

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ v PRAZE

---

Fakulta elektrotechnická  
Katedra řídicí techniky

Návrh regulátorů pro předepsanou fázovou bezpečnost  
bakalářská práce

2006

Patrik ONDERKA

---

ČVUT Praha



Katedra řídicí techniky

Školní rok: 2005/2006

## Zadání bakalářské práce

Student: Patrik O n d e r k a  
Obor: Kybernetika a měření  
Název tématu: Syntéza regulátoru ve frekvenční oblasti

### Zásady pro vypracování:

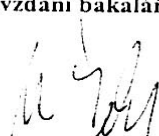
Naprogramujte a ověřte v jazycích MATLAB a C++ program, který pro několik změřených bodů frekvenční charakteristiky regulované soustavy najde konstanty regulátoru PD, PI a PID pro zadanou fázovou bezpečnost. Nepřesnosti ve změřené charakteristice minimalizujte metodou minima součtu čtverců chyb.

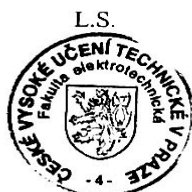
*Seznam odborné literatury:* Dodá vedoucí práce


Vedoucí bakalářské práce: Doc. Ing. Jan John, CSc.

Datum zadání bakalářské práce: červenec 2005

Termín odevzdání bakalářské práce: 26. 5. 2006

  
Prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.  
vedoucí katedry



*v zast.*   
Prof. Ing. Vladimír Kučera, DrSc.  
děkan

V Praze, dne 14. 11. 2005

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne: .. 22.5.2006 ..

Podpis: .. *Andriana Patrice* ..

## **Anotace**

Cílem této bakalářské práce bylo naprogramovat program, který pro několik změřených bodů frekvenční charakteristiky regulované soustavy najde konstanty regulátoru PD, PI a PID pro zadanou fázovou bezpečnost a ověřit je v prostředí Matlab a C#. Dále v naměřené frekvenční charakteristice minimalizovat nepřesnosti metodou nejmenších čtverců a následně tento program implementovat jako funkční blok do návrhového systému C&ISD.

Teoretická část této bakalářské práce poskytuje potřebné informace o návrhu PD, PI a PID regulátorů pomocí frekvenčních metod a stručně popisuje i jiné možné metody návrhu.

## **Annotation**

The first objective of this bachelor thesis was to create program, which finds constants of PD, PI and PID compensators from several measured points of frequency response of a measured plant for specified phase margin, and verify it in Matlab and C# environments. The second objective was to minimize uncertainties in measured frequency response by the method of least squares and to implement the program as functional block in designing system C&ISD.

Theoretical part of this thesis provides necessary information about designing of PD, PI and PID compensators in frequency domain and shortly describes another possible methods of design.

## **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat všem, kdo mi přímo či nepřímo pomáhali při vzniku této práce. Zvláště pak děkuji Doc. Ing. Janu Johnovi CSc., vedoucímu mé bakalářské práce za podnětné připomínky, rady a za poskytnutí všech potřebných materiálů včetně ukázkových souborů v jazyce Matlab. Neméně pak Ing. Jurčíkovi, který mi vždy ochotně radil zvláště při práci s aplikačním systémem C&ISD.

Velký dík také patří rodičům a přítelkyni, protože mi v průběhu studia poskytovali zázemí a veškerou podporu hmotnou i duševní.

# OBSAH

<b>1</b>	<b>Úvod .....</b>	<b>- 8 -</b>
<b>2</b>	<b>Metody návrhu spojitých regulátorů.....</b>	<b>- 9 -</b>
2.1	Frekvenční metody syntézy.....	- 9 -
2.1.1	Rezonanční převýšení a šířka přenášeného pásma.....	- 10 -
2.1.2	Amplitudová a fázová bezpečnost.....	- 10 -
2.1.3	Návrh spojitých regulátorů PD, PI a PID.....	- 12 -
2.2	Syntéza polohy pólů regulačního obvodu.....	- 16 -
2.3	Empirické metody seřizování regulátorů.....	- 16 -
<b>3</b>	<b>Systém pro vývoj aplikací řídicích a informačních systému C&amp;ISD.....</b>	<b>- 17 -</b>
3.1	Editor diagramu funkčních bloků (FBDE) .....	- 19 -
<b>4</b>	<b>Programová část .....</b>	<b>- 20 -</b>
4.1	Popis aplikace.....	- 20 -
4.2	Popis výkonných procedur.....	- 20 -
4.2.1	Procedura freq_to_trans .....	- 20 -
4.2.2	Procedura frpi .....	- 21 -
4.2.3	Procedura frpd.....	- 22 -
4.2.4	Procedura frpid.....	- 22 -
<b>5</b>	<b>Příklad použití a výsledky.....</b>	<b>- 23 -</b>
5.1	Příklad: Návrh PD regulátoru.....	- 23 -
5.2	Příklad: Určení frekvenčního přenosu ze zarušené frekvenční charakteristiky .....	- 27 -
<b>6</b>	<b>Závěr .....</b>	<b>- 28 -</b>
<b>7</b>	<b>Literatura a použité elektronické pomůcky .....</b>	<b>- 29 -</b>
7.1	Obsah příloženého CD .....	- 29 -

# 1 Úvod

---

## 1 Úvod

Na úvod celé práce bych chtěl čtenáře seznámit se základními metodami návrhu spojitých regulátorů a přiblížit popis některých základních technik návrhu. Návrh je proveden pouze s využitím frekvenčních metod. Další možné metody návrhu jako např. syntéza polohy pólů regulačního obvodu a empirické metody seřizování uvádím pouze jako okrajovou zmínku o alternativních možnostech návrhu.

Dále bych chtěl alespoň nastínit základní informace o návrhovém systému C&ISD od UNIS spol. s.r.o. Brno v projektu „Inteligentního Návrháře“, pro který měla být moje práce původně určena, avšak v důsledku odložení této práce z časových důvodů se již jeho součástí nestala. Následně bych chtěl přejít k popisu jednotlivých částí mého programu. Zejména se bude jednat o hlavní funkční proceduru *freq\_to\_trans*, která zajišťuje převod zadané frekvenční charakteristiky do přenosu systému spolu s minimalizací chyb metodou nejmenších čtverců a dále jednotlivých dílčích funkčních procedur *frpd*, *frpi* a *frpid*, určených k výpočtu příslušných regulátorů dle zadané fázové bezpečnosti. Požadovaný výstup programu by měl poskytovat vypočtené konstanty regulátorů ve tvaru časových konstant spolu s vypočtenou amplitudovou bezpečností.

V závěru práce bych chtěl poskytnout dosažené výsledky s porovnáním v prostředí Matlab.



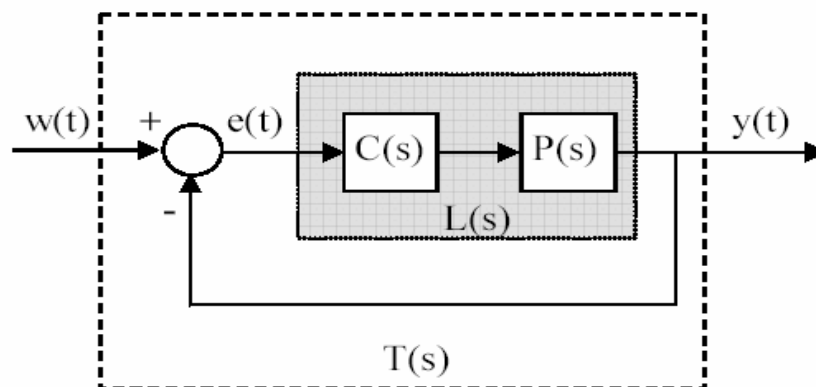
## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

### 2.1 Frekvenční metody syntézy

Principem frekvenčních metod návrhu je úprava frekvenční charakteristiky **otevřené smyčky**  $L(j\omega)$ , tak aby výsledná frekvenční charakteristika **uzavřené smyčky**  $T(j\omega)$  měla požadovaný průběh. Závislost mezi  $L(j\omega)$  a  $T(j\omega)$  popisuje jednoznačný vztah

$$T(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \quad (2.1)$$



Obr. 2.1.1 Zpětnovazební řídicí systém

Typický přenos **uzavřené smyčky** bude vypadat jako dolní propust - bude mít  $|T(s) \approx 1|$  až do jisté frekvence a od této frekvence dále bude amplituda přenosu klesat,  $|T(s) < 1|$ . V ideálním případě by měl mít jednotkovou amplitudu ve všech frekvencích ( za předpokladu nulové fáze by pak přenášel libovolně rychlé změny reference  $w(t)$  v podstatě bez přechodového děje na výstup  $y(t)$ , to však není reálně uskutečnitelné a navíc by se tím přenášely na výstup i nežádoucí vysokofrekvenční šumy.

Při syntéze pomocí frekvenčních charakteristik upravujeme frekvenční charakteristiku otevřené smyčky regulačního obvodu tak, abychom splnili ukazatele kvality, kterými jsou nejčastěji šířka propustného pásma  $\omega_0$  nebo  $\omega_H$  při nepřekročení rezonančního převýšení  $A_R$  ve frekvenční charakteristice uzavřené smyčky. Frekvenční charakteristiku otevřené smyčky můžeme obecně upravovat změnou zesílení přenosu otevřené smyčky (zesílením regulátoru), zařazením sériového korekčního členu regulátoru, zpětnovazebním nebo případně jejich kombinací. Frekvenční metody jsou mimo jiné vhodné i pro systémy s dopravním zpožděním, neaproximovaným racionálně lomenou funkcí.

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

---

### 2.1.1 Rezonanční převýšení a šířka přenášeného pásma

Pro hodnocení kvality řízení definujeme na frekvenční charakteristice uzavřené smyčky následující míry.

**Rezonanční převýšení** – maximální hodnota zesílení

Velké rezonanční převýšení znamená velký překmit na přechodové charakteristice. Většina řídicích systémů se v praxi navrhuje s rezonančním převýšením (1-3 dB), protože různé nelinearity, které nejsou lineárním modelem popsány, totiž zpravidla překmity utlumí. Pokud by se vyžadovalo rezonanční převýšení nulové, tedy bez překmitu, byla by ve skutečnosti odezva zpětnovazebního řídicího systému zbytečně pomalá.

**Šířka přenášeného pásma** – frekvence, na níž poklesne zesílení o 3dB oproti zesílení na nízkých frekvencích. Širší propustné pásmo znamená rychlejší odezvu systému, tj. kratší dobu náběhu přechodové charakteristiky (dobu, za kterou přejde výstup z 10% na 90% ustálené hodnoty). Na druhou stranu větší šířka přenášeného pásma však znamená, že systém může reagovat i na vysokofrekvenční rušení zpravidla přítomné na vstupech systému.

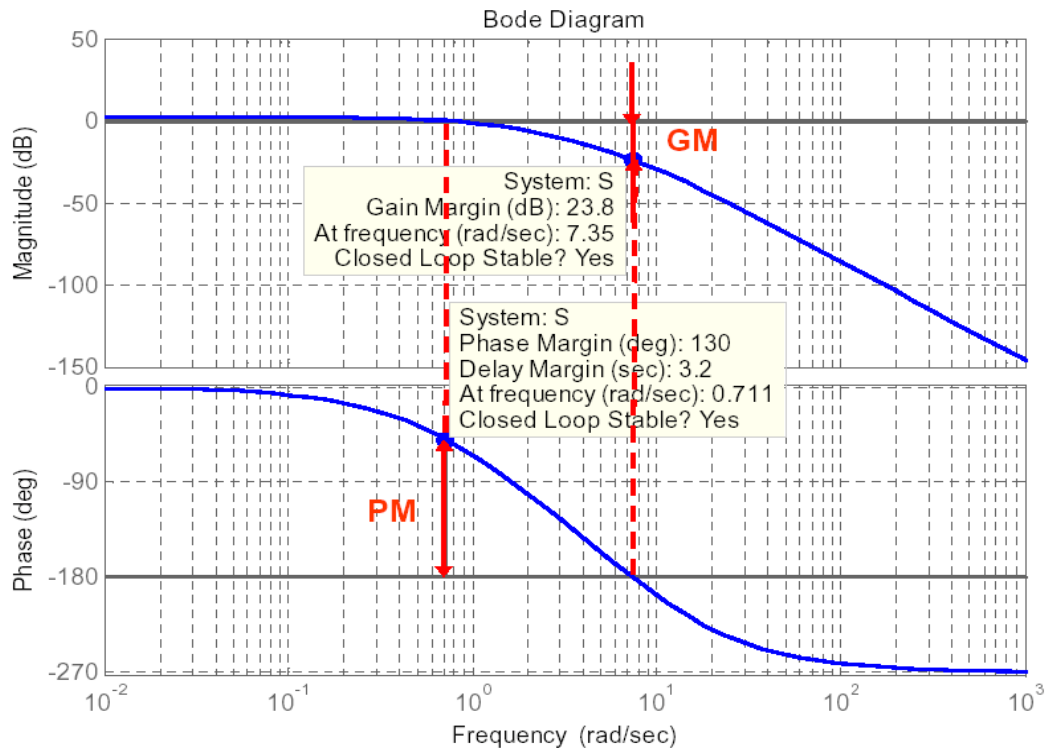
### 2.1.2 Amplitudová a fázová bezpečnost

Z Nyquistova kritéria vyplývají dvě bezpečnostní meze.

**Amplitudová bezpečnost** (gain margin, GM) říká, kolikrát se ještě může zvětšit zesílení v *otevřené smyčce*, než se zpětnovazební systém dostane na mez stability. Pokud systém  $L(s)$  přenáší signály na jisté frekvenci  $\omega_{GM}$  s fázovým posunutím  $-180^\circ$ , dostane se tak výstup do protifáze se vstupem (bude mít záporné znaménko). Zápornou zpětnou vazbou pak tento signál přivedeme zpět na vstup  $L(s)$ , kde se však v tomto případě sečte se signálem vstupním. Pokud má zpětnou vazbou vrácený signál nižší amplitudu než signál budící, zůstane výstup omezený a zpětnovazební obvod stabilní. Nastane-li opačný případ, tj. bude zesílen, zpětnovazební systém bude nestabilní. Je-li zesílení pro frekvenci  $\omega_{GM}$  jednotkové, jsme na hranici stability. Při návrhu zpětnovazebního řízení je dobré vědět, kolikrát ještě můžeme zvýšit zesílení, než se dostaneme na mez stability.

**Fázová bezpečnost** (phase margin, PM) podobně říká, o jak velké zpoždění (fázi) můžeme dovolit zpozdít vstupní signál na frekvenci  $\omega_{PM}$ , pro kterou má přenos  $L(s)$  jednotkové zesílení, než se fáze obrátí na  $-180^\circ$  a zpětnovazební systém se tak dostane na mez stability.

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů



**Obr. 2.2.1 Amplitudová a fázová bezpečnost**

Jedním z parametrů při návrhu regulátoru pak může být předem určená fázová bezpečnost otevřené smyčky. Její hodnota souvisí s relativním tlumením, pro systém druhého řádu a hodnoty  $PM < 70^\circ$  lze aproximovat vztahem

$$\zeta = \frac{PM}{100}, \quad (2.2)$$

podle kterého lze přibližně zvolit PM při požadovaném tlumení  $\zeta$ .

V praxi se model nebo získaná frekvenční charakteristika řízené soustavy nikdy nebude přesně shodovat s realitou a proto při návrhu řízení na modelu zvolíme dostatečnou fázovou bezpečnost, abychom si byli jisti, že i při aplikaci na reálném, ne zcela totožném systému bude zajištěna stabilita uzavřené smyčky. V praxi se typicky používá fázová bezpečnost  $PM = 45^\circ$ .

Hodnoty fázové a amplitudové bezpečnosti lze snadno nalézt například na Bodeho diagramu (Obr. 2.2.1).

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

---

### 2.1.3 Návrh spojitých regulátorů PD, PI a PID

#### PD regulátor

PD regulátor použijeme tehdy, budeme-li chtít rozšířit propustné pásmo uzavřené smyčky a zvýšit tím rychlost odezvy systému na vstupní signál. PD regulátor přenáší kromě regulační odchylky i její derivaci a tím do výstupního signálu přidává informaci o časovém trendu odchylky. Derivační korekce pomáhá rozšířit propustné pásmo frekvencí tím, že zvětšuje fázový úhel frekvenční charakteristiky otevřené smyčky při vyšších frekvencích. Při nastavení derivační korekce musíme ovšem hledat kompromis mezi touto užitečnou funkcí a nepříjemným zvyšováním zesílení PD členu na vysokých frekvencích. Rozumným kompromisem je využít toho, že na frekvenci  $\omega_D=1/T_D$  má frekvenční charakteristika PD členu zesílení pouze  $(2)^{1/2} \cdot k_P$  při fázi  $+45^\circ$ , zatímco pro nižší frekvence prudce klesá fázový úhel a pro frekvence vyšší prudce stoupá zesílení. Zvolíme-li tento kompromis, měla by se frekvence  $\omega_D$  na frekvenční charakteristice octnout tam, kde potřebujeme co nejvýše zvýšit fázi a touto korekcí přitom co nejméně zvýšit zesílení. To bývá nejčastěji v bodě  $\omega_{PM}$ , v němž chceme mít předepsanou fázovou bezpečnost PM (při jejím dosažení obvykle vyjde i přijatelná amplitudová bezpečnost AM).

Pro přenos PD regulátoru platí:

$$C(s) = k_P + k_D s = k_P (T_D s + 1) = k_D (s + \omega_D) \quad (2.3)$$

$$T_D = \frac{k_D}{k_P}; \quad \omega_D = \frac{1}{T_D} = \frac{k_P}{k_D} \quad (2.4)$$

Konstanty  $k_D$  a  $k_P$  představují proporciální a derivační složku regulátoru,  $T_D$  je derivační časová konstanta a  $\omega_D$  je derivační frekvence.

Při návrhu PD regulátoru postupujeme následujícím způsobem.

Parametr  $\omega_D$ , zlomovou frekvenci PD regulátoru, volíme tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí  $\omega_{PM}$ , na níž budeme měřit fázovou bezpečnost výsledného přenosu otevřené smyčky  $L(s)$ , tedy zvolíme  $\omega_D = \omega_{PM}$ . Na této frekvenci zvýší PD člen fázi soustavy o  $45^\circ$ .

$$\arg(L(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + \arg(C(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + 45^\circ \quad (2.5)$$

Fázová bezpečnost PM je definována vztahem

$$-180^\circ + PM = \arg(L(j\omega_D)). \quad (2.6)$$

Kombinací vztahu (2.5) a (2.6) získáme

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

---

$$\arg(P(j\omega_D)) = -225^\circ + PM^\circ. \quad (2.7)$$

Pokud zvolíme  $PM=45^\circ$ , vyjde fáze soustavy P na frekvenci  $\omega_D$

$$\arg(P(j\omega_D)) = -180^\circ. \quad (2.8)$$

Neznámou frekvenci  $\omega_D$  tedy najdeme na frekvenční charakteristice řízeného systému  $P(s)$  v místě, kde jeho fáze prochází  $-180^\circ$ .

Nyní už zbývá pouze určit poslední parametr PD regulátoru  $k_D$ . Ten určíme z podmínky, že pokud je  $\omega_D$  frekvence, na které se odečítá fázová bezpečnost, musí na ní zesílení otevřené smyčky  $L(j\omega_D)$  být jednotkové

$$\begin{aligned} |L(j\omega_D)| &= |C(j\omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| = |k_D \cdot (j\omega_D + \omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| \\ &= |k_D| |(j\omega_D + \omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| = k_D \omega_D \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)| = 1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Úpravou získáme požadované konstanty regulátoru.

$$k_D = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} |P(j\omega_D)|} ; \quad k_P = \frac{1}{\sqrt{2} |P(j\omega_D)|} \quad (2.10)$$

### **PI regulátor**

PI regulátor volíme v případě, že vyžadujeme nulovou ustálenou odchylku pro konstantní požadovanou veličinu i za cenu snížení rychlosti odezvy systému na vstupní signál.

Pro přenos PI regulátoru platí:

$$C(s) = k_P + k_I \frac{1}{s} = \frac{k_I(T_I s + 1)}{s} = \frac{k_P(s + \omega_I)}{s}. \quad (2.11)$$

$$T_I = \frac{k_P}{k_I}; \quad \omega_I = \frac{1}{T_I} \quad (2.12)$$

Konstanty  $k_i$  a  $k_p$  představují proporcionální a integrační složku regulátoru,  $T_i$  je integrační časová konstanta a  $\omega_i$  je integrační frekvence.

V případě návrhu PI regulátoru se přenos v podstatě liší od přenosu PD regulátoru pouze členem  $1/s$ , postup proto bude obdobný.

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

---

Parametr  $\omega_I$ , integrační frekvenci PI regulátoru, volíme tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí  $\omega_{PM}$ , na níž budeme měřit fázovou bezpečnost výsledného přenosu otevřené smyčky  $L(s)$ , tedy zvolíme  $\omega_I = \omega_{PM}$ . Na této frekvenci sníží PI člen fázi soustavy o  $-45^\circ$ .

$$\arg(L(j\omega_I)) = \arg(P(j\omega_I)) + \arg(C(j\omega_I)) = \arg(P(j\omega_I)) - 45^\circ \quad (2.13)$$

Fázová bezpečnost PM je definována vztahem

$$-180^\circ + PM = \arg(L(j\omega_I)). \quad (2.14)$$

Kombinací vztahu (2.13) a (2.14) získáme

$$\arg(P(j\omega_I)) = -135^\circ + PM. \quad (2.15)$$

Pokud zvolíme  $PM=45^\circ$ , vyjde fáze soustavy P na frekvenci  $\omega_I$

$$\arg(P(j\omega_I)) = -90^\circ. \quad (2.16)$$

Neznámou frekvenci  $\omega_D$  tedy najdeme na frekvenční charakteristice řízeného systému  $P(s)$  v místě, kde jeho fáze prochází  $-90^\circ$ .

Nyní už zbývá pouze určit poslední parametr PI regulátoru  $k_I$ . Ten určíme z podmínky, že pokud je  $\omega_I$  frekvence, na které se odečítá fázová bezpečnost, musí na ní zesílení otevřené smyčky  $L(j\omega)$  být jednotkové.

$$\begin{aligned} |L(j\omega_I)| &= |C(j\omega_I)| \cdot |P(j\omega_I)| = \left| \frac{k_I \cdot (j\omega_I + \omega_I)}{j\omega_I} \right| \cdot |P(j\omega_I)| = \\ &= \frac{k_I}{\omega_I} \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_I)| = 1 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Úpravou získáme požadované konstanty regulátoru.

$$k_I = \frac{\omega_I}{\sqrt{2}|P(j\omega_I)|} \quad ; \quad k_P = \frac{k_I}{\omega_I} \quad (2.18)$$

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

### PID regulátor

PID regulátor volíme v případě, kdy potřebujeme zmenšit ustálenou odchylku a zároveň co nejširší přenášené pásmo frekvencí.

Pro přenos PID regulátoru platí:

$$C(s) = k_D s + k_0 + \frac{k_I}{s} = k_0 \left( Ds + 1 + \frac{1}{Is} \right) = \frac{k_D (s + \omega_D) \cdot (s + \omega_I)}{s} = \frac{k_i (T_D s + 1) \cdot (T_i s + 1)}{s} \quad (2.13)$$

$$T_i = \frac{1}{\omega_I}; T_D = \frac{1}{\omega_D} \quad (2.14)$$

$$\omega_I \cdot \omega_D = \frac{k_I}{k_D}; \omega_I + \omega_D = \frac{k_P}{k_D}; T_D = \frac{1}{\omega_D} \quad (2.15)$$

Při návrhu PID regulátoru postupujeme obdobně jako u PD regulátoru s tím rozdílem, že frekvenci  $\omega_i$  zvolíme takovou, aby se vliv integrační korekce  $\omega_I = \omega_{PM}$ , kde budeme měřit fázovou bezpečnost, téměř neprojevil, tj. typicky ji zvolíme  $\omega_I = 0.1 \omega_D$ . Avšak vzhledem k posunu pólů uzavřené smyčky k nulám často  $\omega_I = 0.2 \omega_D$ .

Následně zvolíme fázovou bezpečnost PM a z podmínky rovnováhy fáze na frekvenci  $\omega_\Delta$  vypočteme příslušný fázový úhel frekvenční charakteristiky regulované soustavy.

$$\arg(P(j\omega_D)) = -225^\circ + \Delta\varphi_I + PM = \varphi_\Delta \quad (2.16)$$

Z tohoto vztahu  $\Delta\varphi_I = (180^\circ/\pi)(\omega_I/\omega_D)$  představuje přírůstek fáze a  $\arg(P(j\omega_D))$  je příslušný fázový úhel frekvenční charakteristiky regulované soustavy. Dále z  $\varphi_\Delta$  najdeme na frekvenční charakteristice regulované soustavy zatím neznámou frekvenci  $\omega_\Delta$  tak, aby platilo

$$\varphi_\Delta = \Delta\varphi \cdot \arg(P(j\omega_\Delta)). \quad (2.17)$$

Derivační frekvenci regulátoru  $\omega_D$  položíme rovnu  $\Delta\omega$  a následně z podmínky

$$\begin{aligned} |L(j\omega_D)| &= |C(j\omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| = \left| \frac{k_D}{j\omega_D} \cdot (j\omega_D + j\omega_I) \cdot (j\omega_D + \omega_D) \right| \cdot |P(j\omega_D)| = \\ &= \frac{k_D}{\omega_D} \omega_D \sqrt{2} \cdot \omega_D |P(j\omega_D)| = 1 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Výsledné parametry  $k_P$ ,  $k_I$ , a  $k_D$  regulátoru, vypočteme pomocí vztahů (2.15) a (2.19).

$$k_D = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} |P(j\omega_D)|}; \quad k_P = k_D \cdot (\omega_I + \omega_D); \quad k_I = k_D \cdot \omega_I \cdot \omega_D \quad (2.19)$$

## 2 Metody návrhu spojitých regulátorů

---

### 2.2 Syntéza polohy pólů regulačního obvodu

Základem metod syntézy využívajících umístování pólů je porovnání žádaného popisu uzavřené smyčky s obecným tvarem tohoto popisu. V obecném tvaru popisu se vyskytují konkrétní parametry soustavy a zatím neznámé parametry regulátoru. Porovnáním obou popisů získáme soustavu rovnic pro parametry regulátoru. Do této skupiny syntéz patří dvě následující metody:

#### 1. metoda předepsané konfigurace predominantních pólů

Tato metoda slouží k seřizování klasických spojitých regulátorů. Vede na optimální konfiguraci několika pólů uzavřené smyčky. Model přenosu (popis uzavřené smyčky regulace) je tedy z principu neúplně definován. Metoda vede v některých jednoduchých případech na přímý výpočet konstant regulátoru a zkonfigurování všech pólů soustavy. Ve složitějších případech vede na komplikovanou soustavu nelineárních rovnic algebraických rovnic a nerovností.

#### 2. metoda umístování pólů

Při této metodě můžeme teoreticky dosáhnout libovolných hodnot pólů a do jisté míry nul (vykráceného) přenosu řízení. Tato metoda je vhodná pro spojitě i diskrétní systémy.

### 2.3 Empirické metody seřizování regulátorů

V této kapitole uvedu pouze zmínku o dvou nejběžnějších empirických metodách seřizování regulátorů. První z nich bude *metoda ručního seřizování regulátorů* a druhá *metoda Zieglera a Nicholse*.

#### 1. metoda ručního seřizování regulátorů

Kritérium pro tuto metodu je dosažení maximálního zesílení proporcionálního a integračního kanálu regulátoru při co nejrychlejším přechodovém ději a zachování předem zvoleného průběhu přechodové charakteristiky uzavřené smyčky regulačního obvodu (např. zvoleného překývnutí).

#### 2. metoda Zieglera a Nicholse

Základ této metody vychází z nalezení kritické frekvence  $\omega_K$  a kritického zesílení  $|S(j\omega_K)|$ . Kritické zesílení a kritickou frekvenci najdeme na frekvenční charakteristice nebo zkusmo na reálné soustavě např. ručním rozkmitáním v protifázi nebo po zapojení regulátoru tak, že regulátor zapojíme jako proporcionální a zvyšujeme jeho zesílení až po dosažení meze stability.



### **3 Systém pro vývoj aplikací řídicích a informačních systému C&ISD**

---

### **3 Systém pro vývoj aplikací řídicích a informačních systému C&ISD**

Architektura vývojového systému vychází z abstraktní systémové funkce integrace projektových dat – Project Data Integration, která realizuje systémové požadavky, kladené na vývojový systém. Z toho plyne, že architektura vývojového systému je určena strukturou systémové funkce integrace projektových dat implementované do vývojového systému. Funkce integrace projektových dat je funkcí abstraktní. Systémová funkce integrace projektových dat se odvozuje od typových úloh v základních fázích vývoje aplikace :

- objektová analýza aplikace – Analysis Application;
- objektový návrh aplikace – Design Application.

Uživatelské funkce vývojového systému jsou realizovány prostřednictvím nástrojů vývojového systému. Procesy realizující uživatelské funkce jsou vyjádřeny základním diagramem procesních řetězců vývoje aplikace.

Esenciální model obsahuje architekturu aplikace – Architecture Application je vyjádřen ve formě:

- diverzifikace úlohy identifikace resp. řízení mezi jednotlivé procesory;
- definice úlohy pro každý procesor;
- dekompozice úlohy každého procesoru.

Architektura aplikace je definována diagramem systémové architektury – Systém Architecture Diagram. Diagram systémové architektury obsahuje dvě vzájemně související definice:

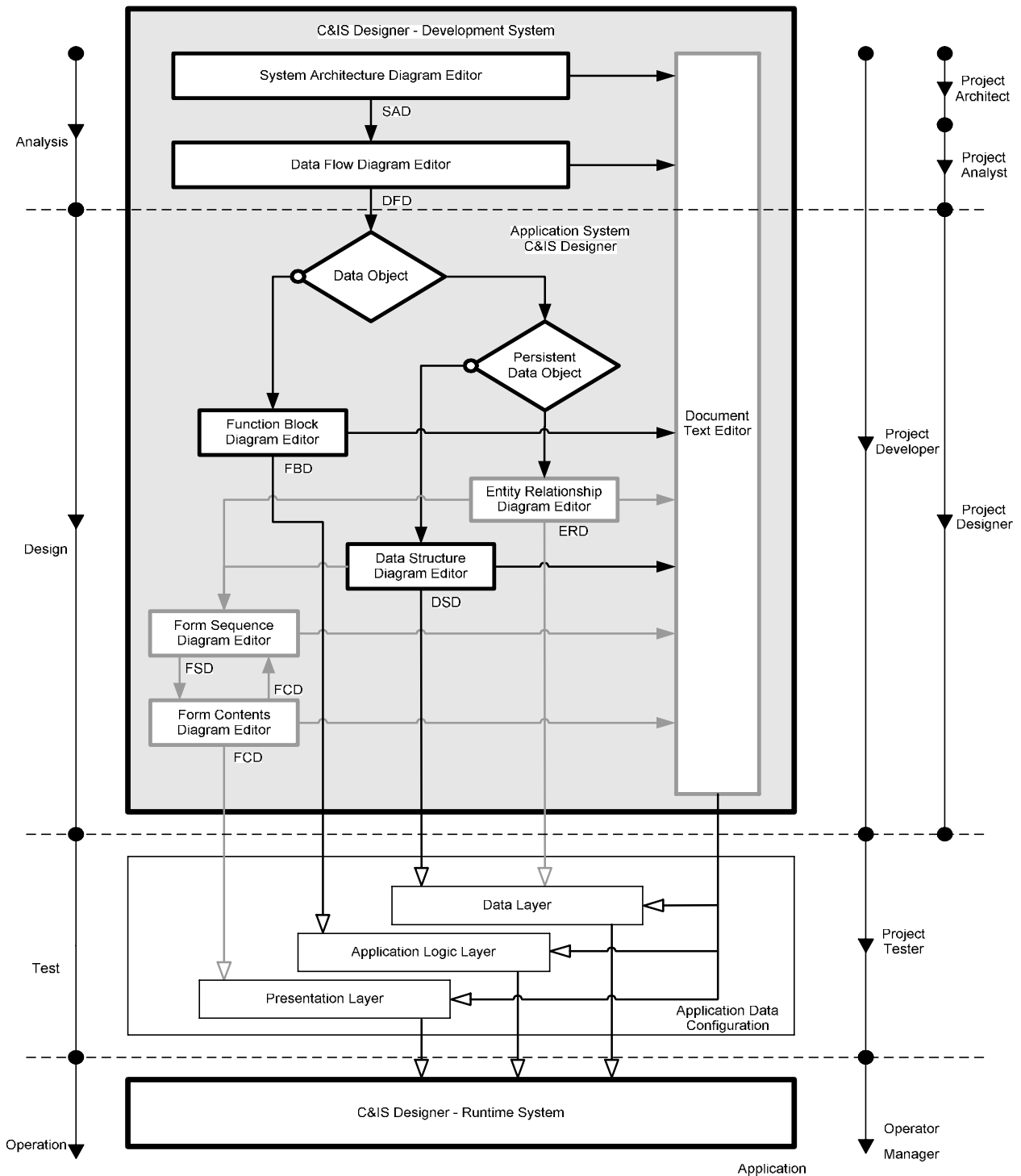
- způsob komunikace aplikace s (relevantním) okolím;
- vzájemnou komunikaci mezi jednotlivými procesory.

Z diagramu systémové architektury plynou aplikační kontexty jednotlivých procesorů. Aplikační kontext procesoru je vyjádřen kontextovým diagramem. Kontextový diagram představuje diagram datových toků – Data Flow Diagram a je umístěn na vrcholu aplikace. Vyjadřuje propojení procesu aplikace na její rozhraní. Diagram datových toků má hierarchický charakter. Prostřednictvím hierarchie diagramu funkčních bloků se provádí proces funkční i datové dekompozice funkčních požadavků na aplikaci směrem od abstraktních procesů až po konkrétní implementovatelné funkce. Strukturovaná analýza obsahuje definice struktury aplikace pro jednotlivé procesory – Structure Application Definition. Struktura aplikace definuje objekty pro procesy tvořící strukturovaný návrh aplikace. Jde o následující procesy:

- akvizice a distribuce dat;
- zpracování dat;
- persistence dat.

### 3 Systém pro vývoj aplikací řídicích a informačních systému C&ISD

Obsah uvedených procesorů je definován ve fázi strukturovaného návrhu. Výsledkem úlohy deklarace – Process Declaration je specifikace funkcí každého procesoru – Process Specification. Výsledkem strukturovaného návrhu se provádí transformace esenciálního modelu na model implementační, jenž vyjadřuje chování aplikace.

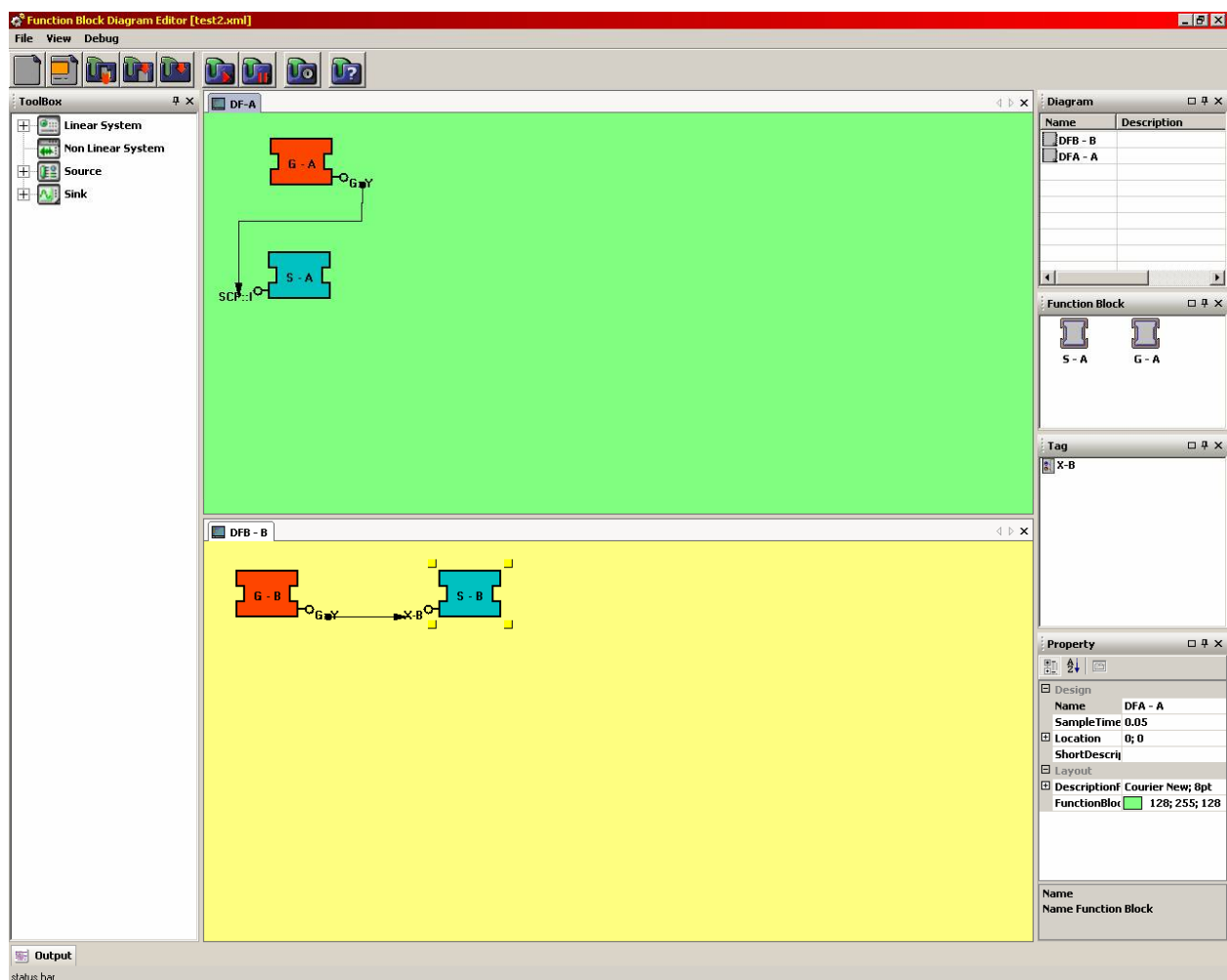


Obr. 3.1 Posloupnost užití editorů vývojového systému v rámci cyklu vývoje aplikace

## 3 Systém pro vývoj aplikací řídicích a informačních systému C&ISD

### 3.1 Editor diagramu funkčních bloků (FBDE)

Editor diagramu funkčních bloků FBDE představuje jeden z nástrojů vytvářeného aplikačního systému C&ISD. Architektura FBDE je koncipována tak, aby vyhovovala architektuře C&ISD. Aplikace FBDE je koncipována jako otevřený systém. Systém může být funkčně doplňován pomocí dynamicky připojovaných objektových modulů. Pod pojmem dynamicky připojitelný objektový modul je v následujícím popisu vždy míněn modul programu v provedení {DRO}.DLL, který lze dynamicky připojit k aplikaci v čase jeho běhu (DRO - Dynamic Runtime Object). Vývoj a udržování velkých programových aplikací klade velké nároky na specifikace vnitřních vazeb, spolupráci jednotlivých částí, stanovení rozhraní. Aplikace FBDE je od počátku navrhována jako obecně rozšiřitelná, jak z pohledu programátora tak z pohledu uživatele.



Obr. 3.1.1 Diagram funkčních bloků FBDE

Od programu FBDE se navíc očekává sdružování různých vzájemně závislých i nezávislých úloh dle výběru uživatele. Různí uživatelé mohou mít různé požadavky na sestavu úloh které potřebují pro řízení svého technologického procesu popř. získání informace o stavu technologického procesu.

## 4 Programová část

---

### 4 Programová část

V této části bych se chtěl blíže věnovat samotné aplikaci s bližším popisem a přiblížením jejich jednotlivých výkonných částí. Nejdříve se zaměřím na popis aplikace jako celku a následně v navazující části se pokusím objasnit samotné výkonné procedury.

#### 4.1 Popis aplikace

Program byl vytvořen v jazyce C# v prostředí Microsoft Visual C#.NET. Po odložení této práce, kdy měla být použita jako funkční blok editoru diagramu funkčních bloků FDBE v projektu „Inteligentního návrháře“, je tato aplikace pouze samostatnou aplikací pro návrh regulátorů pomocí frekvenčních charakteristik. Aplikace obsahuje vlastní instalátor, který po spuštění provede uživatele kompletní instalací.

Programové prostředí umožňuje zadávání hodnot naměřené frekvenční charakteristiky prostřednictvím zadávacího formuláře, případně načtením dat z uložených souborů s možnostmi editace. Po zadání hodnot vstupní frekvenční charakteristiky se provádí výpočet přenosových funkcí (viz kapitola **4.2.1 procedura freq\_to\_trans**) podle uživatelem zadaného řádu čitatele a jmenovatele. Uživatel má možnost prohlédnutí frekvenčních charakteristik jednotlivých přenosů a má možnost posoudit kvalitu určení těchto přenosů pomocí zobrazených úhlu vyčnívání, případně si prohlédnout relativní chyby výpočtu. Po výběru přenosové funkce a zadání požadované fázové bezpečnosti má uživatel možnost volby ze třech dostupných typů regulátorů PD, PI a PID (viz kapitoly **4.2.2 frpd**, **4.2.3 frpi** a **4.2.4 frpid**). U PID regulátorů zároveň volí poměr integrační a derivační frekvence dle svého uvážení. Výsledkem je zobrazení vypočtených konstant regulátorů spolu s přenosem vybraného regulátoru.

#### 4.2 Popis výkonných procedur

##### 4.2.1 Procedura freq\_to\_trans

Tato procedura je určena k výpočtu přenosové funkce

$$F(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} \quad m \leq n \quad (4.1)$$

z několika změřených bodů frekvenční charakteristiky pro zvolené frekvence  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ . Frekvence jsou voleny, aby vystihly část frekvenční charakteristiky, potřebnou pro budoucí syntézu uzavřené smyčky regulačního obvodu, tedy nejčastěji pro fázové úhly mezi  $-100^\circ$  a  $-180^\circ$ . Získaný přenos nemusí být fyzikálně správný (díky chybám měření a zjednodušením skutečně málokdy bude fyzikálně správný), ale vystihuje obvykle s dostatečnou přesností průběh frekvenční charakteristiky v daném rozsahu frekvencí a dá se tedy využít k syntéze. Problémem zůstává volba řádu náhradního modelu. Ten je možno určit např. podle minima relativní chyby s přihlédnutím k průběhu sinů úhlu vyčnívání. V zásadě by měl být model pro syntézu stabilní, co nejnížšího řádu, s co nejmenší chybou výpočtu nejmenších čtverců (*sqrerrv*) a nejmenší sinus

## 4 Programová část

---

úhlu vyčnívání v příslušném řádku matice  $\sin uvm$  měl být alespoň 0,005. Sinus úhlu vyčnívání je měřítkem podmíněnosti příslušné soustavy rovnic pro výpočet nejmenších čtverců. Obecně také nemusí platit, že nejlepší náhradní model musí mít stejný řád jako identifikovaný systém, protože v omezeném rozsahu frekvencí může lépe vyhovovat model nižšího řádu.

Základem algoritmu je porovnání vzorce pro výpočet jednotlivých bodů frekvenční charakteristiky a příslušných naměřených hodnot:

$$F(j\omega) - \frac{b_m j\omega^m + \dots + b_1 j\omega + b_0}{a_n j\omega^n + \dots + a_1 j\omega + a_0} = 0 \quad \omega = \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots \quad (4.2)$$

Po vynásobení vzniklých rovnic jmenovateli přenosů a rozdělení na reálnou a imaginární část získáme dvojnásobný počet lineárních algebraických rovnic, vhodných k výpočtu neznámých parametrů  $a_i$  a  $b_j$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(F(j\omega))(a_0 - a_2\omega^2 + \dots) - \operatorname{Im}(F(j\omega))(a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots) - b_0 + b_2\omega^2 - \dots &= 0 \\ \operatorname{Re}(F(j\omega))(a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots) + \operatorname{Im}(F(j\omega))(a_0 - a_2\omega^2 + \dots) - b_1 + b_3\omega^3 - \dots &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$
$$\omega = \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$$

V algoritmu je dále pro výpočet použita metoda nejmenších čtverců, konkrétně procedury *reduce* a *elim*. Procedura *reduce* slouží k redukci každé ze získaných rovnic do trojúhelníkové matice. Procedura *elim* provádí eliminaci soustavy lineárních algebraických rovnic, zapsaných v rozšířené trojúhelníkové matici (ta je zapsaná jako vektor po řádcích) jako  $A[x', I]' = 0$ , poslední sloupec odpovídá záporným pravým stranám.

### 4.2.2 Procedura frpi

Procedura frpi slouží k nastavení regulátoru PI podle zadané fázové bezpečnosti. Její funkce spočívá v nalezení konstant regulátoru PI z několika (nejméně dvou) bodů frekvenční charakteristiky. Regulátor by měl zajistit předepsanou fázovou bezpečnost přenosu uzavřené smyčky. Body frekvenční charakteristiky jsou voleny v blízkosti bodu, v němž má frekvenční charakteristika fázový posun přibližně  $-60^\circ$  až  $-90^\circ$  (z důvodu přesnosti nepřilíží daleko od tohoto rozsahu).

Použitý algoritmus interpoluje, případně extrapoluje zadané body frekvenční charakteristiky a najde nejpravděpodobnější bod, v němž má frekvenční charakteristika soustavy fázový posun  $-135^\circ + \Delta\varphi$ , kde  $\Delta\varphi$  je předepsaná fázová bezpečnost uzavřené smyčky. Do tohoto bodu frekvenční charakteristiky umístí absolutní hodnotu nuly PI regulátoru  $\omega_i = k_I/k_P$  ( $k_I$  představuje integrační složku a  $k_P$  proporcionální složku PI regulátoru), což je bod v němž má frekvenční charakteristika PI regulátoru fázový posun  $-45^\circ$ . Tím na této frekvenci zaručí fázový posun frekvenční charakteristiky otevřené smyčky regulace  $-180^\circ + \Delta\varphi$ . Pak již pouze vypočte integrační konstantu regulátoru  $r_1$  tak, aby v tomto bodě bylo zesílení v otevřené smyčce rovno právě jedné, což je podmínka pro dosažení předepsané fázové bezpečnosti.

## 4 Programová část

---

### 4.2.3 Procedura frpd

Procedura *frpd* představuje ve své podstatě analogii k předchozí proceduře *frpi* a slouží k nastavení regulátoru PD podle zadané fázové bezpečnosti. Pro přehlednost zde uvedu i její popis s drobnými odlišnostmi od předchozího případu. Její funkce opět spočívá v nalezení konstant regulátoru PD z několika (nejméně dvou) bodů frekvenční charakteristiky. Body frekvenční charakteristiky jsou voleny v blízkosti bodu, v němž má frekvenční charakteristika fázový posun přibližně  $-150^\circ$  až  $-180^\circ$  (z důvodu přesnosti nepříliš daleko od tohoto rozsahu).

Opět se provádí interpolace a dochází k nalezení nejpravděpodobnějšího bodu, v němž má frekvenční charakteristika soustavy fázový posun  $-225^\circ + \Delta\varphi$ , kde  $\Delta\varphi$  je předepsaná fázová bezpečnost uzavřené smyčky. Do tohoto bodu frekvenční charakteristiky se následně umístí absolutní hodnotu nuly PD regulátoru  $\omega_D = k_P / k_D$  ( $k_P$  představuje proporcionální složku a  $k_D$  derivační složku PD regulátoru), což je bod v němž má frekvenční charakteristika PD regulátoru fázový posun  $+45^\circ$ . Tím na této frekvenci zaručí fázový posun frekvenční charakteristiky otevřené smyčky regulace  $-180^\circ + \Delta\varphi$ . Pak již pouze vypočte proporcionální zesílení regulátoru  $r_0$  tak, aby v tomto bodě bylo zesílení v otevřené smyčce rovno právě jedné, což je podmínka pro dosažení předepsané fázové bezpečnosti.

### 4.2.4 Procedura frpid

Procedura *frpid* vychází z předchozích dvou procedur. Naznačím již pouze v rychlosti. Po provedení interpolace a dochází k nalezení nejpravděpodobnějšího bodu, v němž má frekvenční charakteristika soustavy fázový posun  $-225^\circ + \Delta\varphi + \arctg(\Delta\omega)$ , kde  $\Delta\varphi$  je předepsaná fázová bezpečnost uzavřené smyčky a  $\Delta\omega = \omega_I / \omega_D$  je poměr integrační a derivační frekvence. Do tohoto bodu frekvenční charakteristiky se následně umístí absolutní hodnotu nuly PD regulátoru  $\omega_D$ . Tím v tomto bodě zaručí fázový posun frekvenční charakteristiky otevřené smyčky regulace  $-180^\circ + \Delta\varphi$ . Pak již pouze vypočte konstanty regulátoru tak, aby v tomto bodě bylo zesílení v otevřené smyčce rovno právě jedné, což je podmínka pro dosažení předepsané fázové bezpečnosti.

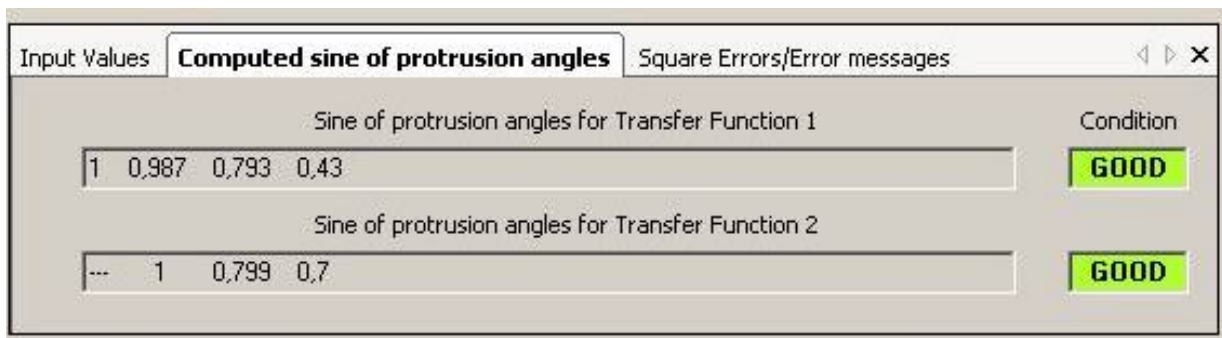
## 5 Příklad použití a výsledky

### 5 Příklad použití a výsledky

#### 5.1 Příklad: Návrh PD regulátoru

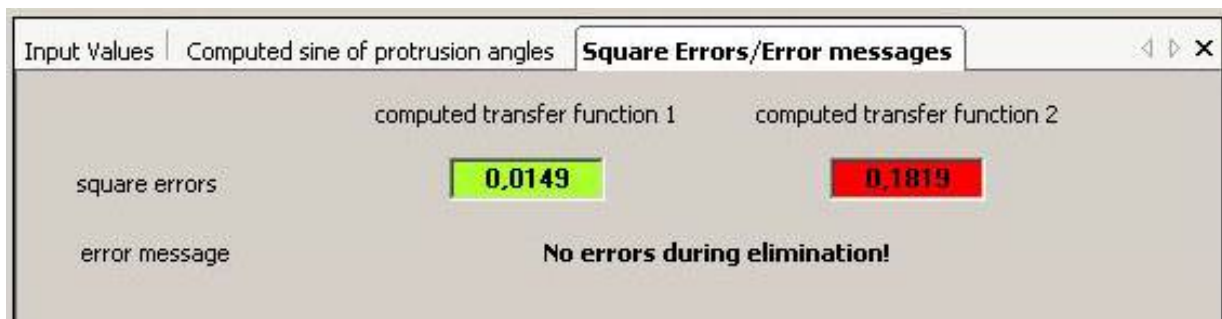
Předpokládejme, že na neznámé soustavě s přenosem třetího řádu  $P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$

jsme naměřili s dostatečnou přesností pět bodů frekvenční charakteristiky na frekvencích [0.3, 0.5, 1, 1.5, 2]. Změřené hodnoty zesílení činí [0.879, 0.715, 0.354, 0.17, 0.08] a hodnoty změřené fáze ve stupních [-50, -79.69, -135, -168.93, -190]. Naměřené hodnoty zadáme do programu formou vstupního textového souboru, případně zadáme ze zadávacího formuláře.



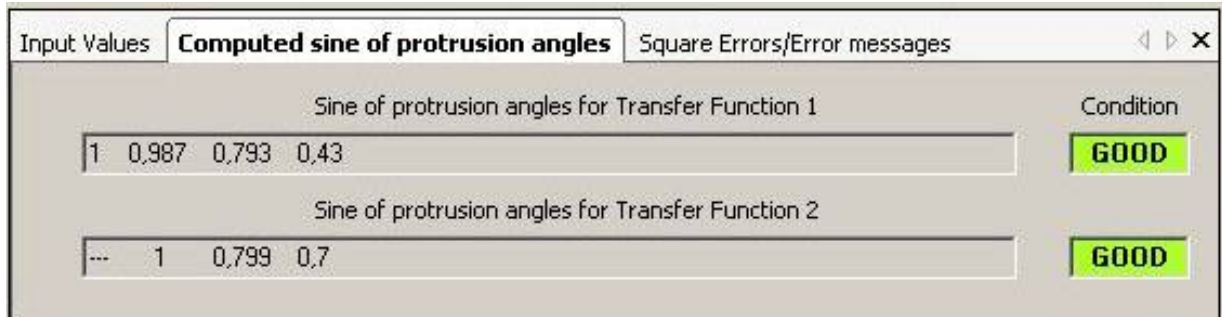
Obr. 5.1.1 Vstupní naměřené hodnoty

Následně zvolíme řád hledané přenosové funkce. Můžeme použít např. stejný řád jako předpokládáme u neznámé soustavy (řád jmenovatele=0, řád čitatele=3). Po dosazení požadovaných řádů program nabízí dvě dostupné soustavy. První z nich je požadovaná soustava (řád jmenovatele=0, řád čitatele=3), druhá soustava (řád jmenovatele=0, řád čitatele=2). Soustavu vybíráme např. podle relativních chyb výpočtu přenosových funkcí (viz. Obr. 5.1.2) s přihlédnutím k hodnotám sinů vyčnívání (viz. Obr 5.1.3.). Volbu soustavy provedeme podle nejmenší relativní chyby výpočtu přenosové funkce, přičemž nejmenší sinus úhlu vyčnívání v příslušné soustavě neměl být menší než 0,005 z důvodu přesnosti.



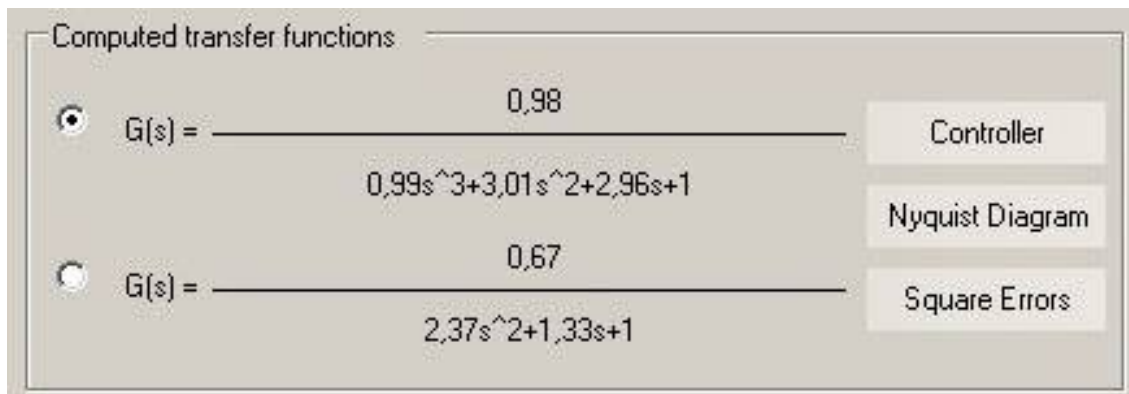
Obr. 5.1.2 Relativní chyby výpočtu přenosových funkcí

## 5 Příklad použití a výsledky



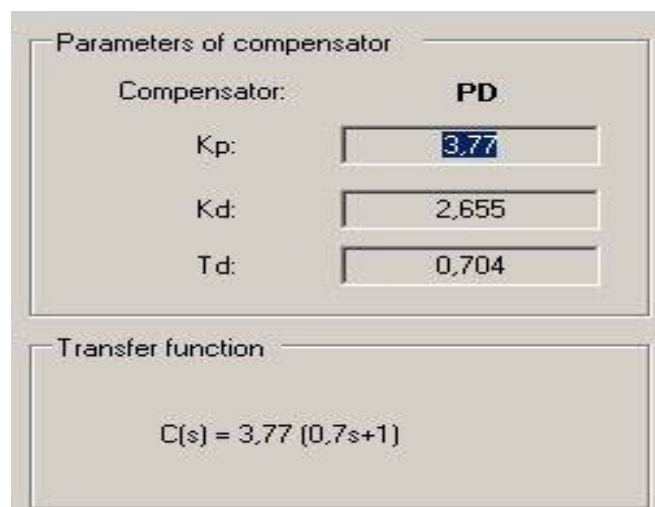
**Obr. 5.1.3 Hodnoty sinů úhlů vyčnívání**

Volíme soustavu, která odpovídá požadavku nejmenší relativní chyby. V našem případě toto odpovídá soustavě 1 (viz. Obr. 5.1.3.). Hodnoty 'GOOD' signalizují, že při výpočtu nedošlo k poklesu sinů úhlů vyčnívání pod požadovanou mez 0.005.



**Obr. 5.1.4 Vypočtené přenosové funkce**

Nyní zvolíme-li hodnotu fázové bezpečnosti např.  $60^\circ$ , získáme konstanty regulátoru s přenosovou funkcí  $C(s) = 2.64s + 3.77$ .

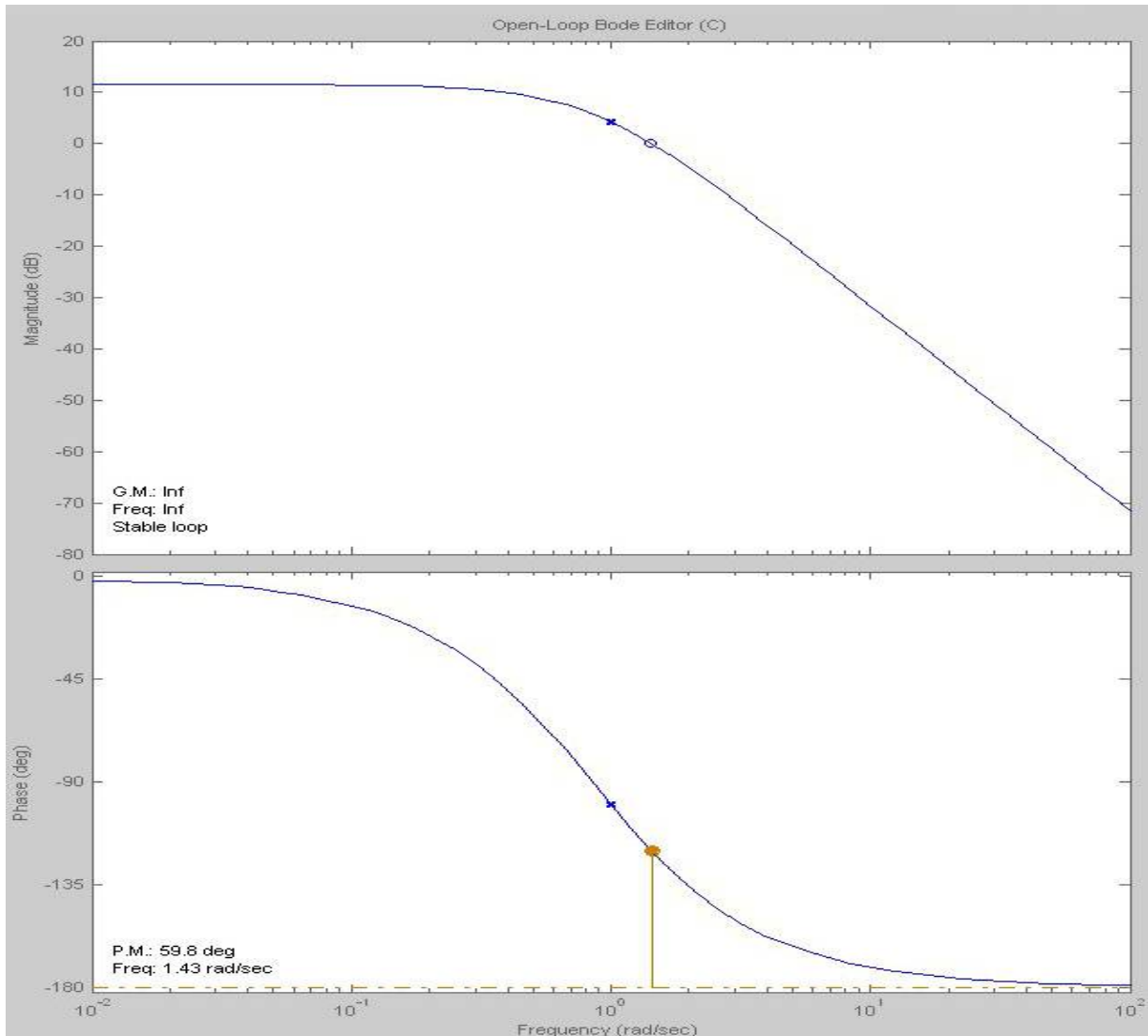


**Obr. 5.1.5 - Vypočtené konstanty PD regulátoru**



## 5 Příklad použití a výsledky

Tento regulátor skutečně zajistí přenos otevřené smyčky, jehož frekvenční charakteristika má skutečně fázovou bezpečnost skutečně ( $59.8^\circ \sim 60^\circ$ ), o čemž se můžeme přesvědčit např. v Matlabu pomocí nástroje **sisotool** (viz. Obr. 5.1.6).



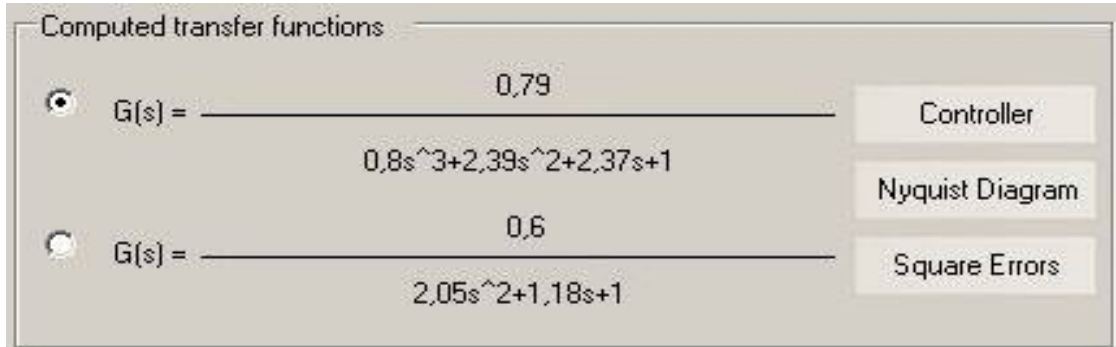
Obr. 5.1.6 - Amplitudová a fázová bezpečnost soustavy s PD regulátorem

### Vliv chyb měření:

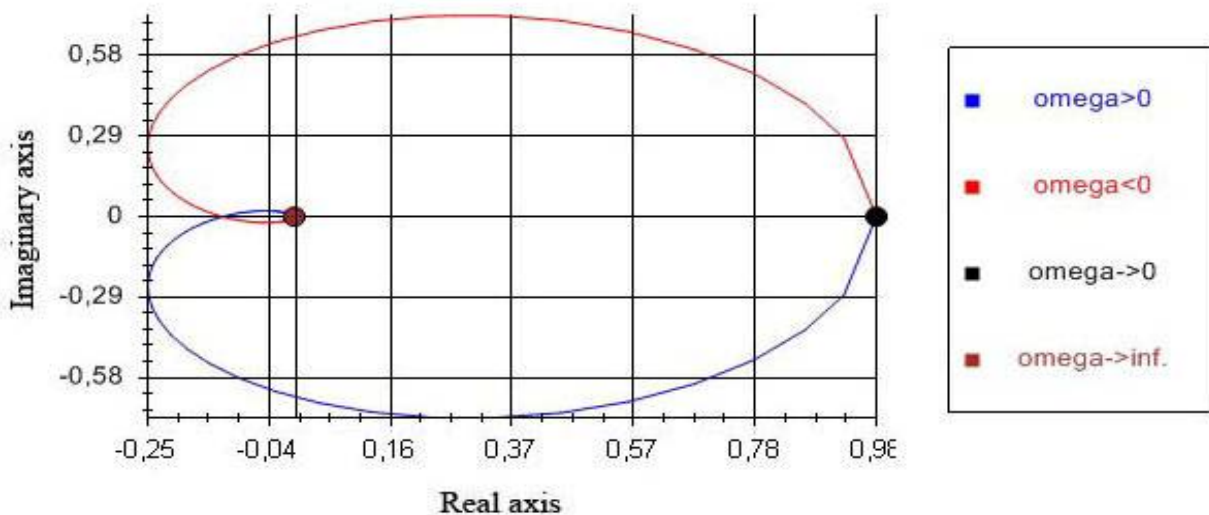
Pokud se při měření jednotlivých bodů frekvenční charakteristiky dopustíme výrazných náhodných chyb s nulovou střední hodnotou, může při větším počtu změřených bodů použitá metoda nejmenších čtverců chyby vyrovnat. Nyní zkusíme zašumět data např. fází gaussovskou chybou ( Pozn: Jako generátor náhodných chyb s nulovou střední hodnotou byla použita funkce *randn* v Matlabu). Po zašumění zjistíme, že se původní přenos  $P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$  výslednému

## 5 Příklad použití a výsledky

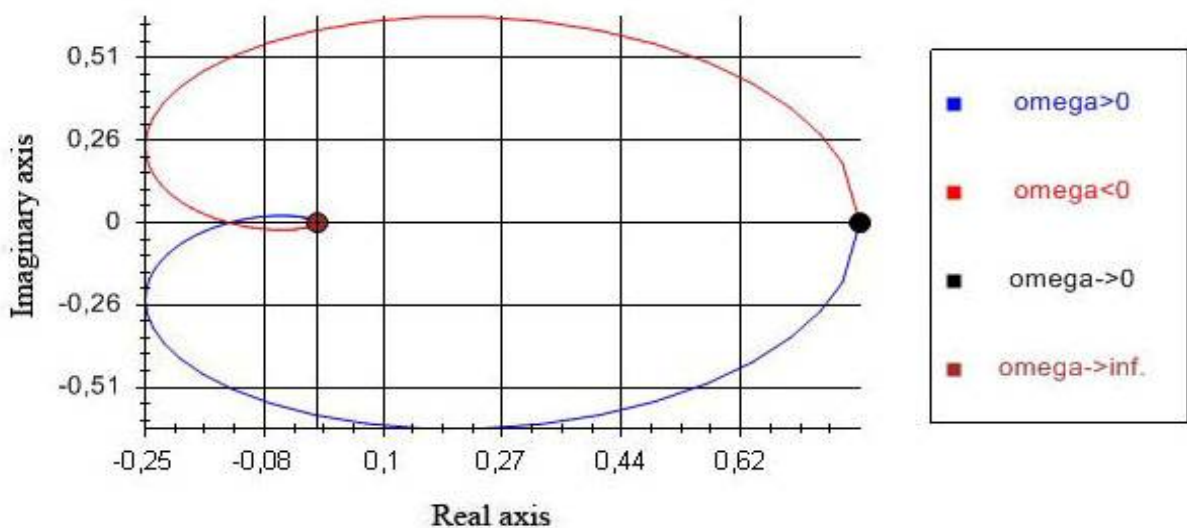
zčásti podobá, ale ve většině případů tomu tak není (viz př. 5.2 v kapitole 5). Avšak při porovnání frekvenčních charakteristik původního a zašuměného přenosu zjistíme, že výsledná frekvenční odezva je podobná původní frekvenční odezvě systému (viz. Obr 5.1.8 a 5.1.9).



Obr. 5.1.7 - Vypočtené přenosové funkce zašuměných vstupních dat fáze



Obr. 5.1.8 Frekvenční charakteristika v komplexní rovině původního systému



Obr. 5.1.9 Frekvenční charakteristika v komplexní rovině zašuměného systému

## 5 Příklad použití a výsledky

### 5.2 Příklad: Určení frekvenčního přenosu ze zarušené frekvenční charakteristiky

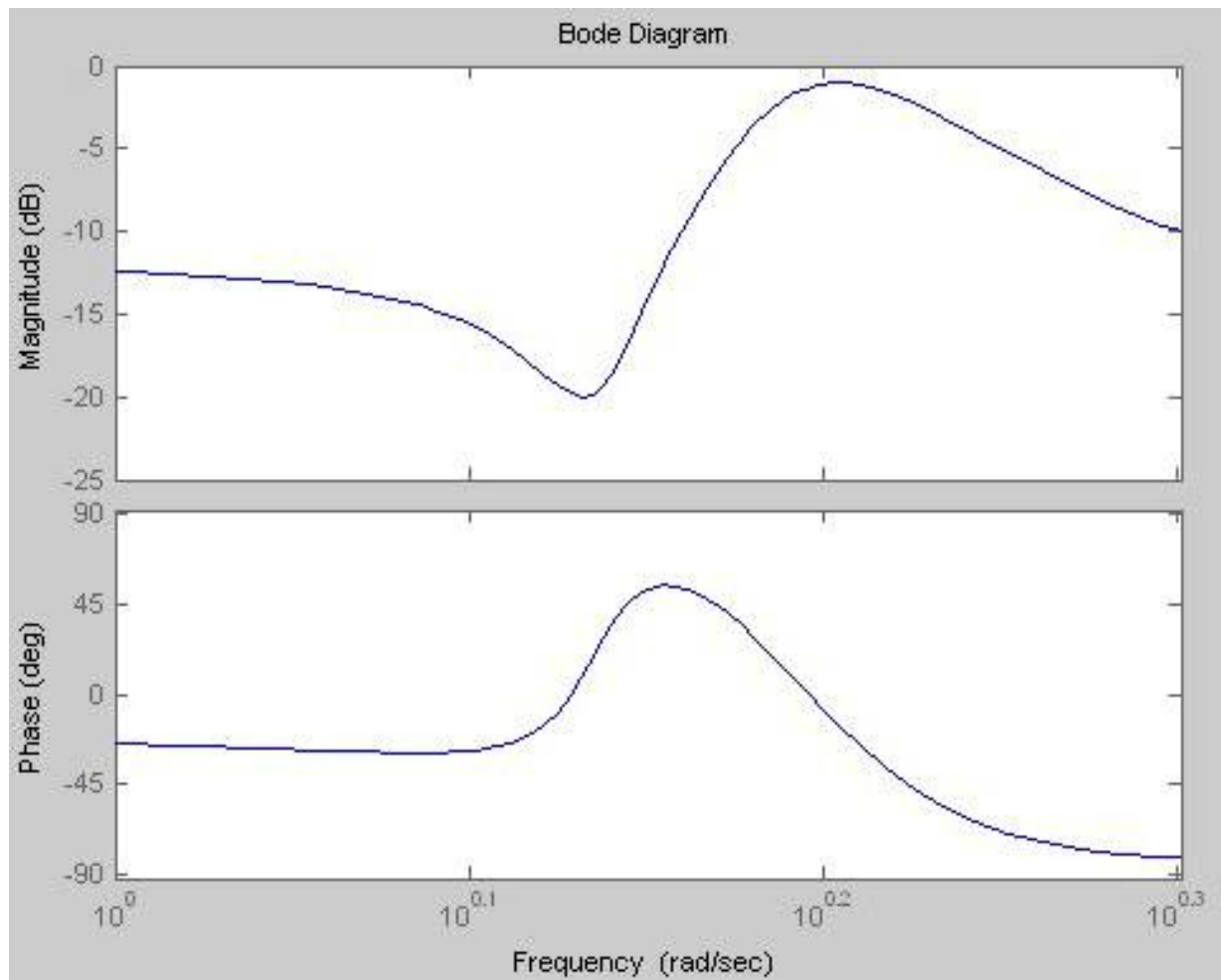
Jako vstupní data předpokládejme data změřené na soustavě  $P(s) = \frac{5s + 10}{s^3 + 2s^2 + 3s + 4}$ .

Pro nezašuměná data získáváme správný výsledek pro přenos třetího řádu

$P(s) = \frac{1.25s + 2.5}{0.25s^3 + 0.5s^2 + 0.75s + 1}$ . Ovšem stačí vstupní data trochu zašumět např. fázi

gaussovskou chybou a získáváme úplně jiný přenos  $P(s) = \frac{-0.1672s + 2.2205}{0.00398s^3 + 0.4175s^2 + 0.1465s + 1}$ ,

který se původnímu vůbec nepodobá. Přesto je jejich frekvenční charakteristika dosti podobná. Toto můžeme posoudit v Matlabu (viz. obr. 5.2.1 Frekvenční charakteristika rozdílu původního a vypočteného systému).



**Obr. 5.2.1 Frekvenční charakteristika rozdílu původního a vypočteného systému**

Z obrázku je zřejmé, že v daném rozsahu frekvencí (1..2) rad/s frekvenční charakteristika rozdílu liší jen velmi málo přibližně o -20 dB.

### 6 Závěr

Tato bakalářská práce měla původně vzniknout jako skromná součást projektu „Intelligentního návrháře“ ve spolupráci s UNIS s.r.o. Brno. Avšak v důsledku problémů, s kterými jsem se setkal v průběhu odlaďování klíčových procedur programu, se z časových důvodů vydání projektu tato práce již nestala jeho součástí. Tudíž v současné době je tato práce využitelná jako samostatný program pro návrh regulátorů ze zadané frekvenční charakteristiky. V práci se podařilo realizovat návrhy jednotlivých typů regulátorů se zadanou fázovou bezpečností. Z větší části se jednalo o implementaci a přeprogramování převzatých funkčních bloků z prostředí Matlab do prostředí C#. Program je využitelný pro běžný návrh regulátorů ze zaručené vstupní frekvenční charakteristiky. Výsledky návrhu je možné posoudit na příkladech (viz. kapitola 5). Koncepce programu je vytvořena tak, aby program mohl být dále rozšířen o další metody návrhu regulátoru jako např. o popsané syntézy polohy pólů regulátoru (viz. kapitola 2.2) a empirické metody (viz. kapitola 2.3). Součástí bakalářské práce je přiložené CD se zdrojovými kódy, instalátorem a manuálem k programu.

## 7 Literatura a použité elektronické pomůcky

---

### 7 Literatura a použité elektronické pomůcky

- [1] John J.: *Systémy a řízení*, Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003.  
[2] Horáček P.: *Systémy a modely*, Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001

#### **elektronické pomůcky**

- [1] John J.: John, J.: texty a programy na <http://dce.felk.cvut.cz/sri2/onderka/ONDERKA/>  
nebo v adresáři X:\VYUKA\TAR\SRI\ONDERKA  
[2] Lawson, R.C., Hanson, C.L.: *Solving Least Squares Problems*. Prentice Hall, Inc., 1974 – viz  
též <http://home.att.net/~hanson.kool/pubs2004.htm>  
[3] UNIS, spol. s.r.o.: *Development System – Programmer Guide*, 2006  
[4] Havel P.: *Frekvenční metody syntézy*

#### **použitý software**

- [1] Matlab Version 6.5.0.180913a Release 13  
[2] Microsoft Visual Studio 2003 .NET  
[3] knihovny Dot.Net.Magic 2.1.1.0 - v rámci licenčního ujednání UNIS spol. s.r.o. Brno  
[4] knihovny Graphic Server 1.1 Net - v rámci licenčního ujednání UNIS spol. s.r.o. Brno

### 7.1 Obsah přiloženého CD

CD obsahuje následující adresáře a soubory:

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>/Install/</b>            | Adresář obsahuje kompletní instalaci programu            |
| <b>/Zdrojové kódy/</b>      | Adresář se zdrojovými kódy v C#.                         |
| <b>/Dokumentace/</b>        | Tento adresář obsahuje uživatelskou příručku k programu. |
| <b>/bp_Onderka_2006.pdf</b> | Tento dokument ve formátu PDF.                           |

