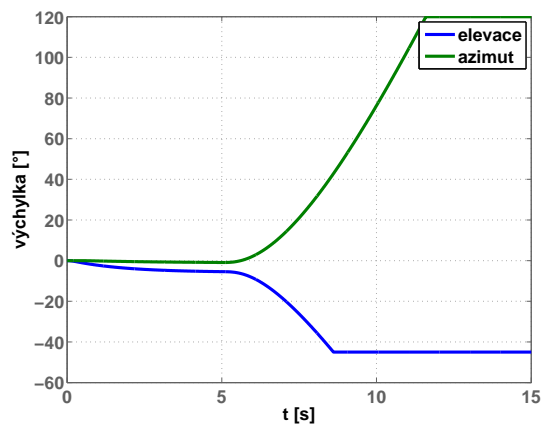
Obrázek 4.10: Skok napětí na ocasním motoru, bez aretací

V prvním případě, tedy skoku o +1V je změna vertikálního momentu příliš malá na to, aby vyvedla helikoptéru z rovnovážné elevace, v druhém případě se začne elevace

pomalů měnit. Znamená to, že ocasní motor nemá příliš velký vliv na celkový vertikální točivý moment.

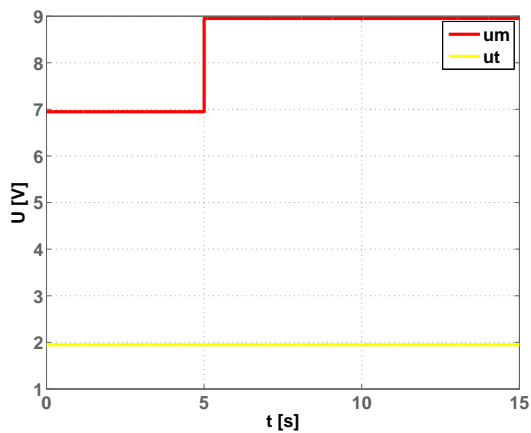


(a) napětí

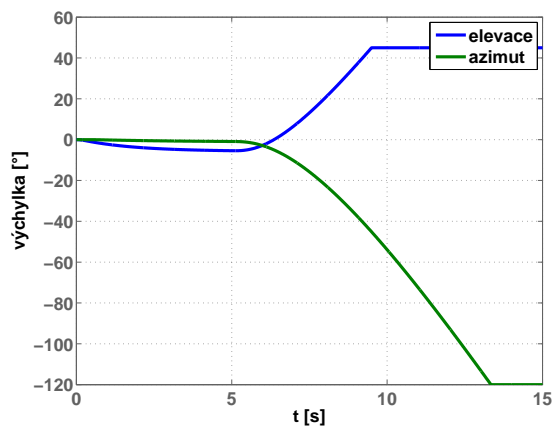


(b) azimut a elevace

Obrázek 4.11: Skok napětí na hlavním motoru, bez aretací



(a) napětí



(b) azimut a elevace

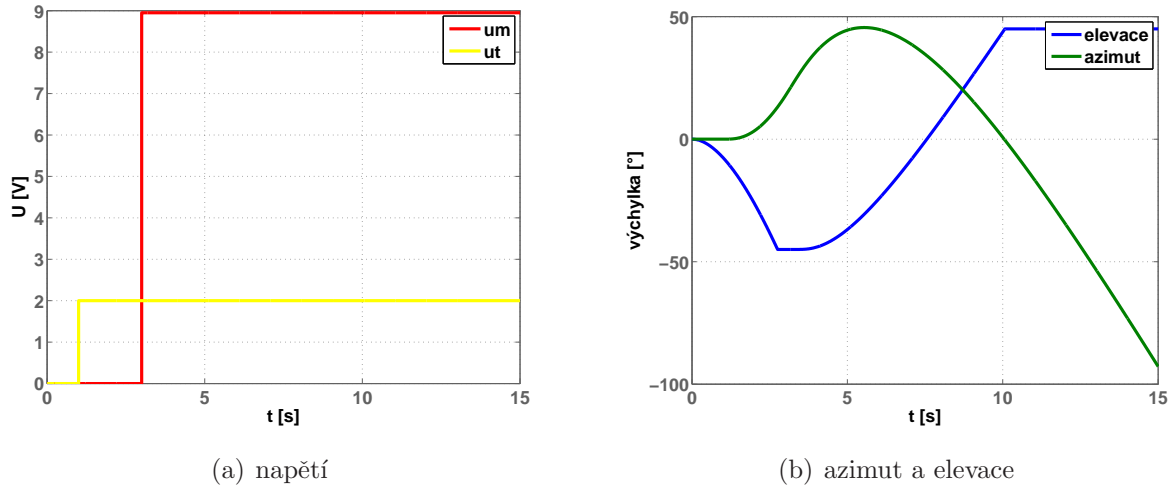
Obrázek 4.12: Skok napětí na hlavním motoru, bez aretací

V obou případech skoků bez zaaretovaného azimutu došel azimut helikoptéry na jeden z dorazů. Znamená to, že hlavní motor má podstatný vliv na celkový horizontální točivý moment

Na skocích bez aretace je patrné, že vrtule mají vždy na pohyb v jedné ose opačný účinek, než na pohyb v druhé ose. Například pokud se vertikální točivý moment působený

hlavním motorem přičítá do celkového vertikálního točivého momentu, horizontální točivý moment působený hlavním motorem se od celkového horizontálního točivého momentu odčítá. Stejně tak je tomu u laboratorního modelu helikoptéry H3.

Jako poslední simulaci jsem vyzkoušel skok napětí na obou motorech současně, bez aretace žádného pohybu. Vycházel jsem z nulových počátečních podmínek.



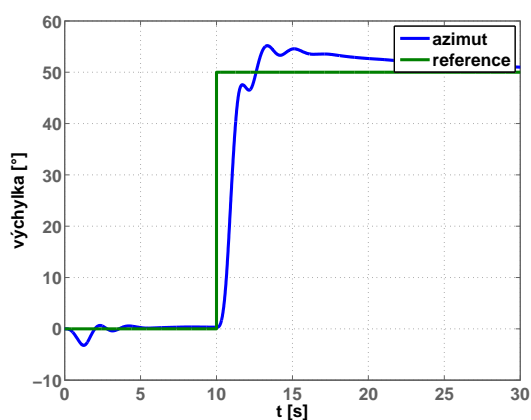
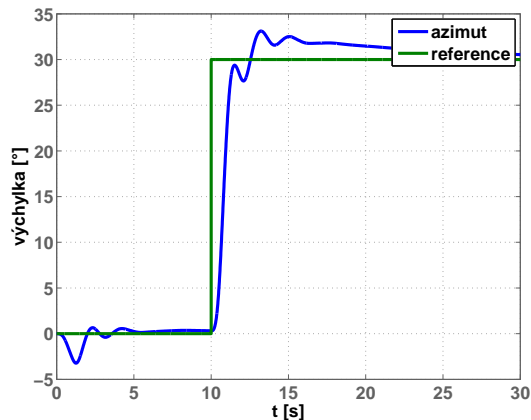
Obrázek 4.13: Skok napětí na obou motorech, bez aretací

Na začátku této simulace spadne helikoptéra vlastní vahou na dolní doraz elevace. V čase 5 s se skokem změny napětí na hlavním motoru, což helikoptéru vytáhne na horní doraz elevace. U azimutu způsobí skok napětí rovněž změnu směru otáčení helikoptéry, působení hlavního motoru na azimut není však tak podstatné jako na elevaci, takže se azimut mění pomaleji.

4.5 Řízení modelu

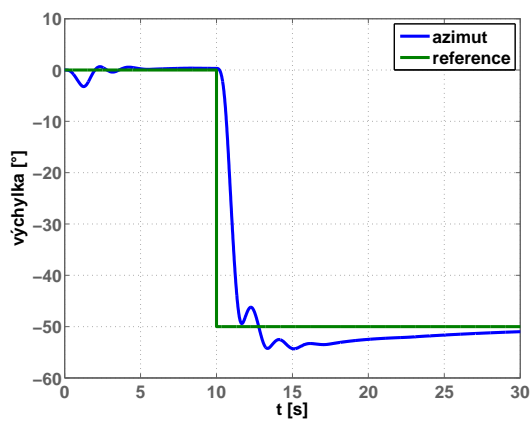
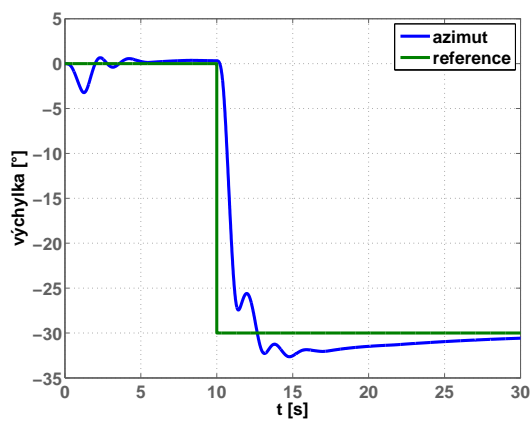
Abych ověřil funkčnost virtuálního modelu, řídil jsem jsem přenos napětí na ocasním motoru na azimut za zaaretovaného pohybu v elevaci. Zpětnovazební regulátor pro takové řízení jsem navrhl v řízení laboratorního modelu helikoptéry H3 v předmětu SRI. Použiji PID regulátor, který jsem navrhl frekvenční metodou podle identifikace modelu z předmětu SAM. Přenos regulátoru je

$$C(s) = \frac{0.514s^2 + 0.546s + 0.05}{0.038s^2 + s}.$$

(a) skok $+50^\circ$ (b) skok $+30^\circ$

Obrázek 4.14: Odezva virtuálního modelu v uzavřené regulační smyčce

Simuloval jsem skok o 50 a 30 stupňů z pracovního bodu v čase 10s. Regulátor jsem navrhoval tak, aby nedošlo k překmitu většímu, než 20%. Tato vlastnost zůstala zachována i pro virtuální model.

(a) skok -50° (b) skok -30°

Obrázek 4.15: Odezva virtuálního modelu v uzavřené regulační smyčce

Vyzkoušel jsem rovněž záporné hodnoty skoků z přechodí simulace. Odezvy virtuálního modelu pro skoky o stejné velikosti ale opačném znaménku jsou symetrické dle časové osy. V tomto se virtuální model liší od laboratorního modelu, jehož brzdění je pro pohyb do různých směrů mírně odlišné. Odezvy virtuálního modelu na skoky stejného znaménka

ale různé velikosti jsou podobné. U laboratorního modelu se průběhy více liší, protože u virtuálního modelu jsem zanedbal tvar vrtulí.

Regulátor, který jsem navrhl v předmětu SRI byl použitelný i pro virtuální model, který jsem vytvořil.

Kapitola 5

Závěr

V první části mé práce jsem vytvořil studijní materiál, který byl zařazen do sbírky příkladů postihujících tematiku modelování a řízení dynamických systémů (ROUBAL, J. et al., 2009). Popsal jsem základní pravidla blokové algebry a sestavil jsem několik typů příkladů, které jsem vzorově vyřešil a dále přidal několik typově podobných neřešených úloh. Při tvorbě příkladů jsem se snažil obsáhnout důležitou část problematiky blokové algebry a upozornit na nejčastější problémy a ukázat jejich řešení. Dodržel jsem myšlenku sbírky vysvětlovat dané téma na konkrétních aplikacích potřebných znalostí.

Vytvořil jsem virtuální model laboratorního modelu Spojené pohony. Na několika experimentech jsem ověřil, že se virtuální model chová stejně jako laboratorní a lze jej tedy využít k výuce modelování dynamických systémů. K modelu jsem sestavil virtuální svět, který slouží k názorné ukázce funkčnosti modelu. Navrhl jsem řízení a provedl několik experimentů, na kterých jsem předvedl chování modelu se zpětnovazebným regulátorem. V současné době je již model umístěn na webových stránkách Laboratoře teorie automatického řízení K26 (ROUBAL, J., 2009), kde je pro studenty volně dostupný.

Nakonec jsem upravil původní virtuální model helikoptéry, aby odpovídal požadavkům na virtuální modely k podpoře výuky dynamických systému. Sestavil jsem pro model nový fyzikální popis a identifikoval jej, aby přibližně odpovídal laboratornímu modelu. Přidal jsem nové funkce do virtuálního světa původního modelu. Svoji práci jsem ověřil na několika experimentech. Na závěr jsem zkusil virtuální model řídit zpětnovazebným regulátorem, který jsem navrhl v předmětu SRI – Systémy a řízení. Regulátor fungoval správně a požadavky, dle kterých jsem jej navrhoval pro řízení modelu identifikovaného v předmětu SAM – Systémy a modely, splňoval i pro řízení virtuálního modelu. Virtuální model je také dostupný na webových stránkách Laboratoře teorie automatického řízení K26 (ROUBAL, J., 2009).

Literatura

- CHEN, C. T. (1998), *Linear System Theory and Design*, 3rd edn, Oxford University Press. ISBN 0-195-11777-8.
- DORF, R. C. a BISHOP, R. H. (2007), *Modern Control Systems*, 11th edn, Prentice-Hall. ISBN 0132270285.
- ČERNOHORSKÝ, D., KUBEC, M. a ŽÁRA, J. (1997), Výukové pásmo VRML [online]. [cit. 2009-06-09], <http://www.cgg.cvut.cz/members/zara/vyuka/vrml/tutorial/pasmo/vrml97.html>.
- FRANKLIN, G. F., POWELL, J. D. a EMAMI-NAEINI, A. (2005), *Feedback Control of Dynamic Systems*, 5th edn, Prentice-Hall. ISBN 0-13-149930-0.
- HOČ, M. (2008), Helicopter in Virtual Space, PhD thesis, Lulea University of Technology.
- PERRETT, G. (2000-2009), Understanding VRML rotations [online]. [cit. 2009-06-09], http://www.seamless3d.com/tut/vrml_rotations/index.html/.
- ROUBAL, J. (2009), Laboratoř teorie automatického řízení [online]. [cit. 2009-06-09], <http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>.
- ROUBAL, J., HUŠEK, P. a SPOL. (2009), *Základy regulační techniky v příkladech*. <http://support.dce.felk.cvut.cz/pub/roubalj/>.
- SERBUSOVÁ, M. (2005), Jazyk VRML 2.0, (Bakalářská práce), Jihočeská Univerzita v Českých Budějovicích.
- ŠTECHA, J. a HAVLENA, V. (1999), *Teorie dynamických systémů*, Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-01-01971-3.

Kapitola 6

Obsah přiloženého CD

K této práci je přiloženo CD, na kterém jsou uloženy zdrojové kódy.

- Adresář BP2009: Vlastní text bakalářské práce ve formátu pdf
- Adresář Coupled_drives_DCE: Virtuální model spojených pohonů
- Adresář Helicopter: Virtuální model helikoptéry