ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta elektrotechnická
Katedra řídicí techniky

Bakalářská práce

Hladinová regulace na vodních tocích

Praha, 2012

Autor: *Tomáš Ryčl*

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Tomáš Ryčl**

Studijní program: Kybernetika a robotika
Obor: Systémy a řízení

Název tématu: **Hladinová regulace na vodních tocích**

Pokyny pro vypracování:

1 Seznamte se s literaturou zabývající se matematickým modelováním malých vodních elektráren a s dokumentací k VD Březová.
2 Vytvořte matematický model VD Březová pro účely řízení hladiny nádrže.
3 Proveďte identifikaci řízené soustavy.
4 Navrhněte algoritmus hladinové regulace a ověřte jej na navrženém modelu.

Seznam odborné literatury:

[1] Brown, F.T. (2007). Engineering system dynamics : A Unified Graph-Centered Approach, Taylor & Francis Group, Boca Raton
[2] De Jaeger E., N. Janssens, B. Malfliet, and F. Van De Meulebroeke, Hydro turbine model for system dynamic studies,IEEE Trans. Power Syst., vol. 9, no. 4, pp. 1709-1715, Nov. 1994.
[3] Janna W.S. (2010). Introdusction to Fluid Mechanics, Taylor & Francis Group, Boca Raton
[4] Melichar J., J. Vojtek a J. Bláha (1998). MALÉ VODNÍ TURBÍNY - Konstrukce a provoz, Vydavatelství ČVUT, Praha

Vedoucí: Ing. Radek Beňo

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2012/2013

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 15. 11. 2011

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze, dne ...24.5.2012.....

.....

Podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval především vedoucímu mé bakalářské práce Radkovi Beňovi za jeho pomoc. Za konzultace, na které si udělal čas vždy když jsem potřeboval něco probrat a při kterých jsem se dozvěděl spoustu nových věcí nejenom z oblasti modelování a řízení. Za jeho vstřícný přístup, za připomínky k mé práci a za to, že mi zadal toto zajímavé téma. Velký dík patří také panu Petrovi Kalandrovi za poskytnutí dat k VD Březová. Také děkuji všem ostatním, kteří mě při studiu a při tvorbě této práce podporovali.

Abstrakt

V této práci je odvozen matematický model malé vodní elektrárny pro potřeby řízení hladiny v přehradě. Je k tomu využita metoda vazebních grafů. To je univerzální metoda pro modelování dynamických sytémů různé fyzikální podstaty, případně jejich propojení. Poté je provedena identifikace soustavy podle parametrů vodního díla Březová. Model je lineárně aproximován v jednom pracovním bodě. Na model je navrženo zpětnovazební řízení pomocí PI regulátoru s přímovazebním proporcionálním regulátorem od poruchy. Při regulaci je kladen důraz na omezení, jejichž účelem je, aby elektrárna příliš nezatěžovala životní prostředí ve svém okolí. Nakonec je navržen algoritmus rozvržení celkového průtoku jednotlivými turbínami. Hlavním kritériem pro jejich výběr je to, které turbíny mají za daných podmínek nejvyšší účinnost.

Abstract

In this paper a mathematical model of small hydro plant for the purpose of control design is developed. The bond graph method is used to obtain the model. It is an universal method for modeling of dynamic systems of various physical nature or their interconnection. Then an identification of the system is carried out, using parameters of hydro plant Březová. The model is lineary aproximated in an operational point. Then the PI feedback controller and feedforward proportional controller are designed. In control designing the emphasis is placed on limitations, given by the need to be environment friendly. In the end an algorithm for distribution of water flow among the turbines is proposed . The main criterion is to run turbines with the highest efficiency possible.

Obsah

1 Úvod **1**

1.1 Cíl práce . . . 1

1.2 Vodní elektrárny . . . 1

1.3 Vodní dílo Březová . . . 2

1.4 Obecné informace . . . 2

1.5 Technické údaje . . . 2

1.6 Popis Francisovy turbíny . . . 4

2 Matematický model **6**

2.1 Předpoklady . . . 6

2.2 Vazební graf . . . 6

2.2.1 Stručný úvod do vazebních grafů . . . 6

2.2.2 Vytváření vazebního grafu . . . 7

2.3 Vytvoření rovnic . . . 8

2.3.1 Inertance potrubí I . . . 9

2.3.2 Resistance potrubí R . . . 9

2.3.3 Poddajnost nádrže f_c . . . 10

2.3.4 Resistance pro ventil f_R . . . 11

2.3.5 Nelineární model . . . 12

2.3.6 Vyčíslení parametrů nelineárního modelu . . . 12

2.4 Simulace nelineárního modelu . . . 16

3 Návrh řízení **18**

3.1 Lineární aproximace modelu . . . 18

3.2 Návrh řízení . . . 19

3.2.1 Nastavení parametru K_p . . . 20

3.2.2 Nastavení parametru K_i . . . 23

3.2.3 Simulace systému s regulátorem . . . 25

3.3 Diskretizace regulátoru . . . 26

3.4 Přímá vazba . . . 29

3.5 Rozložení na turbíny . . . 30

3.6 Porovnání s reálným systémem . . . 34

4 Závěr **36**

Seznam obrázků

1 Bezpečnostní přeliv . . . 3
2 Francisova turbína . . . 4
3 Francisova turbína kolmo na osu otáčení . . . 5
4 Schéma modelu . . . 7
5 Vazební graf . . . 8
6 Nádrž: a) nárys, b) bokorys . . . 11
7 satelnitní snímek . . . 14
8 Model nádrže . . . 15
9 simulace 1: průtok . . . 16
10 simulace 2: vypouštění . . . 17
11 Blokové schéma systému s regulátorem . . . 20
12 Akční zásahy neomezeného regulátoru . . . 21
13 Akční zásah omezeného regulátoru . . . 22
14 Změna hladiny pro omezený regulátor . . . 22
15 Původní systém, Fiktivní systém . . . 23
16 Root Locus, RL přiblížení, RL detail nejpomalejšího pólu . . . 24
17 Odezvy pro různé hodnoty K_i . . . 25
18 Simulace odolnosti vůči rušení . . . 26
19 Simulace odolnost vůči většímu rušení . . . 26
20 Odezva na rušení . . . 27
21 Akční zásah diskrétního regulátoru . . . 27
22 Hladina pro různé hodnoty K_p . . . 28
23 Akční zásah pro různé hodnoty K_p . . . 28
24 Blokové schéma s přímou vazbou . . . 29
25 Ladění přímé vazby, střední hodnota přítoku $0.241 m^3 s^{-1}$ . . . 29
26 Porovnání přítoku a odtoku . . . 30
27 Chování hladiny . . . 30
28 Účinnostní křivka francisovy turbíny . . . 31
29 Algoritmus rozložení průtoku na turbíny . . . 33
30 Simulace po zavedení algoritmu rozložení průtoku . . . 33
31 Simulace pro malé průtoky . . . 34
32 Porovnání přítoků . . . 34
33 Porovnání odtoků . . . 35
34 Porovnání hladin . . . 35

Seznam tabulek

1 Vzdouvací objekt-hráz 3
2 Spodní výpusti 3
3 Bezpečnostní přeliv 3
4 Malá vodní elektrárna 3
5 Nádrž 4
6 Zobecněné úsilí a rychlost 6
7 Tabulka stavů a přechodů 32

Seznam příloh

A Obsah přiloženého CD

Seznam symbolů

η ..... účinnost $[-]$
Q ..... objemový průtok $\left[m^3 s^{-1}\right]$
h ..... výška hladiny $[m]$
P ..... hydrostatický tlak $\left[N \cdot m^{-2}\right]$
q ..... zobecněná výchylka
p ..... zobecněná hybnost
$\mathcal{P}$ ..... výkon $[W]$
e ..... zobecněné úsilí
$\mathcal{T}$ ..... kinetická energie $[J]$
R ..... rezistance $\left[kg \cdot m^{-4} s^{-2}\right]$
I ..... inertance $\left[m^4 kg^{-1}\right]$
C ..... poddajnost $\left[kg^{-1} \cdot m^5 s^2\right]$
l ..... délka $[m]$
ρ ..... hustota $\left[kg \cdot m^{-3}\right]$
g ..... gravitační zrychlení $\left[m \cdot s^{-2}\right]$
A ..... obsah $\left[-m^2\right]$
μ ..... absolutní viskozita nestlačitelné kapaliny $\left[N \cdot s \cdot m^{-2}\right]$
v ..... rychlost $\left[m \cdot s^{-1}\right]$
V ..... objem $\left[m^3\right]$
$\mathcal{V}$ ..... poetnciální energie $[J]$

1 Úvod

V dnešní moderní době jsme obklopeni elektřinou. Je využívána jako hlavní zdroj energie v průmyslu i v domácnostech. Život bez ní si většina z nás ani nedovede představit. Vždyť kolik vzruchu a paniky způsobí pouze krátký výpadek proudu večer při sledování televize. Tím se dostáváme k otázce získávání elektrické energie. Elektrická energie je získávána z elektráren přeměnou jiné formy energie na energii elektrickou. Aby bylo možné získat tyto formy energie, jsou potřeba určité zdroje. Základní dělení těchto zdrojů z hlediska jejich dostupnosti v širším časovém horizontu je dělení na zdroje obnovitelné a neobnovitelné. Rozdíl spočívá v tom, že u obnovitelných zdrojů se nepředpokládá, že bychom je mohli všechny spotřebovat. Buď jsou tak velké, že lidstvo není schopno za celou svou existenci tuto energii vyčerpat(např. solární energie) a nebo se tyto zdroje přírodními procesy samy doplňují rychleji, než je člověk schopen je čerpat(vodní, větrná). Naproti tomu neobnovitelné zdroje nejsou nekonečné a může jednoho dne dojít k jejich vyčerpání. K těmto zdrojům patří zejména ropa, uhlí a zemní plyn. Tyto zdroje navíc zatěžují mnohem více životní prostředí než zdroje obnovitelné. V dnešní době se využívají neobnovitelné zdroje daleko více než obnovitelné. Důvodem jsou převážně nižší výrobní náklady elektráren využívajících neobnovitelné zdroje a také jejich vyšší účinnost. Ne každý stát má však své zdroje těchto surovin a je tak závislý na importu z jiných zemí, vzhledem k tomu, že se budou zásoby stále zmenšovat, dá se očekávat nárůst ceny energií, případně i jejich špatná dostupnost. To a mnohé další je důvodem, proč se stále více budují elektrárny vodní, větrné a solární, a to i přes jejich výrazně větší pořizovací cenu. V této práci se budeme zabývat elektrárnami vodními.

1.1 Cíl práce

Tato práce si klade za úkol navrhnout regulátor pro reálný systém a popsat jeho návrh od začátku až do konce. V první kapitole bude odvozen matematický model nádrže s potrubími a turbínami. Využijeme k tomu metodu *vazebních grafů* představenou v [1]. Je to "white-box" metoda, umožňující nalézt stavové diferenciální rovnice systému ze znalosti jeho podsystémů a výkonových vazeb mezi nimi. Tyto rovnice poté lineárně aproximujeme ve vhodně zvoleném pracovním bodě. Ten bude vybrán s ohledem na to, aby turbíny dodávaly generátoru co největší množství energie. Čím je vyšší rozdíl mezi výškou hladiny a turbíny, tím větší výkon turbína dodává. V kapitole třetí bude na lineárním modelu navržen regulátor pro řízení hladiny, který bude udržovat hladinu ve zvoleném bodě a bude dodržovat omezení, která jsou na něj kladena potřebami okolního prostředí (např. průtok pod hrází se musí pohybovat v určitých mezích a neměl by se moc rychle měnit). Poté bude navržen algoritmus řízení turbín, který je bude podle jejich provozních charakteristik otvírat a zavírat tak, aby byl vždy dosažen vysoký výkon, který pak můžeme převést na generátor.

1.2 Vodní elektrárny

Vodní elektrárny přeměňují mechanickou energii vody na energii elektrickou. Samotná přeměna se děje v turbínách, které přes hřídel pohánějí generátor. Aby bylo možné vytvořit

tímto způsobem co nejvíce energie, je potřeba aby voda měla co největší energii při vstupu do turbíny a odcházela z ní s energií co nejmenší. Vysoká energie vody se zajišťuje budováním hrází, které způsobí výškový rozdíl hladin. Tento výškový rozdíl určuje potenciální energii, kterou má voda v nádrži a která může být předána turbíně. Vodní elektrárny se dělí z hlediska instalovaného výkonu v souladu s ČSN 75 0128 na:

- Malé - s instalovaným výkonem do 10MW
- Střední - s instalovaným výkonem od 10MW do 200MW
- Velké - s instalovaným výkonem nad 200MW

Důvody proč stavět vodní hráze je několik, mezi nejdůležitější patří:

- Výroba energie - primárním účelem vzniku elektrárny je výroba elektrické energie
- Regulace toku - primárním účelem je regulace toku na kterém elektrárna vznikla, sekundárním je výroba elektrické energie

V našem případě se budeme zabývat vodním dílem Březová, které vzniklo především jako ochrana města Karlovy Vary před povodní. Proto je pro nás hlavním cílem regulace hladiny vody v nádrži a sekundárním pak výroba elektrické energie.

1.3 Vodní dílo Březová

1.4 Obecné informace

Vodní dílo Březová patří svým instalovaným výkonem mezi malé vodní elektrárny. Leží na řece Teplá v katastru obce Březová. Jedná se o nejstarší betonovou přehradu na území ČR. Jejím hlavním účelem je ochrana města Karlovy Vary před povodněmi, dalšími jsou zajištění minimálního průtoku v profilu limnigrafu Březová-odtok a zajištění periodických proplachů koryta pod hrází. Tento minimální průtok je stanoven na $0.22m^3s^{-1}$ Vedlejším účelem nádrže je výroba elektrické energie, regulovaný chov pstruhových ryb, vylepšování průtoků pod hrází vodního díla Březová pro pořádání kanoistických závodů a výkon rybářského práva. Podle [3] Vodní dílo Březová zajišťuje společně s VD Stanovice 100letou ochranu města Karlovy Vary před povodněmi nad průtokem $90m^3s^{-1}$ pro povodňovou vlnu ze souboru ročních maxim, letní i zimní povodňovou vlnu. VD Březová sníží při plném zásobním prostoru kulminační průtok 100leté letní povodňové vlny z hodnoty $140m^3s^{-1}$ na $67m^3s^{-1}$. Hladina v nádrži přitom dosáhne kóty 430,79 m n. m. Zimní 100letou povodňovou vlnu sníží z hodnoty $103m^3s^{-1}$ na $77m^3s^{-1}$. Hladina v nádrži přitom dosáhne kóty 429,94 m n. m [3].

1.5 Technické údaje

Technické údaje jsou získané z [3]. Budeme je potřebovat k vyčíslení parametrů v diferenciálních rovnicích. Jsou to údaje o průměrech a délkách potrubí[1], o rozměrech nádrže a o turbínách.

[1] DN je označní pro nominální průměr potrubí(Nominal Diameter) v mm. Tato hodnota není přesná, ale je zaokrouhlena na „pěkné" číslo. Není to přesný průměř vnitřního průřezu potrubí.

kóta koruny hráze	433.95 m n. m.
délka koruny hráze	228.8 m

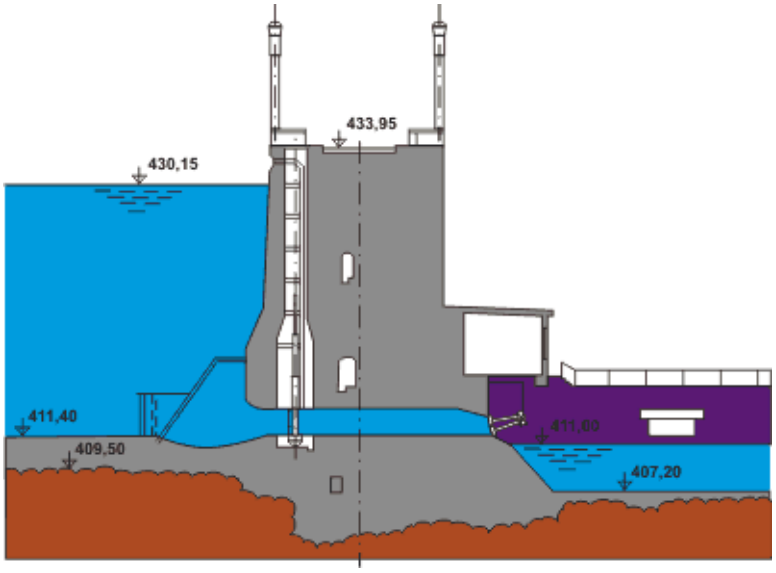
Tabulka 1: Vzdouvací objekt-hráz

průměr spodní levé výpusti DN	2100mm
průměr spodních pravých výpustí 2 * DN	1500mm
délka spodní výpusti levé	19.3m
délka spodních výpustí pravých	20.05m
kapacita spodní výpusti levé při hladině zásobního prostoru	$47.06m^3s^{-1}$
kapacita spodních výpustí pravých při hladině zásobního prostoru	2 * $23.50m^3s^{-1}$

Tabulka 2: Spodní výpusti

kóta koruny přelivu (přepadové hrany)	430.15 m n. m.
celková kapacita přelivu při max. hladině v nádrži	$179.8m^3s^{-1}$

Tabulka 3: Bezpečnostní přeliv



Obrázek 1: Bezpečnostní přeliv

	soustrojí č. 1,2	soustrojí č. 3
turbína	Francisova: 2 × F30H (ČKD Blansko)	čerpadlo:Sigma – 400 QVC 350 LN F/2
max. spád	20.0 m	20,0 m
max. hltnost	$1,3m^3s^{-1}$	$0,250m^3s^{-1}$
max. výkon turbíny	216 kW	42 kW
generátor	2 × Siem. Drásov AP 355 M - 10 GE	MEZ Frenštát 1F 225 M - 06
instalovaný výkon	2 × 130 kW	30 kW

Tabulka 4: Malá vodní elektrárna

kóta dna nádrže	409,40 m n. m.
hladina stálého nadržení	422,70 m n. m.
hladina zásobního prostoru	424,50 m n. m.
hladina ovladatelného prostoru	430,15 m n. m.
maximální hladina	431,40 m n. m.
ovladatelný prostor	4,698 mil. m^3
celkový prostor	5,687 mil. m^3

Tabulka 5: Nádrž

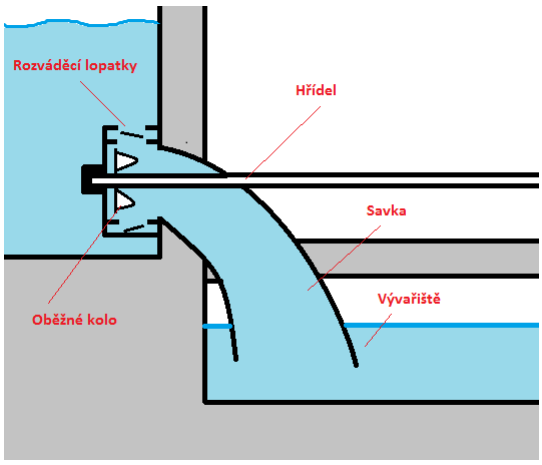
Pro regulaci hladiny za normálních okolností jsou využívány turbíny. Pokud hrozí povodňové nebezpečí, používají se základové výpustě.

1.6 Popis Francisovy turbíny

Umístění turbíny v přehradě vidíme na obr. 2. Turbína je systém, který umožňuje přeměnu kinetické energie vody na rotační energii hřídele. Ideální turbína by tak činila beze ztrát. Francisova turbína je turbína přetláková. Přetlakové turbíny jsou využívány především ve vodních elektrárnách s hrází. Pracovní médium(voda) mění při průchodu turbínou svůj tlak a tím odevzdává část své energie. Takto přenesený výkon se dá vyjádřit jako

$$\mathcal{P} = P_{in}Q - P_{out}Q = (P_{in} - P_{out})\,Q \tag{1}$$

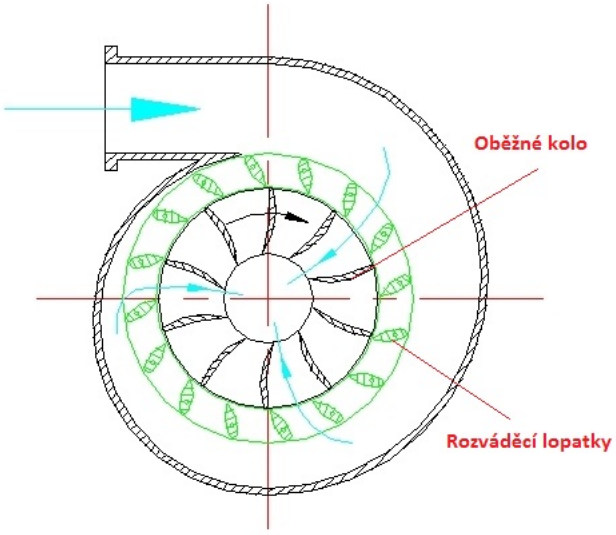
kde $\mathcal{P}[W]$ je výkon přenesený na turbínu, $P_{in}, P_{out}[Pa]$ představují tlak vody před resp. za turbínou a $Q[m^3s^{-1}]$ je průtok přes turbínu. Francisova turbína je nejdéle využívaným typem moderních turbín. Její řešení vycházelo z Howdyho turbíny. Současné řešení využívá Finkovy myšlenky, regulace průtoku turbínou natáčením rozváděcích lopatek. Ke snížení hydrodynamických ztrát na výstupu slouží sací trouba(savka), kterou vymyslel pan Henschel [2].



Obrázek 2: Francisova turbína

Voda přichází do turbíny přes polohovatelné rozváděcí lopatky, které jsou řízeny automatickým regulátorem a jejichž sklon určuje, v jakém úhlu dopadne voda na lopatky

oběžného kola a kolik energie jí předá. Lopatky oběžného kola nejsou polohovatelné, a tím je i pevně dán tvar účinnostní křivky Francisovy turbíny(narozdíl od turbíny Kaplanovy). Rozváděcí a oběžné lopatky můžeme vidět na obrázku 3[2]. Jejich sklon určuje i průtok turbínou, jelikož ten závisí na energii, kterou má voda opouštějící turbínu.



Obrázek 3: Francisova turbína kolmo na osu otáčení

V oběžném kole dochází k samotné přeměně energie vody na rotační energii hřídele.Z oběžného kola voda putuje do savky, která ústí do vývařiště. Savka je konstruována tak, aby v ní voda opouštějící turbínu měla co nejnižší tlak.

[2]Zdroj obrázku:http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Girante_Francis.jpg?uselang=cs

2 Matematický model

V této sekci rozebereme předpoklady (2.1), podle kterých sestavujeme matematický model a jevy, které mají vliv na dynamiku systému. Poté sestrojíme metodou vazebních grafů stavové diferenciální rovnice s obecnými parametry (2.2) a vytvoříme nelineární model (2.2). Na tomto modelu poté provedeme simulace (2.4). Použitím dat z (1.5) následně vyčíslíme parametry. Oba modely budeme simulovat v prostředí MATLAB Simulink a porovnáme jejich chování.

2.1 Předpoklady

Předpokládáme, že dynamika turbín a generátoru je oproti dynamice nádrže a potrubí tak rychlá [7], že si můžeme dovolit jí zde zandebat a budeme modelovat pouze nádrž s potrubími. Ze stejného důvodu můžeme zanedbat i dynamiku natáčení rozváděcích lopatek turbín a dobu otevírání a zavírání ventilů. Budeme předpokládat, že voda se chová jako ideální kapalina, tzn., že je dokonale nestlačitelná a neprojevuje se v ní vnitřní tření. Rychlost vody v potrubí je relativně malá a a proto proudění můžeme považovat za laminární. Zanedbáme pružnost potrubí.

2.2 Vazební graf

2.2.1 Stručný úvod do vazebních grafů

Metoda vazebních grafů je univerzální metoda pro vytáření matematických modelů systémů, bez ohledu na to, zda se jedná o systémy elektrické, mechanické, hydraulické, teplotní a jiné (popř. i jejich spojení). Klíčovou roli zde hraje přenášený výkon mezi jednotlivými prvky systému. Nehledě na oblast, ve které se systém nachazí je možné si vyjádřit výkon jako součin *zobecněného úsilí* a *zobecněné rychlosti*

$$\mathcal{P} = e \cdot \dot{q} \tag{2}$$

kde $P[W]$ je výkon přenášený přes vazbu, e je zobecněná síla (nebo-li úsilí) a $\dot{q}$ je zobecněná rychlost (nebo-li tok)[1]. V tabulce 6 vidíme konkrétní fyzikální veličiny pro různé systémy.

Fyzikální oblast	zobecněné úsilí e	zobecněná rychlost f
Kapaliny	$p[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}]$	$q[m^3 s^{-1}]$
elektrické obvody	$u[kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}]$	$i[A]$
pohyb translační	$F[kg \cdot m \cdot s^{-2}]$	$v[m \cdot s^{-1}]$
pohyb rotační	$M[kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}]$	$\omega[s^{-1}]$

Tabulka 6: Zobecněné úsilí a rychlost

Uzly grafu jsou označovány "0" pro uzel zachovávající na všech vazbách zobecněné úsilí a "1" pro uzel zachovávající zobecněnou rychlost. Koncovými uzly grafu jsou prvky, které spotřebovávají nebo akumulují energii:

1. *Energie spotřebována.* to se děje buď změnou na jinou formu energie, pro nás neužitečnou (např. teplo), nebo spotřebou na zátěži. Spotřebu energie do grafu vyznačíme

pomocí rezistancí **R**. V našem případě rezistance představují dlouhá úzká potrubí, tření hřídele, nevyužitou hydraulickou energii po průchodu turbínou a ztrátové jevy v turbínách jako nárazy proudu vody na překážku, vzniky vírů, viskózní tření, kavitace.

2. Energie je dočasně akumulována ve formě *potenciální energie* sloupce vody. To se děje v nádrži. Modelujeme ji jako poddajnost **C**.

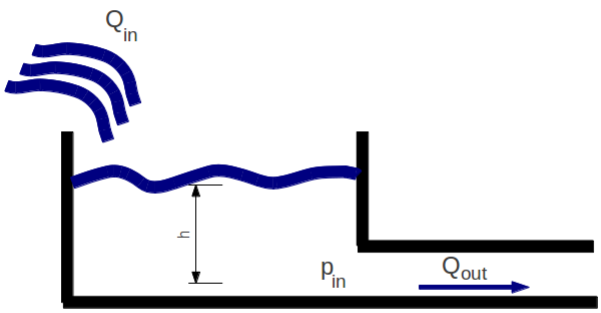
3. Energie je dočasně akumulována ve formě *kinetické energie*. To se děje v dlouhých potrubích a na hřídeli turbíny. Modelujeme je jako inertanci **I**.

Dále pak prvky energii vytvářející: zdroje zobecněného úsilí a zobecněné rychlosti. Energie může také měnit svoji formu. K tomu dochází právě v turbínách kde se hydraulická energie mění na rotační energii hřídele a v generátoru, který přeměnuje tuto energii na energii elektrickou.

2.2.2 Vytváření vazebního grafu

Jako první je vhodné si vyznačit ve schématu pro nás důležitá místa, taková kde se zachovává buď zobecněná síla nebo zobecněné úsilí. Tato místa představují uzly ve vazebním grafu. Těmito místy jsou:

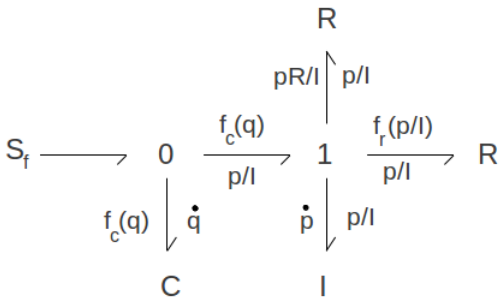
- otvor kudy vtéká voda z nádrže do potrubí, kde je zachován tlak
- potrubí, kde je zachován průtok
- místo kudy opouští voda soustavu, zachován průtok



Obrázek 4: Schéma modelu

Dalším krokem je nalezení zdrojů energie. Přítok Teplé do nádrže je ve vazebním grafu zdrojem zobecněné rychlosti. Výškové rozdíly budeme modelovat jako zdroje úsilí. Systém obsahuje jeden akumulátor potenciální energie a to je nádrž vodního díla Březová. Tento

prvek není v našem případě lineární a tak jemu odpovídající funkci vyznačíme v grafu jako $f_C(x)$. Ztrátové jevy v potrubí a turbíně budeme modelovat jako lineární resistanci. Kinetickou energii vody v potrubí jako lineární inertanci. Nespotřebovanou energii, kterou má voda po opuštění systému, budeme modelovat jako nelineární resistanci $f_R(x)$. Nakonec zbývá vyznačit ve grafu kauzalitu, pomocí čar kolmých na výkonovou vazbu. Umístění kauzální značky na jedné nebo druhé straně vazby nemění fyzikální vlastnosti modelu, je pouze vodítkem pro sestavení diferenciálních rovnic. Umístění kauzální značky říká, že směrem ke kauzální značce se šíří nezávislé úsilí a je k němu dopočítán tok, naopak na druhou stranu se šíří nezávislý tok. Kauzální značky umístíme tak, abychom všude získali integrální kauzalitu [1]. Výsledný vazební graf je vidět na obr. 5.



Obrázek 5: Vazební graf

2.3 Vytvoření rovnic

Pro uzly typu nula platí, že součet toků na všech jeho vazbách[3] je roven 0 a úsilí je na každé vazbě stejné,

$$\sum_{i=1}^{n} \dot{q}_i = 0, \tag{3}$$

kde $\dot{q}_i$ je tok nebo-li zobecněná rychlost u i-té výkonové vazby a n je počet vazeb uzlu s okolím. Pro uzel typu 1 platí totéž, tentokrát se zobecněnou silou.

$$\sum_{i=1}^{n} e_i = 0, \tag{4}$$

kde e_i je úsilí u i-té výkonové vazby. Těchto vztahů využijeme k vytvoření rovnic. U každé vazby už máme vyznačenu zobecněnou rychlost a zobecněnou sílu. Jsme tím pádem schopni pro každý uzel napsat rovnici (3) nebo (4).Tímto způsobem získáme 2 diferenciální rovnice popisující dynamické chování našeho modelu.

$$\dot{q} = Q_{in} - \frac{1}{I}p \tag{5}$$

[3]Šipka směřující do uzlu má kladné znaménko, směřující z uzlu má znaménko záporné.

$$\dot{p} = \frac{R}{I}p + f_C(q) + f_R\left(\frac{p}{I}\right) \tag{6}$$

kde $\dot{q}$ je zobecněná rychlost, Q_{in} je přítok do soustavy, I je hodnota inertance potrubí, $\dot{p}$ je zobecněná síla, R je rezistance potrubí. S takovými rovnicemi ještě není možné nijak pracovat, je zapotřebí vyjádřit si parametry I a R a funkce f_C a f_R pomocí konkrétních hodnot či funkcí.

2.3.1 Inertance potrubí I

Inertance vyjadřuje vztah mezi časovým integrálem zobecněné síly a zobecněnou rychlostí. Pro lineární inertanci (což je náš případ) platí

$$\dot{q} = \frac{1}{I}\int e = \frac{1}{I}p, \tag{7}$$

kde $\dot{q}$ vyjadřuje zobecněnou rychlost, $\int e = p$ je zobecněná hybnost a I je inertance. V případě hydraulických systémů má $\dot{p}$ stejnou dimenzi jako hydrostatický tlak. Další možnost jak pohlížet na inertaci, je jako na míru setrvačných vlastností média, přenášejícího výkon. Z toho dostaneme druhý vztah, ze kterého se dá inertance ovodit

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}I\dot{q}^2 = \frac{1}{2I}p^2, \tag{8}$$

kde $\mathcal{T}$ značíme kinetickou energii média (v případě hydraulických systémů je jím voda, u mechanických hřídel, ...). Vztahy (7) a (8) mohou posloužit k výpočtu inertance. V našem případě se jedná o inertanci rovného potrubí, jejíž hodnotu je podle [1]

$$I = \frac{\rho l}{A}, \tag{9}$$

kde $\rho\left[kg \cdot m^{-3}\right]$ je hustota vody, $l\,[m]$ je délka potrubí a $A\left[m^2\right]$ je obsah kolmého průřezu potrubí. Pro mechanický translační pohyb je inertance rovna hmotnosti tělesa $I = m\,[kg]$, pro mechanický rotační je rovna jeho momentu setrvačnosti $I = J\left[kg \cdot m^2\right]$ a pro elektrické je to indukčnost obvodu $I = L\,[H]$.

2.3.2 Resistance potrubí R

Resistance vyjadřuje úbytek energie média na zátěži nebo přeměnou na jinou formu energie, pro nás neužitečnou (např. teplo). Také na ni můžeme pohlížet jako na veličinu určující vztah mezi zobecněnou silou a zobecněnou rychlostí.

$$\dot{p} = R\dot{q}$$

V našem případě platí

$$\Delta P = RQ, \tag{10}$$

kde $\Delta P = P_{out} - P_{in}$ je rozdíl tlaku na vstupu vody do potrubí a na ventilu na konci potrubí. Tento rozdíl je způsoben tím, že mezi vodou a stěnami potrubí působí tření, přeměňující část

její energie na teplo. Pro tuto rezistanci platí vztah [1]

$$R = \frac{8\mu l}{\pi r^4}, \tag{11}$$

kde μ je absolutní viskozita nestlačitelné kapaliny, l je délka potrubí a r je vnitřní poloměr potrubí, kterým voda prochází.

2.3.3 Poddajnost nádrže f_c

Poddajnost C je prvek ve vazebním grafu, který v sobě akumuluje potenciální energii. Pro lineární poddajnost platí přímá úměra mezi zobecněným vychýlením q a zobecněným úsilím $\dot{p}$. Tento vztah pak vypadá následovně

$$\dot{p} = \frac{1}{C} q$$

Další způsob jak zadefinovat lineární poddajnost **C** je pomocí potenciální energie, kterou v sobě uchovává

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} C \dot{p}^2 = \frac{1}{2C} q^2,$$

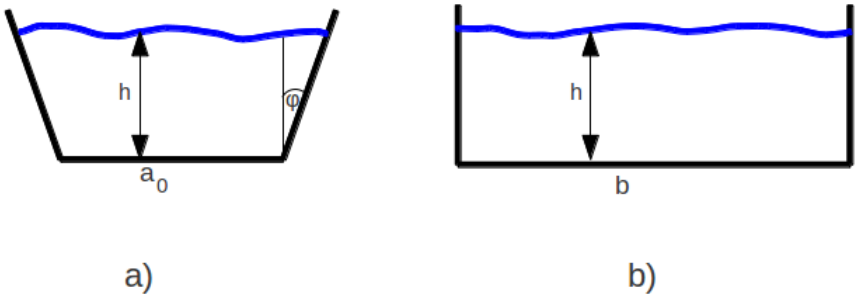
kde $\mathcal{V}$ je potenciální energie vody. U tekutin je možné potenciální energii shromažďovat dvěma způsoby. Jeden způsob je slačit tekutinu tak, že změní svůj objem. My však vodu považujeme za nestlačitelnou (2.1), proto můžeme tuto možnost uchování energie vynechat. Druhým způsobem je využít gravitaci. Sloupec vody v gravitačním poli má určitou potenciální energii. Nádrž vodního díla Březová pro nás tedy ve vazebním grafu představuje tuto poddajnost. V hydraulických systémech zobecněná síla představuje tlak $\dot{p} = P$ a zobecněná výchylka $\int \dot{q} = q = V$ je objem vody v nádrži. Aby mohla být tato poddajnost lineární, je potřeba, aby tlak rostl přímo úměrně se stoupajícím objemem

$$P = h\rho g = \frac{V}{A} \rho g, \tag{12}$$

kde A je obsah podstavy nádrže, V je objem vody v nádrži, h je hloubka vody v nádrži. V našem případě A není konstantní a tak tento vztah použít nemůžeme. Pro hledání f_c vyjdeme ze vztahu pro objem

$$V = \int A(h)\, dh, \tag{13}$$

kde $A(h)$ je funkční závislost obsahu plochy nádrže A na výšce hladiny h. Jelikož předpokládáme, že se budeme pohybovat pouze v malém okolí požadované hladiny, zjednodušíme si tvar nádrže tak, abychom ho mohli vyjádřit funkcí a zároveň odpovídal tvaru nádrže v okolí pracovního bodu. Nádrž budeme aproximovat jako hranol, s tvarem připomínajícím koryto.



Obrázek 6: Nádrž: a) nárys, b) bokorys

$A(h)$ poté vypočítáme jako

$$A(h) = (a_0 + 2h\mathrm{tg}\varphi)\, b, \tag{14}$$

integrací pak získáme objem.

$$V(h) = \int (a_0 b + 2h\mathrm{tg}\varphi b)\, dh = a_0 bh + h^2 \mathrm{tg}\varphi b, \tag{15}$$

a_0 je délka strany a v hloubce h_0, b je délka druhé strany obdélníka a φ je úhel, který svírá nakloněná strana nádrže s rovinou kolmou na zem. Nyní si za h dosadíme $\frac{P}{\rho g}$ což jsme získali úpravou rovnice (12) a získáme vztah mezi objemem vody V a tlakem vody P

$$V(P) = \frac{a_0 b}{\rho g} P + \frac{b\mathrm{tg}\varphi}{\rho^2 g^2} P^2. \tag{16}$$

Což je hledaný vztah mezi zobecněnou výchylkou a zobecněným úsilím. V našem případě vstupuje do poddajnosti nezávislý tok $\dot{q} = Q$, tím pádem je nezávislý i objem V. Potřebujeme zjistit závislost tlaku na objemu vody v nádrži, proto musíme provést inverzi výše uvedené funkce. Inverzi provádíme na hodnotách tlaku v intervalu $< 0, \infty)$.

$$P(V) = f_C(V) = \frac{-\rho g a_0}{2\mathrm{tg}\varphi} + \sqrt{\frac{\rho^2 g^2 a_0^2}{4\mathrm{tg}^2\varphi} + \frac{\rho^2 g^2}{b\mathrm{tg}\varphi} V} \tag{17}$$

2.3.4 Resistance pro ventil f_R

Pro resistanci představující vztah mezi průtokem a tlakem na ventilech vyjdeme z Bernoulliho rovnice (18), která je zákonem zachování energie pro kapaliny.

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P = konst., \tag{18}$$

kde ρ je hustota kapaliny, v je rychlost kterou proudí, a P je její hydrostatický tlak v místě proudění. Rychlost kapaliny v potrubí určuje její průtok. Bernoulliho rovnice tedy určuje závislost mezi průtokem kapaliny a jejím tlakem, což je hledaná funkce $P = f_R(Q)$.

Pokud kapalina uniká ventilem z potrubí, znamená to, že všechna její potenciální energie představovaná tlakem P se přemění na energii kinetickou. Z (18) pak úpravou vypočítáme rychlost proudící kapaliny

$$v\left(P\right)=\sqrt{\frac{2}{\rho}P}, \tag{19}$$

kde v je rychlost výtoku, P je tlak před ventilem a ρ je hustota vody. Rychlost průtoku získáme po vynásobení této rychlosti plochou vnitřního průřezu potrubí.

$$Q\left(P\right)=A\sqrt{\frac{2}{\rho}P},$$

kde A je plocha otvoru. Zde potřebujeme ale závislost tlaku na průtoku, proto tento vztah musíme ještě invertovat.

$$P\left(Q\right)=f_R\left(Q\right)\frac{\rho}{2A^2}Q^2 \tag{20}$$

Jelikož na ventilu dochází k jevu při kterém proud vody neprochází přes celý povrch otvoru a udržuje si určitou "mezeru" od stěn [5], musíme vztah upravit:

$$f_{RS}\left(Q\right)=P\left(Q\right)=\frac{\rho}{2c_d^2A^2}Q^2 \tag{21}$$

kde c_dA představuje efektivní plochu ventilu. Vždy platí, že $c_d<1$.

2.3.5 Nelineární model

V této sekci jsme odvodili vše co potřebujeme k sestavení nelineárního modelu nádrže. Rovnice popisující tento systém:

$$\dot{q} = Q_{in}-\frac{1}{I}p \tag{22}$$

$$\dot{p} = \frac{-\rho g a_0}{2\mathrm{tg}\varphi}+\rho g\sqrt{\frac{a_0^2}{4\mathrm{tg}^2\varphi}+\frac{1}{b\mathrm{tg}\varphi}q}-\frac{R}{I}p-\frac{\rho}{2c_d^2A_{out}^2}\left(\frac{p}{I}\right)^2 \tag{23}$$

Zde jsme dostadili do rovnic (5) a (6) honoty spočítané v (2.3.1),(2.3.2),(2.3.3),(2.3.4). l_p je délka potrubí, A_p je obsah jeho vnitřního průřezu a

$$A_{out}=u_tA_{t,max}+u_rA_{r,max},$$

je obsah výpustního ventilu. Je roven součtu řídících napětí na ventilech turbín násobených maximální plochou jejich otevření $u_tA_{t,max}=\sum u_iA_{i,max}$.

2.3.6 Vyčíslení parametrů nelineárního modelu

Na simulaci potřebujeme znát skutečné hodnoty parametrů vyskytujících se v rovnicích (22) a (23), které zjistíme z technických parametrů vodního díla Březová. Jelikož potrubí v našem modelu se skládá ze tří menších paralelně spojených spojených potrubí, musí tomu

odpovídat hodnota našeho I. Pro paralelně spojené inertance platí vztah

$$\frac{1}{I} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{I_i} \tag{24}$$

Pro každé ze tří potrubí spočítáme plochu jejího vnitřního průřezu jako poměr kapacity výpustě a její délky.

$$\begin{aligned} A &= \frac{V}{l} \\ A_l &= \frac{47.06}{19.3} = 2.44 \\ A_r &= \frac{23.5}{20.05} = 1.17 \end{aligned}$$

$A_r, A_l \left[m^2\right]$ jsou obsahy levých, resp. pravých vnitřních průřezů. Jako délky použijeme hodnoty pro délky výpustí z technických údajů o VD Březová, a $\rho = 999.1 kg \cdot m^{-3}$ při teplotě vody 15°C.

$$\frac{1}{I} = \frac{A_l}{\rho l_l} + 2\frac{A_p}{\rho l_r} = \frac{2.44}{999.1 \cdot 19.3} + 2\frac{1.17}{999.1 \cdot 19.3} = 2.48 \cdot 10^{-4} m^4 kg^{-1}$$

Resistanci $R = \frac{8\mu l}{\pi r^4}$ pro paralelně spojená potrubí spočítáme obdobně jako inertanci.

$$\frac{1}{R} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

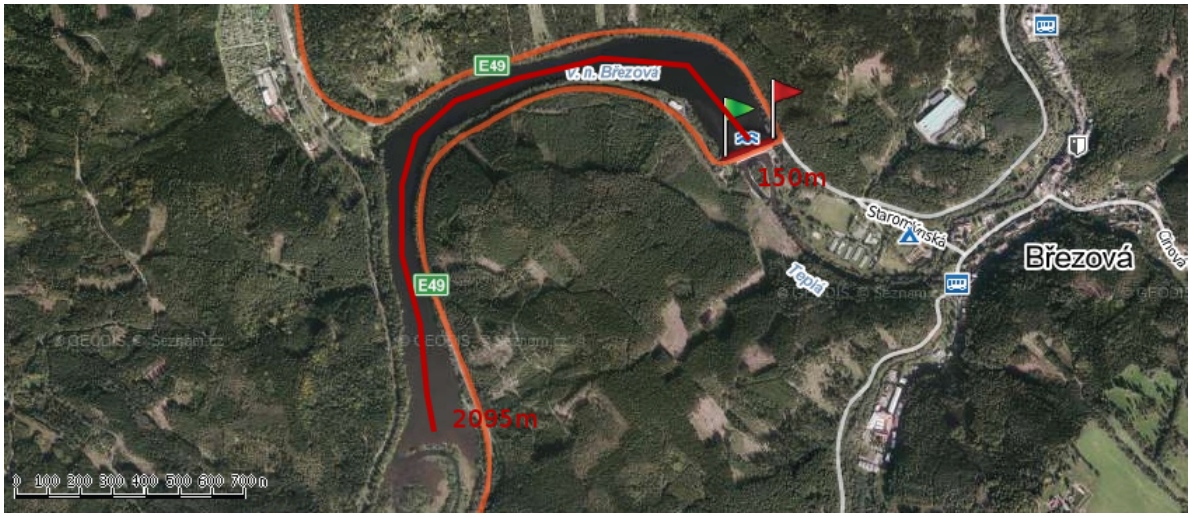
Převrácená hodnota celkového odporu je rovna sumě převrácených hodnot jednotlivých odporů. Spočítáme poloměry potrubí.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\frac{A}{\pi}} \\ r_l &= 0.88m \\ r_r &= 0.61m \end{aligned}$$

Absolutní viskozita pro vodu $\mu = 1.307 \cdot 10^{-3} kg \cdot s^{-1} m^{-1}$ při 10°C.

$$\frac{1}{R} = \frac{\pi r_l^4}{8\mu l_l} + 2\frac{\pi r_r^4}{8\mu l_r} = \frac{3.1415 \cdot 0.5997}{8 \cdot 1.307 \cdot 10^{-3} \cdot 19.3} + 2\frac{3.1415 \cdot 0.1384}{8 \cdot 1.307 \cdot 10^{-3} \cdot 20.05} = 13.49 m^4 s \cdot kg^{-1}$$

Pro nalezení hodnot a_0, b a φ použijeme údaje o nádrži a naměřené rozměry nádrže. Hodnoty b a $a\,(h = 22m)$ jsme změřili na satelitním snímku (obr. 7), jelikož správa VD Březová tyto údaje, ani jiné, ze kterých by tyto bylo možné odvodit, neposkytuje. Využili jsme na to server mapy.cz. Změřené hodnoty jsou $b = 2095m$ a $a = 150m$.



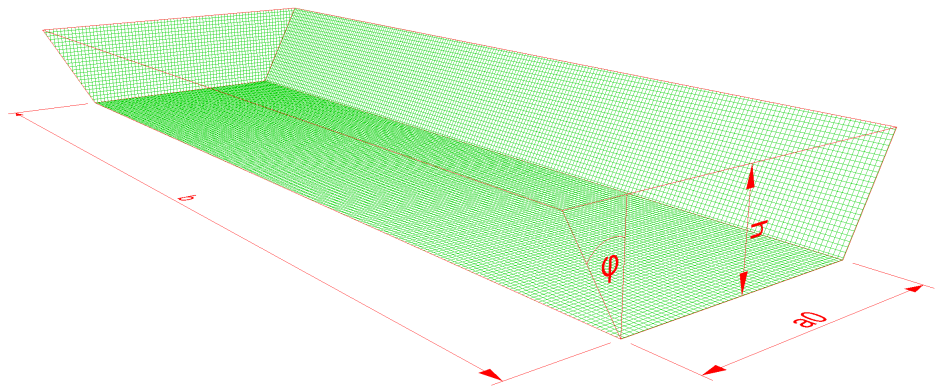
Obrázek 7: satelnitní snímek

Nyní můžeme spočítat hodnoty a_0 a φ ze soustavy dvou rovnic. Jednu z nich tvoří vztah pro výpočet délky strany rovnoramenného lichoběžníku a druhou rovnice (15).

$$\begin{aligned} a_0 + 2h\mathrm{tg}\varphi &= a\,(h = 22) \\ a_0 bh + h^2 b\mathrm{tg}\varphi &= V_{celk} \end{aligned}$$

Dosazením hodnot do $a\,(h = 22) = 150$, $h = 22$, $b = 2095$, $V_{celk} = 5.687 \cdot 10^6$ získaného z technických parametrů jako hodnotu celkového zatopeného prostoru a řešením rovic pro neznáme a_0, φ jsme získali hodnoty:

$$\begin{aligned} a_0 &= 96.788m \\ \varphi &= 0.88rad \end{aligned}$$



Obrázek 8: Model nádrže

Pro nalezení $A_{t,max}$ a $A_{r,max}$ použijeme hodnoty z tabulky 4 a to o maximálních spádech a maximálních hltnostech turbín. Rovnici (19) upravíme tak, abychom získali závislost průtoku na hloubce ve které se nachází ventil

$$Q\left(h\right) = c_d A_t \sqrt{2hg},$$

kde $A_t\left[m^2\right]$ je obsah venitlu, $Q\left[m^3 s^{-1}\right]$ a $h\left[m\right]$ je hloubka, ve které se ventil nachází. Dosazením hodnot $h = 22m$ a $Q = 1.3m^3 s^{-1}$ pro Francisovy turbíny resp. $Q = 0.25m^3 s^{-1}$ pro čerpadlo a řešením pro neznámou A_t získáme obsah ventilu turbín při maximálním otevření. Jelikož nás zajímá průtok přes všechny turbíny, dosadíme za $Q = 2.85m^3 s^{-1}$ součet všech tří maximálních hltností a A_t potom bude vyjadřovat součet obsahů jednotlivých ventilů.

$$\begin{aligned} 2.85 &= 0.66 A_t \sqrt{2 \cdot 22 \cdot 9.81} \\ A_t &= \frac{2.85}{0.66\sqrt{2 \cdot 22 \cdot 9.81}} = 0.208m^2 \end{aligned}$$

Důležité je upozornit, že ventilem zde rozumíme jakýsi virtuální ventil před turbínou, jehož otevření a hladina vody v nádrži určují průtok turbínou. Ve skutečnosti dojde na turbíně ke ztrátě tlaku[4] a rychlost vody opouštějící systém je nižší, tím pádem A_t musí být vyšší. Avšak modelovat všechny jevy, ke kterým v turbíně dochází jako je ztráta energie vody, která se dostane na oběžné lopatky, kavitace, ztráta energie při chlazení ložisek [2], by nemělo význam pro model na regulaci hladiny. Potřebujeme model, u kterého jsme schopni definovat průtok

[4]Velikost této ztráty je dána parametry turbíny, tlakem na vtoku, nastavením rozváděcích lopatek a velikostí připojené zátěže.

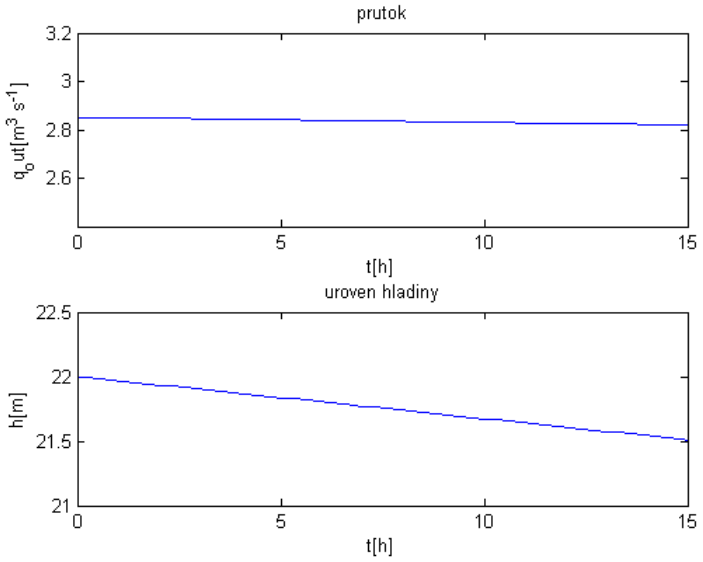
při určité hladině a určitém nastavení rozváděcích lopatek. To model s virtuálním ventilem splňuje.

2.4 Simulace nelineárního modelu

Systém budeme simulovat v prostředí Matlab-Simulink. Jako první simulaci ověříme zda průtok modelu při hladině $h = 22m$, při plně otevřených všech třech turbínách bude opravdu odpovídat maximálnímu průtoku, který má být roven $Q = 2.85m^3s^{-1}$. Dobu trvání simulace nastavíme na 24 hodin a budeme zároveň sledovat jakým způsobem se mění hladina modelu. Výsledky simulace můžeme vidět na obrázku 9. Výška hladiny není v našem modelu stavem, ale můžeme ji zjistit z objemu vody v nádrži. Funkce $P(V) = f_c(V)$ určuje vztah mezi objemem vody v nádrži a tlakem na dně nádrže. Převedením hydrostatického tlaku na hladinu získáme:

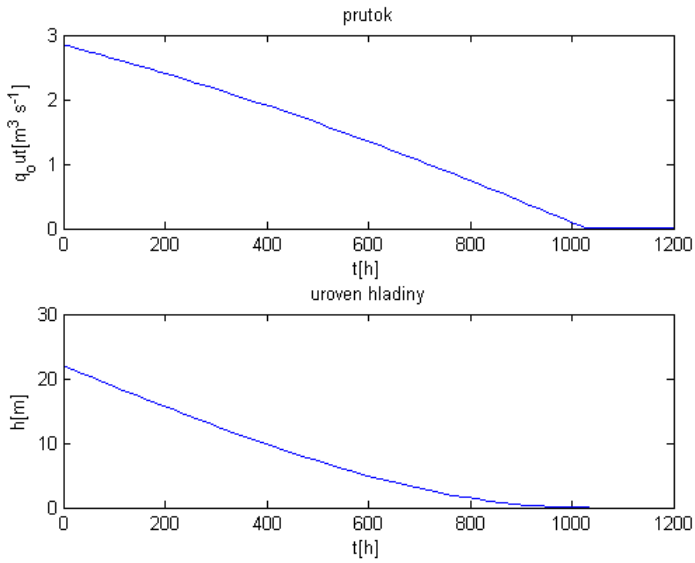
$$h(Q) = \frac{-a_0}{2\mathrm{tg}\varphi} + \sqrt{\frac{a_0^2}{4\mathrm{tg}^2\varphi} + \frac{V}{b\mathrm{tg}\varphi}}$$

Pro první simulaci nastavíme úroveň hladiny na 22 m a budeme sledovat jaký bude průtok za nádrží, pokud otevřeme naplno všechny turbíny.



Obrázek 9: simulace 1: průtok

Na obrázku 9 vidíme, že průtok na počátku simulace $q_{out} = 2.85m^3s^{-1}$ odpovídá spočítanému maximálnímu průtoku přes všechny turbíny. Tento průtok postupně klesá jak se snižuje úroveň hladiny v nádrži, což jsme očekávali, jelikož rychlost průtoku je závislá na hladině. Povšimněme si, že ačkoliv klesá průtok, rychlost s kterou klesá hladina je téměř konstantní. To je způsobeno tvarem nádrže, díky kterému na nižší hladině menší změna objemu způsobí větší změnu haldiny. Na další simulaci nastavíme přítok nulový, turbíny otevřeme naplno a budeme sledovat za jak dlouho se vypustí celá nádrž modelu.



Obrázek 10: simulace 2: vypouštění

Na obrázku 10 můžeme pozorovat jak se rychlost vypouštění s nižší hladinou značně zpomaluje. Vypuštění celé nádrže pouze přes turbíny by trvalo přibližně 38 dní. Pohybujeme se už relativně daleko od pracovního bodu a neznáme zde přesný tvar nádrže, proto je nutné brát výsledky simulace s rezervou. Je ale jisté, že velké změny hladiny průtokem pouze přes turbíny jsou pomalé. Z toho důvodu se pro potřeby rychlého snížení hladiny používají *rozstřikovací* ventily.

3 Návrh řízení

Pokud chceme navrhnout kvalitně fungující regulátor, je zapotřebí nejdříve vytvořit kvalitní model systému. Model jsme vytvořili v (2). Tento model je nelineární a proto bude potřeba ho nejdříve linearizovat ve vhodně zvoleném pracovním bodě, stanovit si co je buzením a co výstupem systému, a na tento model poté navrhnout regulátor. Požadavky na regulátor jsou nulová ustálená regulační odchylka a relativně rychlá odezva na skok, která zajistí menší citlivost na rušení a také hladký průtok za přehradou, aby VD nenarušovala životní prostředí.

3.1 Lineární aproximace modelu

Vstupem do našeho systému bude napětí řídící polohu rozváděcích lopatek, čili otevření ventilu pro průtok. Výstupem bude objem vody v nádrži. Lineární aproximace modelu spočítává v tom, že pro každou diferenciální rovnici provedeme Taylorův rozvoj prvního řádu podle všech stavů a vstupů. Nejprve se spočítají derivace všech diferenciálních rovnic podle p, q a u a tyto derivace vyčíslit ve zvolených pracovních bodech. Průměrná dlouhodobá hodnota průtoku VD Březová je $2.490 m^3 s^{-1}$ [3]. Pracovní napětí

$$u_{prac} = \frac{Q_{prac}}{cd \cdot A_{t,max} \cdot \sqrt{2hg}} = 0.899V,$$

zvolíme tak, aby jeho hodnota odpovídala tomuto průtoku. Hladina ovladatelného prostoru je $h = 430.15 - 409.4 = 20.75m$, zvolíme proto pracovní bod objemu tak, aby odpovídal této hladině

$$V_{prac} = 5298200m^3$$

Pracovní hodnotu

$$p_{prac} = Q_{prac} \cdot I = 10040$$

jsme volili s ohledem na vazební graf, kde u nelineární resistance figuruje vztah p/I jako zobecněná rychlost, což je průtok turbínami. Spočítáme proto derivace diferenciálních funkcí podle jednotlivých proměnných. Přítok do nádrže Q_{in} bude v lineárním modelu pro potřeby řízení představovat měřitelné rušení, proto se v rovnicích nevyskytuje.

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\dot{q}}{\mathrm{d}q} &= 0 \\
\frac{\mathrm{d}\dot{q}}{\mathrm{d}u} &= 0 \\
\frac{\mathrm{d}\dot{q}}{\mathrm{d}p} &= -\frac{1}{I} \overset{pr.b.}{=} -2.48 \cdot 10^{-4} \\
\frac{\mathrm{d}\dot{p}}{\mathrm{d}q} &= \frac{\rho g}{b \cdot \mathrm{tg}\varphi \cdot \sqrt{\frac{a_0^2}{4\mathrm{tg}^2\varphi} + \frac{q}{b \cdot \mathrm{tg}\varphi}}} \overset{pr.b.}{=} 0.0319 \\
\frac{\mathrm{d}\dot{p}}{\mathrm{d}u} &= -\frac{2\rho p^2}{2c_d^2 u^3 A_{t,max}^2 I^2} \overset{pr.b.}{=} -452880 \\
\frac{\mathrm{d}\dot{p}}{\mathrm{d}p} &= -\frac{2\rho p}{2c_d^2 u^2 A_{t,max}^2 I^2} - \frac{R}{I} \overset{pr.b.}{=} -40.55
\end{aligned}$$

Pokud máme systém n-tého řádu, časově neproměnný, i-tou diferenciální rovnice můžeme zapsat jako

$$\dot{x}_i = f_i\left(x_1, ..., x_n, u\right)$$

Po provedení linearizace bude mít taková rovnice v okolí pracovního bodu tvar

$$\dot{x}_i = f_i\left(x_{1,prac}, ..., x_{n,prac}, u_{prac}\right) + \frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}x_1}\mid_{x_{1,prac},...,x_{n,prac},u_{prac}} \cdot \triangle x_1 + ... + \frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}x_n}\mid_{...} \triangle x_n + \frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}u}\mid_{...} \triangle u$$

Stavové rovnice našeho systému po linearizaci, a nahrazení $x_1 = q$ a $x_2 = p$ vypadají

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -2.48 \cdot 10^{-4} \triangle x_2 \\ \dot{x}_2 &= 0.0319 \triangle x_1 - 40.55 \triangle x_2 - 452880 \triangle u \end{aligned}$$

Pro lineární časově neproměnné diferenciální rovnice[5] můžeme sestavit stavové matice A,B,C a D a přenosovou funkci $G\left(s\right)$. Jako výstup systému zvolíme objem vody v nádrži $y = x_1$

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0 & -2.48 \cdot 10^{-4} \\ 0.0319 & -40.55 \end{pmatrix} \\ B &= \begin{pmatrix} 0 \\ -452880 \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \\ D &= (0) \end{aligned}$$

Přenosová funkce systému ze vstupu na výstup

$$G\left(s\right) = \frac{-112.3}{s^2 + 40.55s + 7.9 \cdot 10^{-6}} = \frac{-112.3}{\left(s + 40.55\right) + \left(s + 1.95 \cdot 10^{-7}\right)}$$

Z přenosové funkce je zřejmé, že systém je stabilní a má jeden pomalý pól $p_1 = -1.95 \cdot 10^{-7}$ a druhý rychlejší $p_2 = -40.55$.

3.2 Návrh řízení

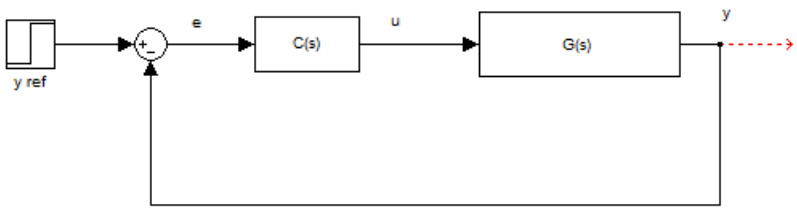
Důležitými vlastnostmi regulátoru pro nás budou nulová odchylka na skok reference a dobrá odolnost vůči vnějšímu rušení. Zároveň musíme dbát na omezení, vyplívající z povahy systému. Vodní elektrárna představuje zásah do životního prostředí. Musíme myslet na to, že fungování regulátoru má vliv na velikost tohoto zásahu a jeho dynamiku tomu přizpůsobit. Duležité je zajistit, aby regulátor nebyl příliš rychlý a nezpůsoboval příliš rychlé změny v odtoku. Za vnější rušení budeme považovat přítok do nádrže, jelikož ten nemůžeme ovlivňovat. Tyto požadavky nám splní regulátor s dynamikou **PI**. Náš systém je bez astatismu a takový nemá zaručenou nulovou ustálenou odchylku na skok. Aby měl nulovou ustálenou odchylku, potřebujeme dosta do systému astatismus alespoň prvního řádu, to zajistí integrační složka

[5] Systémy popsané takovými rovnicemi jsou označovány jako LTI-Linear Time Invariant

regulátoru. Proporcionální složka pak upravuje dynamiku. Přenos PI regulátoru

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s}$$

kde K_p je proporcionální složka a K_i je složka integrační. Na obrázku 11 vidíme blokové schéma systému s regulátorem.



Obrázek 11: Blokové schéma systému s regulátorem

Zpětnovazební smyčka má potom přenos

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{C(s)\,G(s)}{1 + C(s)\,G(s)} = \frac{b(s)\,q(s)}{a(s)\,p(s) + b(s)\,q(s)} \\ T(s) &= -112,3\frac{K_p s + K_i}{s^3 + 40.55s + (7.9 \cdot 10^{-6} - 112,3K_p)\,s - 112,3K_i} \end{aligned}$$

kde jsme dosadili $C(s) = \frac{p(s)}{q(s)}$ a $G(s) = \frac{a(s)}{b(s)}$.

3.2.1 Nastavení parametru K_p

Regulátor řídí akční zásah do soustavy. Pro naši soustavu akční zásah $u\epsilon < 0,1 >$, kde 0 odpovídá plně zavřenému ventilu a 1 ventilu plně otevřenému. Chtějmě nyní vědět jak bude vypadat akční zásah na skok referenční hladiny o 1cm v čase $t = 0_+$. Skok hladiny o 1cm z h_{prac} na $h_{prac} - 0.01$ podle (15) znamená objemový skok o

$$q_{1cm} = a_0 b h_{prac} + \mathrm{tg}^2\varphi h_{prac}^2 b - a_0 b\,(h_{prac} - 1) + \mathrm{tg}^2\varphi\,(h_{prac} - 1)^2\,b = 3079m^3 \tag{25}$$

čili

$$y_{ref}(s) = -\frac{3079}{s} \tag{26}$$

je referenční signál. Budící signál z regulátoru

$$\begin{aligned} u(s) &= \frac{T(s)}{G(s)} y_{ref} = \frac{(K_p s + K_i)\left(s^2 + 40.55s + 7.9 \cdot 10^{-6}\right)}{s^3 + 40.55s + (7.9 \cdot 10^{-6} - 112,3K_p)\,s - 112,3K_i} y_{ref} \qquad (27) \\ u(s) &= \frac{K_p s^3 + (K_i + 40.55K_p)\,s^2 + \left(7.9 \cdot 10^{-6} K_p + 40.55K_i\right)s + 7.9 \cdot 10^{-6} K_i}{s^3 + 40.55s + (7.9 \cdot 10^{-6} - 112,3K_p)\,s - 112,3K_i} y_{ref} \end{aligned}$$

Platí vztah

$$\lim_{t\to 0} u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \lim_{s\to\infty} s \cdot u(s)$$

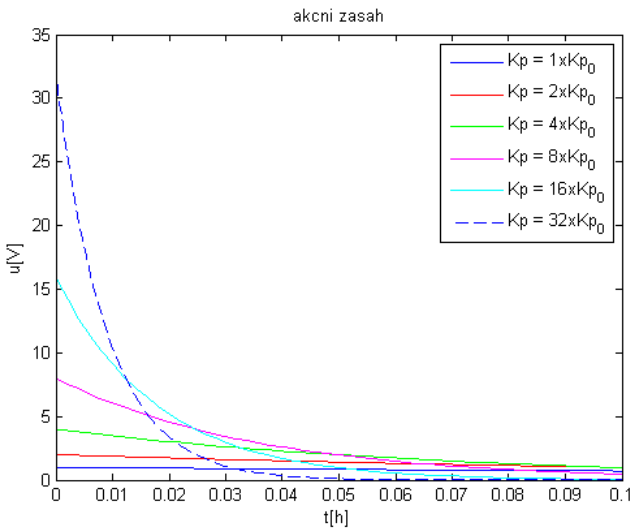
kde $\mathcal{L}$ značí aplikaci Laplaceovy transformace. Spočítáním limity získáme

$$u(t_{0+}) = -3079K_p$$

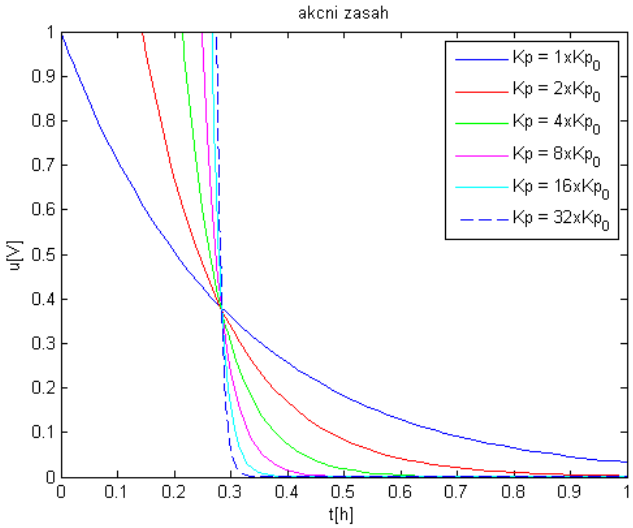
Jelikož maximální akční zásah $u(t) = 1$, vychází nám z toho podmínka pro K_p

$$K_p = -\frac{1}{3079}$$

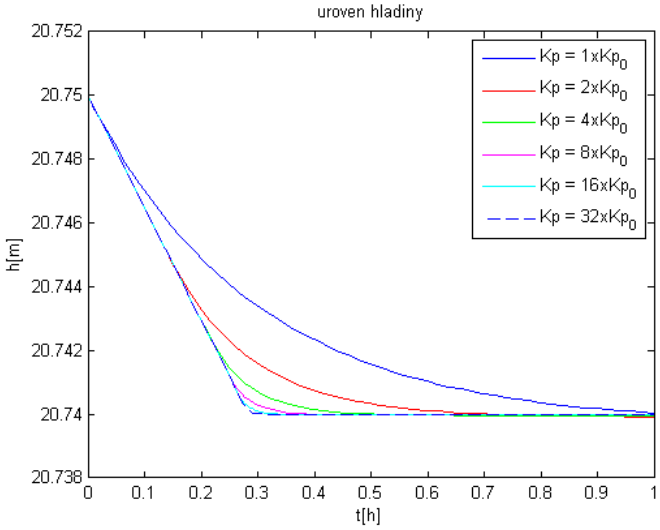
Přesnou hodnotu zvolíme ze simulací. K_p ovlivňuje i dynamiku systému a proto vyšší K_p znamená rychlejší dynamiku. Udělejme si nyní simulace pro různé hodnoty K_p, kde hodnota $K_{p0} = \frac{1}{3079}$. Výsledky simulací jsou vidět na obrázcích 12, 13 a 14.



Obrázek 12: Akční zásahy neomezeného regulátoru



Obrázek 13: Akční zásah omezeného regulátoru



Obrázek 14: Změna hladiny pro omezený regulátor

Při zavedení saturace do modelu se může stát, že dojde k jevu zvanému *wind-up*. Při umístění saturace za integrátor hodnota za integrátorem roste do hodnot překračujících omezení. Za blokem saturace tedy vidíme omezenou hodnotu signálu, ale uvnitř modelu může být tato hodnota mimo meze saturace. To jsme ošetřili použitím integrátoru, který sám obsahuje saturaci. Pokud budeme hledat vhodný kompromis mezi rychlostí změny hladiny a zároveň budeme chtít takový regulátor, jehož akční zásah se nebude moc vzdalovat od maximální hodnoty, zvolíme $K_p = 4K_{p0}$. Návíc nám tato hodnota K_p zajistí i rychlou reakci na změnu hladiny $0.25cm$, kde $u\left(t_{0+}\right) = 1$.

3.2.2 Nastavení parametru K_i

Účelem integrální akce regulátoru je zajistit, aby byla vždy nulová odchylka na skok reference. Pro parametr K_i platí, že jeho vyšší hodnota přispívá ke kratší době náběhu, ale příliš vysoká hodnota může výstup rozkmitávat. Vzhledem k omezenému akčnímu zásahu regulátoru je zřejmé, že nemá smysl posouvat póly příliš daleko od jejich původních hodnot. Parametr K_i nalezneme pomocí metody *root locus*, která vykreslí polohy pólů uzavřené smyčky pro měnící se parametr zesílení. Tato metoda může být využita i pro zobrazení pólů při změně jakéhokoliv jednoho parametru, je však potřeba si nejprve systém upravit. Mějme systém s přenosem $G(s)$ shodný s přenosem našeho modelu a před ním zapojený regulátor s přenosem $C(s) = \frac{K_p s + K_i}{s}$. Charakteristický polynom přenosu uzavřené smyčky, tj. jeho jmenovatel

$$c(s) = s^3 + 40.55s^2 + \left(7.9 \cdot 10^{-6} - 112.3K_p\right) s - 112.3K_i$$

kde K_p je známý parametr a K_i je parametr, který hledáme. Systém s přenosem $G_2(s) = \frac{a(s)}{b(s)}$ se zapojeným proporcionálním regulátorem K bude mít charakteristický polynom uzavřené smyčky

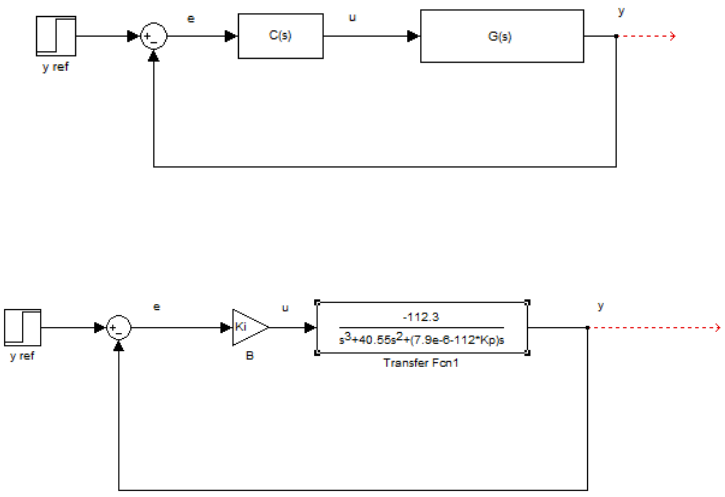
$$c_2(s) = a(s) + b(s)K$$

Nyní hledejme takový systém, pro jehož charakteristický polynom bude platit

$$c_2(s) = c(s) = s^3 + 40.55s^2 + \left(7.9 \cdot 10^{-6} - 112.3K_p\right) s - 112.3K$$

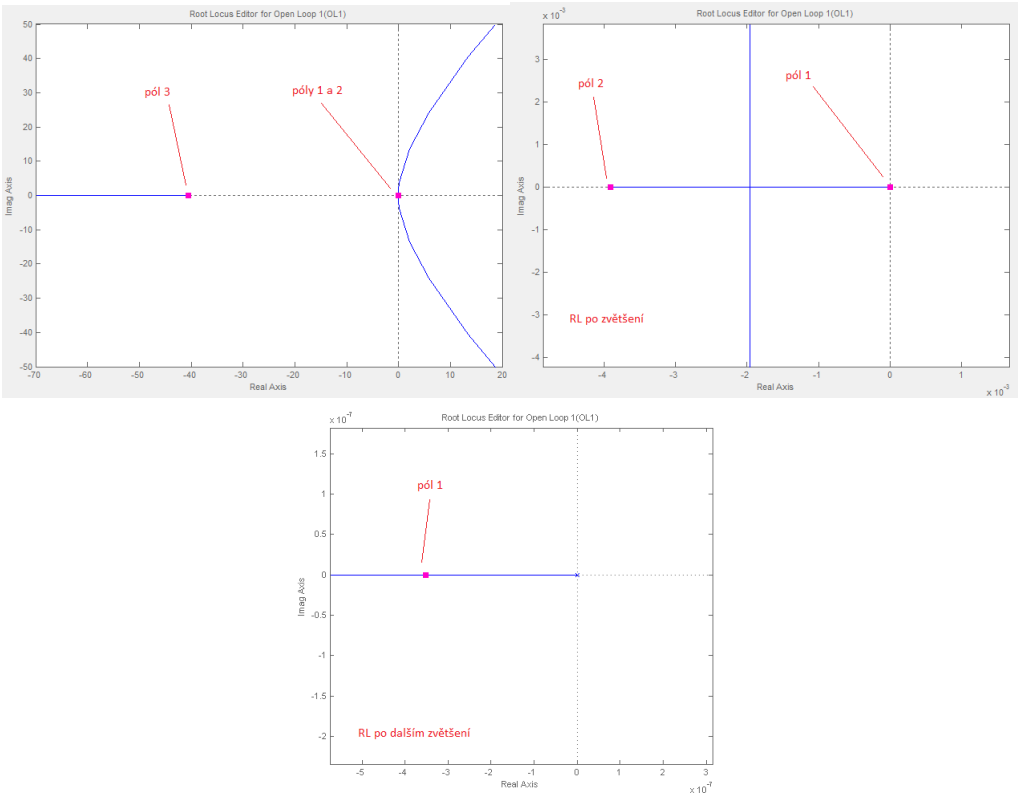
takový charakteristický polynom má systém s přenosem

$$G_2(s) = \frac{-112.3}{s^3 + 40.55s^2 + (7.9 \cdot 10^{-6} - 112.3K_p)\, s}$$



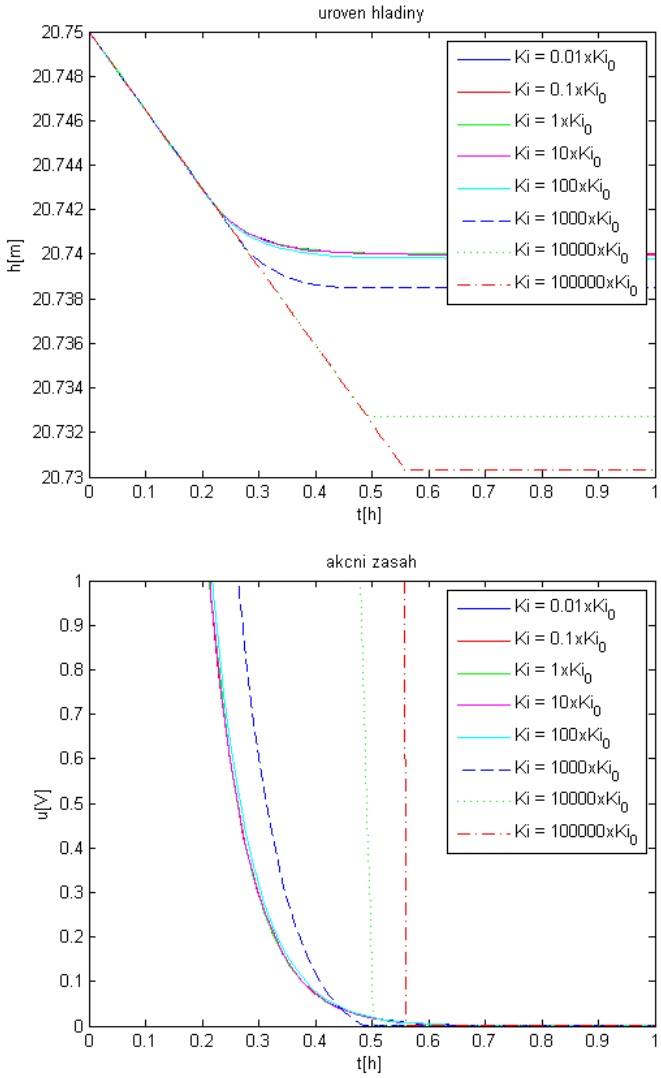
Obrázek 15: Původní systém, Fiktivní systém

Vykreslením geometrického místa kořenů pro takový systém, získáme geometrické polohy pólů původního systému s proměnným parametrem K_i jako zesílením.



Obrázek 16: Root Locus, RL přiblížení, RL detail nejpomalejšího pólu

Při vykreslení geometrického místa kořenů a polohováním jeho nejpomalejšího pólu se podařilo nastavit ho na hodnotu $p = -3.52 \cdot 10^{-7}$ při hodnotě $K_i = 4.57 \cdot 10^{-10}$což je přibližně 2x rychlejší než nejpomalejší pól původního systému. Podívejme se, co se bude dít pokud budeme pohybovat K_i kolem této hodnoty.

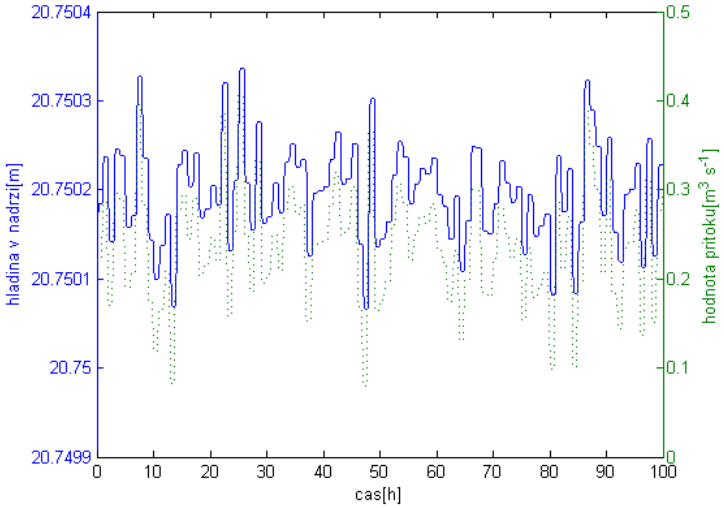


Obrázek 17: Odezvy pro různé hodnoty K_i

$K_{i0} = 4.57 \cdot 10^{-10}$ je hodnota, kterou jsme získali metodou root locus. Ze simulace je zřejmé, že vyšší hodnota K_i, při našem omezeném akčním zásahu, nemá žádný vliv na dobu náběhu. To, že se systém neustálí hodnotě $h = 20.74$ je způsobeno tím, že při této hodnotě K_i by se výstup rozkmital. Avšak v simulaci je nastaven nulový přítok a tak hladina nemůže stoupat. Je patrné, že nejlepší volbou je pro nás zvolit $K_i = 4.57 \cdot 10^{-12}$, která výstup nerozkmitá a má zároveň dobré dynamické vlastnosti. Jelikož jsme dělali záporný root locus, musíme ještě vynásobit hodnotu $-1\times$.

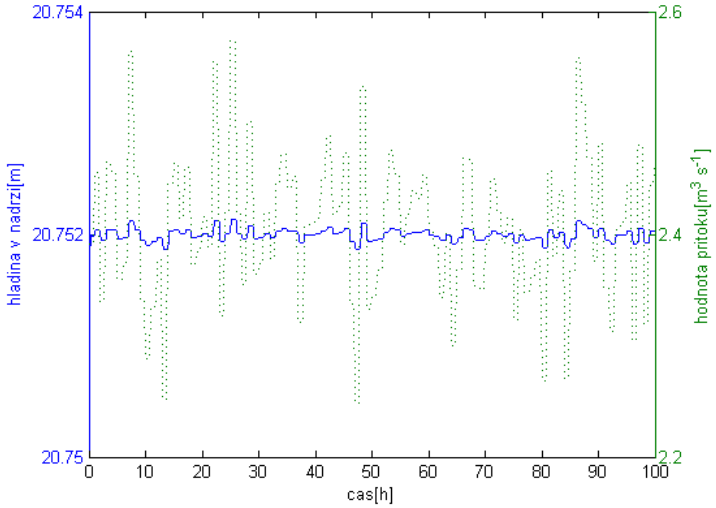
3.2.3 Simulace systému s regulátorem

Jako první si ověříme odolnost systému na vnější rušení v podobě přítoku z Teplé. Toto rušení simulujeme v MATLABu pomocí bloku *Gaussian noise generator* se střední hodnotou nastavenou na $0.24 m^3 s^{-1}$ a variancí 0.005.



Obrázek 18: Simulace odolnosti vůči rušení

Zkusme rušení zvýšit a nastavme střední hodnotu přítoku na $2.41m^3s^{-1}$.



Obrázek 19: Simulace odolnost vůči většímu rušení

Na této simulaci stojí za povšimnutí, že při vyšších hodnotách přítoku se hladina drží lehce nad požadovanou úrovní. Jelikož VD Březová obsahuje senzor přítoku, můžeme zavést přímou vazbu od poruchy, která tuto nepřesnost bude redukovat[7].

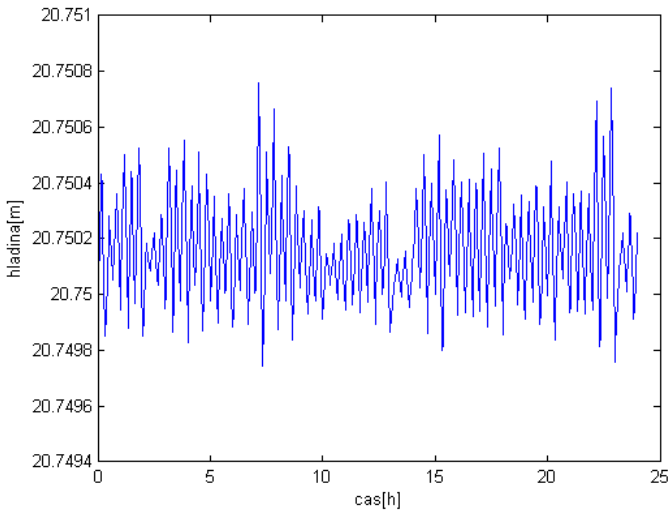
3.3 Diskretizace regulátoru

Přestože jsme navrhli spojitý regulátor na spojitý systém, v praxi bude regulátor diskrétní a proto je nyní potřeba navržený regulátor diskretizovat. Vzorkovací perioda byla zvolena $T_s = 600s$. Za tuto dobu při průměrném přítoku přiteče do nádrže $V = 600 \cdot 2.49 = 1494m^3$

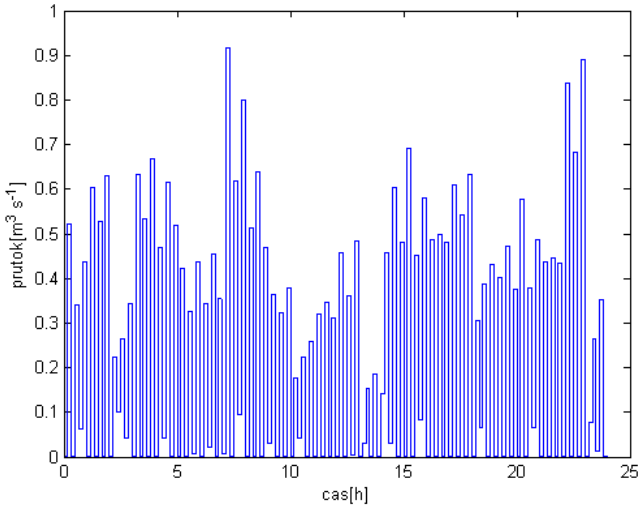
což je podle (25) asi polovina objemu, který by změnil hladinu o 1 cm. Na takové změny by měl regulátor reagovat vcelku mírně. PI regulátor diskretizujeme pomocí *dopředné Eulerovy metody*, označované také jako *zero order hold*. Přenos regulátoru v z-rovině

$$C(z) = \frac{-0.001299z + 0.001299}{z - 1}$$

Pokud budeme sledovat, jak systém reaguje na rušení, všimneme si, že akční zásahy pro vzorkovací periodu $T_s = 600s$ jsou příliš velké a způsobují nežádoucí oscilace na výstupu, což můžeme vidět na obrázcích 20 a 21 .



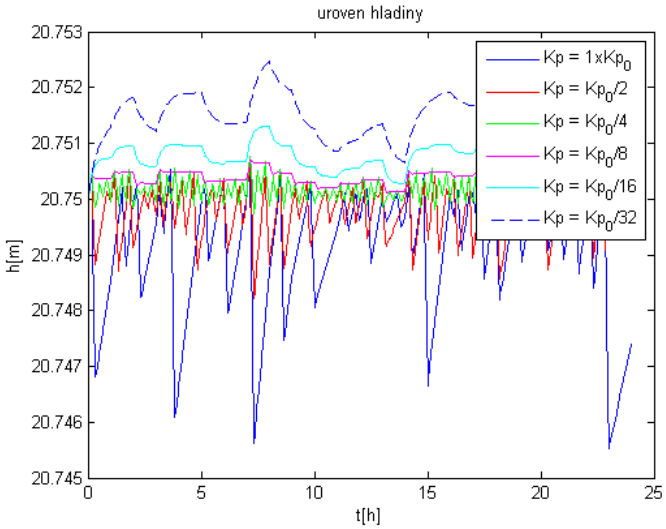
Obrázek 20: Odezva na rušení



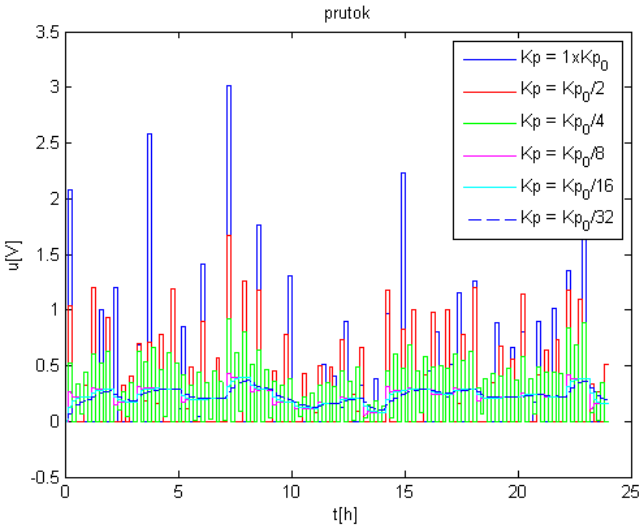
Obrázek 21: Akční zásah diskrétního regulátoru

Abychom tomu zabránili, bude zapotřebí buď snížit vzorkovací periodu, nebo snížit

proporcionální zesílení regulátoru. Zkusme nyní snížit proporcionální zesílení regulátoru. Ze simulace se nám zdá ideální akční zásah a odolnost vůči rušení pro $K_p = K_{p,pův}/8 = -1.624 \cdot 10^{-4}$. Při skokové změně hladiny o 1 cm tento regulátor vytvoří akční zásah $u = 0.5V$. Akční zásah a změnu hladiny pro různé hodnoty K_p, lze pozorovat na obrázcích 22 a 23.



Obrázek 22: Hladina pro různé hodnoty K_p



Obrázek 23: Akční zásah pro různé hodnoty K_p

Přenos diskrétního regulátoru je roven

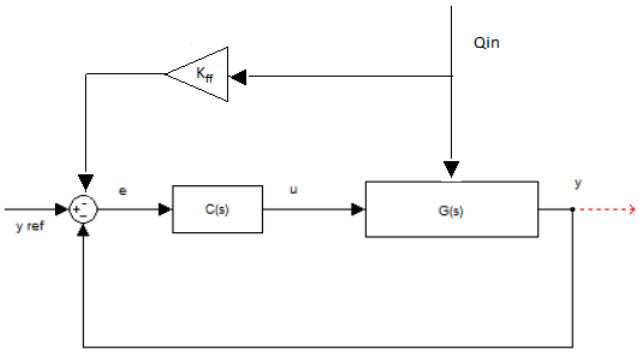
$$C_z = \frac{-0.0001624z + 0.0001624}{z - 1}$$

Znovu si povšimněme, že hladina se drží mírně nad požadovanou hladinou. Jelikož máme k

dispozici senzor na přítoku, můžeme zavést přímou vazbu od poruchy, která vylepší odolnost vůči rušení.

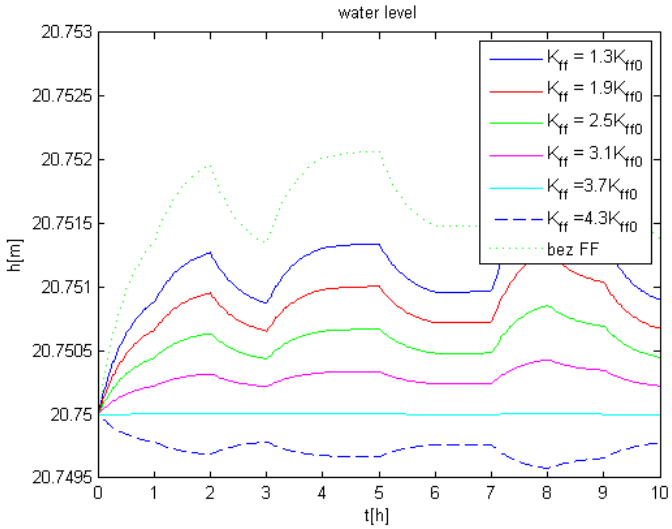
3.4 Přímá vazba

Pro přímou vazbu nám postačí proporcionální regulátor (obr. 24). Ten umožní, že PI regulátor může na poruchu reagovat ještě dříve než ta se objeví na výstupu. Při správném nastavení zesílení tak umožní značně vylepšit odolnost vůči rušení[7].



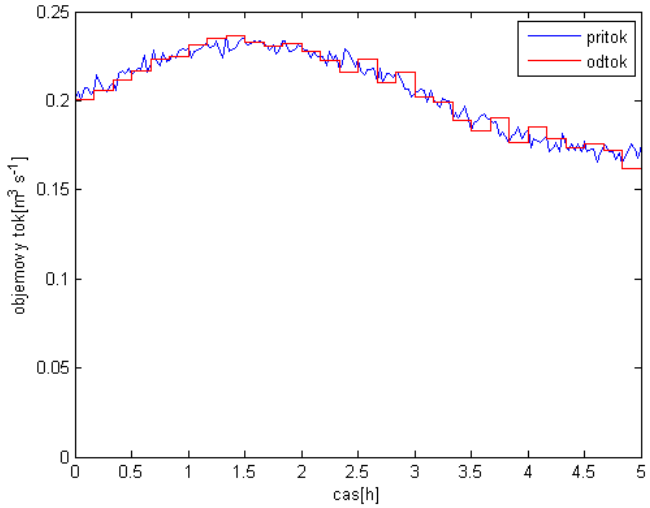
Obrázek 24: Blokové schéma s přímou vazbou

Vezměme zesílení přímé vazby rovnu vzorkovací periodě. Zavedením přímé vazby na odchylku e tak regulátor bude reagovat jako by objem v nádrži byl o $T_s \cdot Q_{in}$ větší. Podívejme se na odezvy hladiny na průtok za hrází pro hodnoty zesílení blízké hodnotě $K_{ff} = T_s$, kterou označíme jako K_{ff0}.



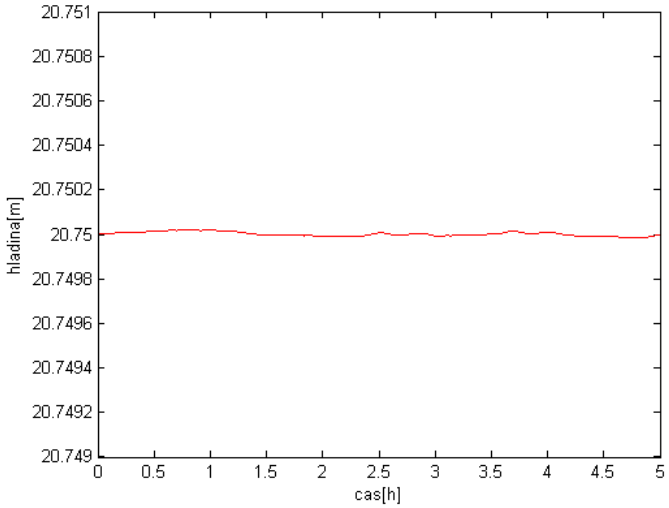
Obrázek 25: Ladění přímé vazby, střední hodnota přítoku $0.241 m^3 s^{-1}$

Zesílení přímé vazby proto zvolíme $K_{ff} = 3.7 \cdot T_s = 2220$. Porovnejme nyní přítok do nádrže s odtokem z nádrže.



Obrázek 26: Porovnání přítoku a odtoku

Na obrázku 26 vidíme, že odtok je téměř shodný s přítokem, a nedochází k žádným velkým akčním zásahům. A hladina se stále drží na požadované úrovni.



Obrázek 27: Chování hladiny

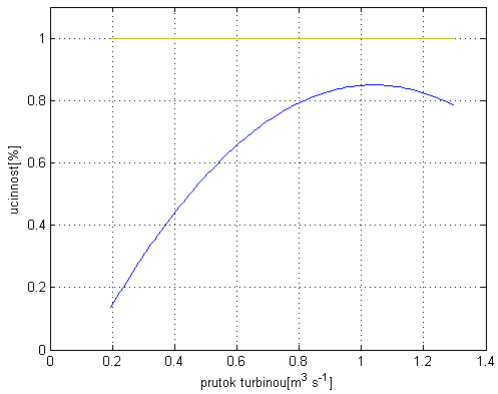
3.5 Rozložení na turbíny

Byl navrhnut zpětnovazební a přímovazební regulátor od přítoku mající za úkol udržovat hladinu na zvolené hodnotě. Nyní se pokusme rozložit průtok na jednotlivé turbíny tak, aby získaný elektrický výkon byl co nejvyšší. Pokud by pro nás byl kritériem pouze výkon,

potom optimální rozložení bychom dostali algoritmem, který by hledal maximum funkce

$$\begin{aligned} J(Q_1, Q_2, Q_3) &= \eta_1(Q_1) \cdot Q_1 + \eta_2(Q_2) \cdot Q_2 + \eta_3(Q_3) \cdot Q_3; \\ podm: Q_1 + Q_2 + Q_3 &= Q_{celk} \end{aligned} \tag{28}$$

pro různé průtoky jednotlivými turbínami, splňující omezující podmínku $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_{out}$. η_i je účinnost i-té turbíny a q_i je průtok přes i-tou turbínu. Abychom mohli vytvořit tento algoritmus, musíme znát účinnostní křivky turbín. Jejich tvar odráží skutečnost, že hydraulické ztráty v turbínách jsou přímo úměrné kvadrátu průtoku přes turbínu[2]. Pro Francisovu turbínu, by mohla mít účinnostní křivka tvar jako na obrázku 28 [5].



Obrázek 28: Účinnostní křivka francisovy turbíny

Maximální výkon turbín ve VD Březová podle [2]

$$P_{max} = h_{max}\rho g Q_{max} = 20.75 \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 1.3 = 264.6kW$$

pro francisovy a

$$P_{max} = h_{max}\rho g Q_{max} = 20.751000 \cdot 9.81 \cdot 0.25 = 50.9kW$$

pro čerpadlo. Maximální účinnost získáme porovnáním těchto hodnot s hodnotami z tabulky 4.

$$\begin{aligned} \eta_{max,fran} &= \frac{216}{264.6} = 81.6\% \\ \eta_{max,čerp} &= \frac{42}{50.9} = 82.5\% \end{aligned}$$

Algoritmus bude spočívat v tom, že si průtok turbínami rozdělíme na několik stavů, které mohou nastat a mezních hodnot průtoku, při kterých se přepíná do vyššího nebo nižšího stavu. Rozdělení na stavy je výhodné z toho důvodu, že se tím zajistí, aby nedocházelo k příliš rychlému a častému přepínání turbín. To by snižovalo jejich životnost. Do jisté míry se dá ovlivnit i to, kterou turbínu zatížíme více, a kterou méně, podle toho v kolika stavech bude aktivní. Tím získáme částečnou kontrolu nad rychlostí jejího opotřebování. Navíc to, že

je získáván maximální možný výkon ještě nemusí znamenat i nevyšší úsporu financí. Pokud by např. byl požadován takový průtok, při kterém mají všechny turbíny nízkou účinnost, může být z ekonomického hlediska výhodnější neotevírat žádnou a počkat až se v nádrži nastřádá více vody a pak otevřít turbínu v pásmu s vyšší účinnosti. To sice může mírně negativně ovlivnit regulaci hladiny, ale prodlouží to životnost turbín. Tyto mezní hodnoty budou takové, při kterých přepnutí turbín zajistí, že ty které spustíme, budou mít vysokou účinnost a zároveň umožní lépe dodržovat požadovaný průtok. Jednotlivé stavy jsou k vidění v tabulce 7.

Stav	řídící napětí turbín(čerpadlo, francis, francis)		
0	0	0	0
1	u_{3max}	0	0
2	u_{3max}	$u_{in} - u_{3max}$	0
3	0	$min\left(u_{in}, u_{1max}\right)$	0
4	0	$min\left(u_{in}/2, u_{1max}\right)$	$min\left(u_{in}/2, u_{2max}\right)$
5	u_{3max}	$min\left(\left(u_{in} - u_{3max}\right)/2, u_{1max}\right)$	$min\left(\left(u_{in} - u_{3max}\right)/2, u_{2max}\right)$

Stav	přechod výš	přechod níž
0	$0.5u_{3max}$	nelze
1	$u_{3max} + 0.25u_{1max}$	$0.3u_{3max}$
2	$0.65u_{1max}$	$u_{3max} + 0.15u_{1max}$
3	$0.65u_{2max} + 0.65u_{1max}$	$0.55u_{1max}$
4	$0.8u_{2max} + u_{3max} + 0.8u_{1max}$	$0.55u_{1max} + 0.55u_{2max}$
5	nelze	$0.65u_{2max} + u_{3max} + 0.65u_{1max}$

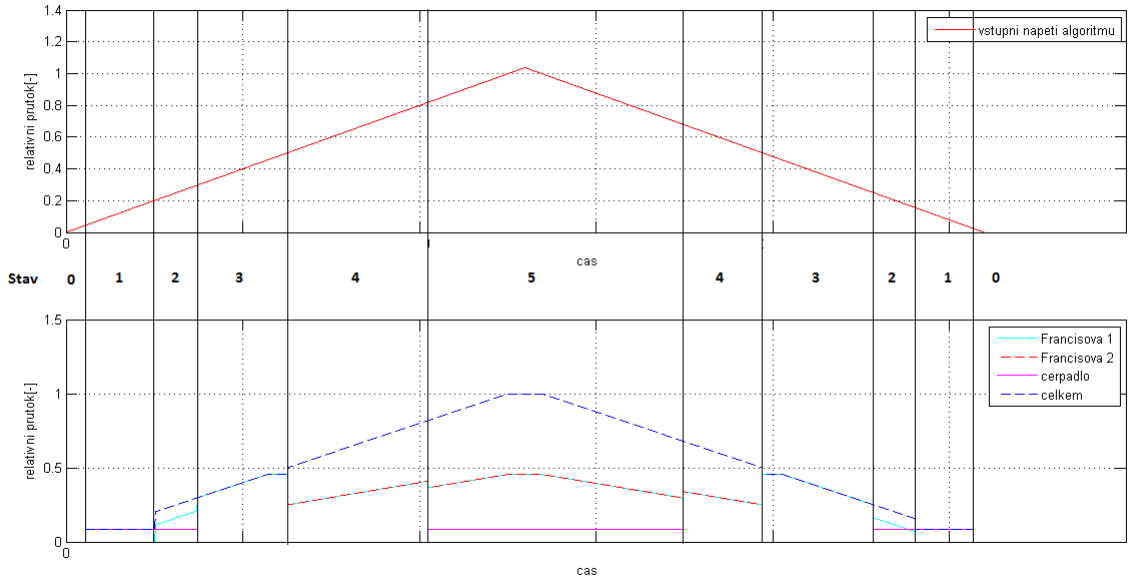
Tabulka 7: Tabulka stavů a přechodů

Popis stavů:

- **Stav 0**: Požadovaný průtok je příliš malý. Není otevřena ani jedna turbína
- **Stav 1**: Požadovaný průtok nízký. Otevřeno čerpadlo, které má vysokou účinnost pro malé průtoky
- **Stav 2**: Čerpadlo samotné nestačí udržovat požadovaný průtok. Otevřena Francisova turbína a čerpadlo
- **Stav 3**: Dostatečný požadovaný průtok na to, aby Francisova turbína běžela v pásmu s vysokou účinností. Vypne se čerpadlo. Běží Francisova turbína
- **Stav 4**: Jedna Francisova turbína nestačí na požadovaný průtok a zároveň po otevření obou Francisových turbín budou mít obě dvě vysokou účinnost. Běží 2 Francisovy turbíny
- **Stav 5**: Požadovaný průtok je vysoký i pro 2 Francisovy turbíny a otevře se čerpadlo. Běží 2 Francisovy turbíny a čerpadlo.

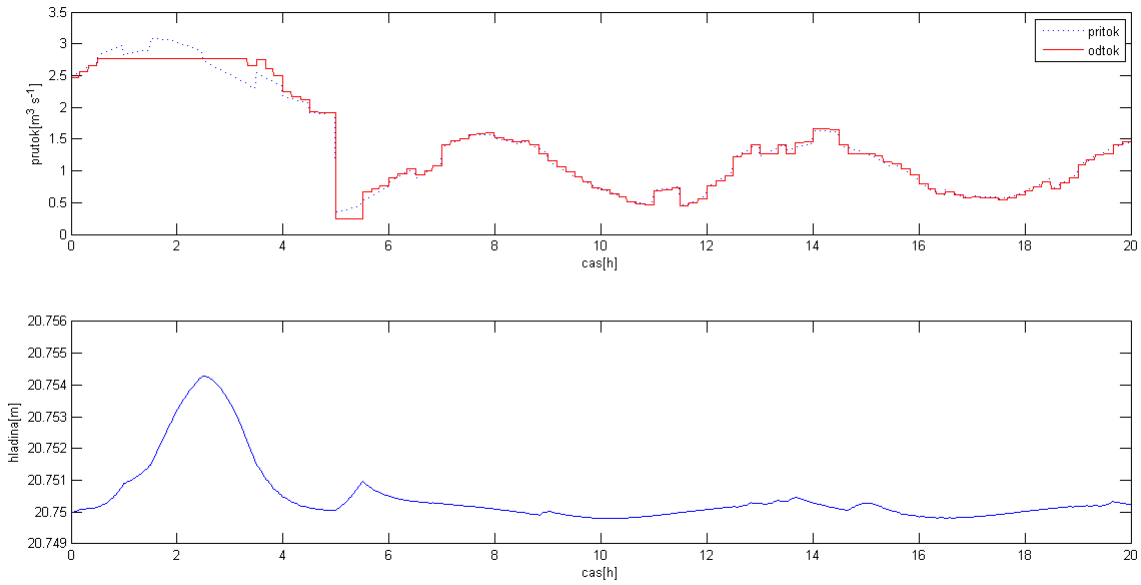
Vstupem algoritmu je řídící napětí u_{in}, určující celkový průtok všemi turbínami, pokud by se distribuovalo na všechny turbíny rovnoměrně. Výstupem jsou řídící napětí jednotlivých turbín, vyjadřují jaká část celkového průotku $Q_{max}(h)$ protéká konkrétní turbínou. Důležité je připomenout, že algoritmus platí pro hladiny blízké zvolené pracovní hladině. Počítáme

s tím, že při maximálním otevření turbíny jí bude protékat průtok blízký její maximální hltnosti podle tabulky 4. Na obrázku 29 vidíme porovnání řídícího signálu před použitím algoritmu a po zavedení algoritmu.



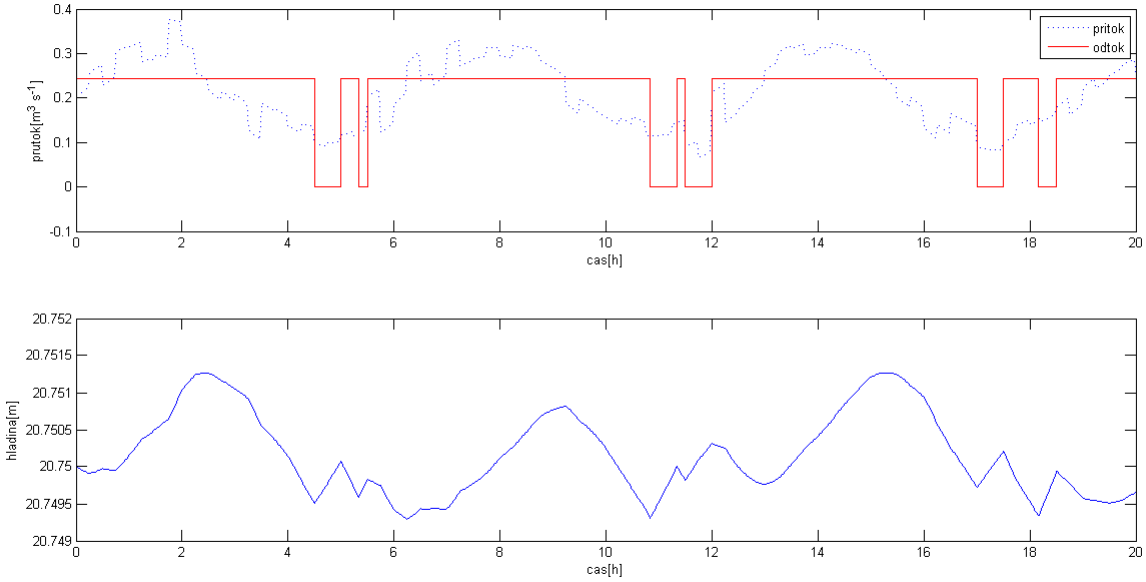
Obrázek 29: Algoritmus rozložení průtoku na turbíny

Nyní prozkoumejme jak zavedení algoritmu do systému ovlivní řízení. Výsledky simulace lze vidět na obrázku 30.



Obrázek 30: Simulace po zavedení algoritmu rozložení průtoku

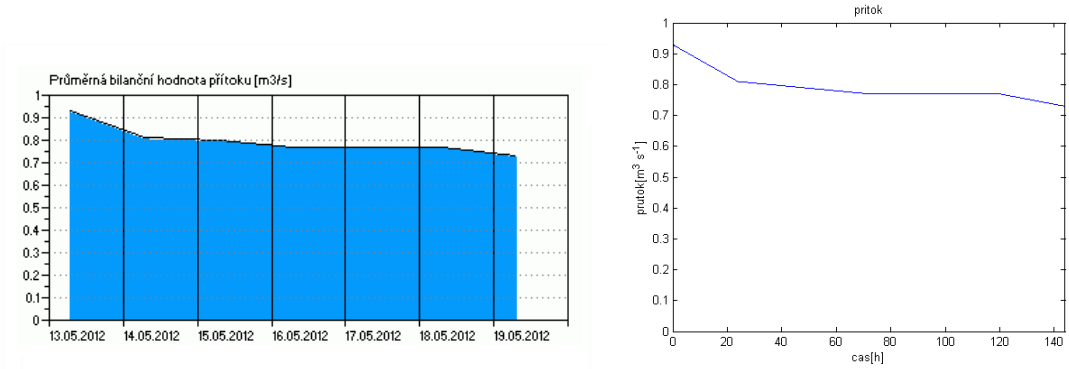
Lze vidět, že po zavedení algortimu zůstává stále dobrá regulace hladiny. Zvýšení hladiny v čase přibližně $t = 2h$ je způsobeno tím, že přítok překročil maximální odtok z nádrže. Algoritmus bude mít problémy pro nízké průtoky, jelikož zde nemá smysl zapínat Francisovy turbíny, které by se tak zbytečně opotřebovávaly, a tak se zapíná a vypíná čerpadlo, což má dopad na nehladký průběh průtoku za nádrží. Situace by se dala vyřešit zvýšením hodnoty u_{in} potřebné na přechod ze stavu 0 do stavu 1. Úpravy algoritmu už by záležely na konkrétních podmínkách pro fungování VD Březová.



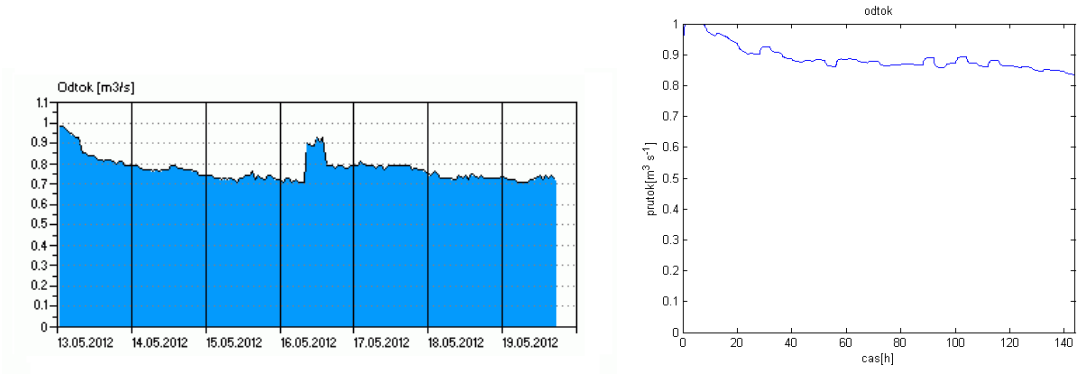
Obrázek 31: Simulace pro malé průtoky

3.6 Porovnání s reálným systémem

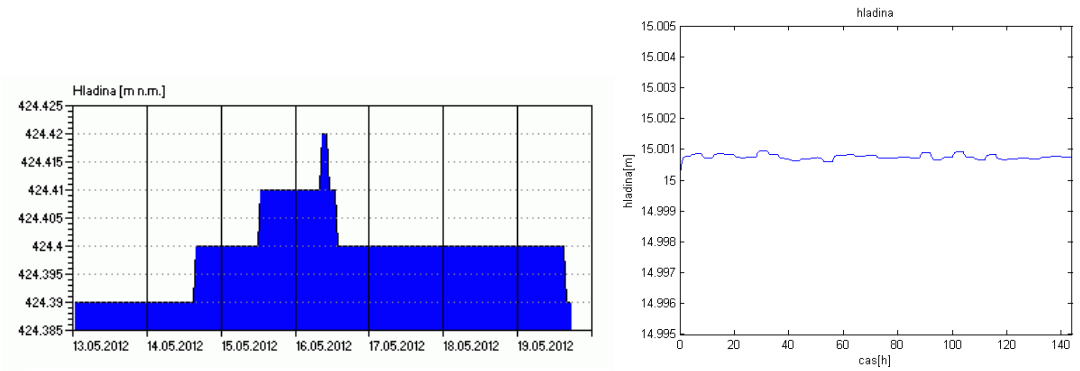
Regulátor nemůžeme vyzkoušet na zkutečném systému. Porovnáme alespoň data získaná z [3] se simulací na našem modelu. Jsme schopni získat data o přítoku, odtoku a výšce hladiny v nádrži. Použijeme data z období od 13.5.2012 do 19.5.2012 [3].



Obrázek 32: Porovnání přítoků



Obrázek 33: Porovnání odtoků



Obrázek 34: Porovnání hladin

Vidíme, že regulátor na našem modelu dokáže dobře udržet referenční hladinu po delší časové období. Při simulacích na obrázcích 32, 33 a 34 jsme zavedli do našeho modelu i neměřenou poruchu ve formě deště a vypařování.

4 Závěr

Podařilo se získat obecný model přehrady a potrubí malé vodní elektrárny. V modelu byly nastaveny parametry tak, aby odpovídaly vodnímu dílu Březová. Získaný model je nelineární. To je způsobeno tím, že pro jeho odvození se vycházelo z Bernoulliho rovnice, která je sama nelineární. Další nelinearita modelu je způsobena rozdílnou plochou hladiny v různých výškách. Ve skutečné hrázi by tato změna povrchu v závislosti na hladině mohla nabývat různých hodnot a nedala by se vyjádřit jednoduchou funkcí. Pak by bylo zapotřebí změřit tuto závislost pro více hodnot, aproximovat je funkcí nebo udělat více modelů systému a na každý navrhnout regulátor. Jelikož cílem bylo udržení referenční hladiny, předpokládáli jsme, že se hodnoty nebudou příliš vzdalovat od pracovního bodu a závislost povrchu na hladině jsme aproximovali jednoduchou funkcí.

Nelineární model byl lineárně aproximován ve zvoleném pracovním bodě. Ten byl zvolen tak, aby hladina v nádrži byla pokud možno co nejvyšší, jelikož výkon turbíny závisí na výšce hladiny v přehradě[2]. Tak byly získány rovnice pro systém druhého řádu se dvěma stabilními póly. Jedním pomalým $p_1 = -7.9 \cdot 10^{-9}$, vyjadřujícím dynamiku přehrady a jedním rychlejším $p_2 = -40.55$, vyjadřujícím dynamiku potrubí a ventilů.

Byl navržen **PI** regulátor. **P** složka byla zvolena tak, aby regulátor zajistil dobrou dynamiku systému a díky tomu dokázal rychle potlačit rušení v podobě přítoku do soustavy, a zároveň aby vytvářel relativně nízké akční zásahy. Jeho hodnotu jsme nastavili na $K_P = -1.624 \cdot 10^{-4}$. **I** složka v regulátoru má zajišťovat nulovou odchylku na skok. Byla nastavena metodou root locus na $K_I = -4.57 \cdot 10^{-10}$. Poté byla provedena diskretizace regulátoru s periodovou vzorkování $T_s = 600s$.

Jelikož na VD Březová je měřen přítok, bylo možné zavést přímou vazbu od rušení. Přímá vazba byla pouze proporcionální a její zesílení bylo $K_{FF} = 2220$. Ta zajistila, že se hladina vzdalovala od referenční hladiny pouze o setiny centimetrů i pro relativně velké přítoky.

Nakonec byl navržen algoritmus, který zajistil rozložení celkového průtoku na jednotlivé turbíny. Cílem bylo distribuovat průtok tak, aby každá se turbína, která běží, pohybovala v pásmu s vysokou účinností. Bylo zavedeno 6 stavů (kombinací), ve kterých se mohou turbíny pohybovat. Tyto stavy byly vybrány jako kompromis mezi přesným sledováním požadovaného odtoku, a fungováním turbín v pásmu s nejvyšší účinností.

Podařilo se tedy navrhnout regulátor, který bude udržovat stálou hladinu v nádrži a zároveň jeho chování nebude narušovat životní prostředí v okolí vodního díla, což byl jeden z hlavních požadavků.

Nepřesnosti modelu oproti skutečnému systému mohou být způsobeny hlavně rozdílným tvarem a velikostí nádrže v modelu a v reálném systému. Pro zvolený pracovní bod odpovídá odtok při maximálním otevření odtoku reálného systému. U modelu je předpokládáno, že průtok turbínou je přímo úměrný řídícímu napětí. V reálném systému, kde bychom řídíli rozváděcí lopatky by toto nemuselo platit a bylo by potřeba udělat určité úpravy modelu nebo použít na řídící napětí funkci, která by zajistila nastavení rozváděcích lopatek tak, abychom získali požadovaný průtok. Ve (3.6) vidíme porovnání našeho regulátoru na našem modelu, se skutečným systémem. Navrženomu regulátoru se daří držet hladinu lépe než regulátoru, který v současnosti funguje na reálném systému.

Příloha A

Obsah přiloženého CD

2012_rycl_BP.pdf ..... Bakalářská práce v pdf formátu
Start.m ..... m-file k načtení dat do workspace a zobraní modelů
MVE_nelinearni_model.mdl ..... nelineární model v simulinku
MVE_linearni_model.mdl ..... lineární model v simulinku
MVE_diskretni_s_ff.mdl ..... model s diskrétním regulátorem
MVE_algoritmus.mdl ..... model po zavedení algoritmu rozložení průtoku

Reference

[1] Forbes T. Brown: Engineering system dynamics: a unified graph-centered approach, 2nd Edition, CRC press, 2007

[2] J. Melichar, J. Vojtek, J. Bláha: Malé vodní turbíny: konstrukce a provoz, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1998

[3] http://www.poh.cz/vd/brezova.htm

[4] E. De Jaeger, N. Janssens, B.Malfliet, F. Van De Meulebroeke: Hydro turbine model for system dynamic studies, IEEE Trans on Power Systems, Vol. 9, No. 4, 1994

[5] R. Magureanu, M. Albu ,A.M. Dumitrescu V. Bostan, M. Pelizza, F. Andreea, G. Dimu, F. Popa, M. Rotaru: Optimal Operation of Francis Small Hydro Turbines with Variabiable Flow

[6] Gene F. Franklin, J. David Powel, Abbas Emami Naenini: Feedback control of dynamic systems, 6th edition

[7] Hongqing Fang, Long Chen, Nkosinathi Dlakavu, Zuyi Shen: Basic Modeling and Simulation Tool for Analysis of Hydraulic Transients in Hydroelectric Power Plants, IEEE Trans on energy conversion, vol 23