

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



## Bakalářská práce

Optimální rozvrhování výroby buničiny

Optimal scheduling of pulp production

Praha, 2011

Autor: Josef Müller  
Vedoucí práce: Ing. Petr Havel, Ph.D.



České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Josef Müller**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (bakalářský), strukturovaný  
Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: **Optimální rozvrhování výroby buničiny**

Pokyny pro vypracování:


1. Navrhněte a na modelu otestujte algoritmus rozvrhování provozu mlýnů v lince na výrobu buničiny.
2. Algoritmus musí umožňovat vždy dostatek buničiny vzhledem k plánu výroby papíru.
3. Nesmí být překročena kapacita sil pro její uskladnění.
4. Věnujte pozornost snížení provozních nákladů spojených se spotřebou elektřiny díky vhodnému využití energetických tarifů.
5. Předpokládá se rozvrhování strojů na týden dopředu.

Seznam odborné literatury:


Dodá vedoucí práce

Vedoucí: Ing. Petr Havel, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2011/2012

  
prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.  
vedoucí katedry



  
prof. Ing. Boris Šimák, CSc.  
děkan

V Praze dne 26. 10. 2010



## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze, dne 26. 5. 2011 .....

 .....

Podpis

## **Poděkování**

Děkuji Ing. Petru Havlovi, Ph.D. za pomoc, strávený čas a cenné rady při realizaci této bakalářské práce.

# Abstrakt

Tato práce se zabývá problémem optimálního rozvrhování výrobního procesu ve firmě na výrobu buničiny. Cílem práce bylo navrhnout a na modelu otestovat optimální algoritmus rozvrhování provozu mlýnů na lince. Algoritmus by měl minimalizovat náklady na elektřinu potřebnou k mletí.

V úvodu práce je popsána výrobní linka a její zjednodušený model. Bylo nalezeno několik vlastních, suboptimálních, algoritmů řešících daný problém. Mimo to bylo hledáno řešení za pomoci metody MILP, Mixed Integer Linear Programming, bez poskytnutého počátečního řešení a s ním.

V závěru je porovnáváno řešení pro různé výrobní požadavky, měnila se perioda vzorkování, počáteční řešení předávané solveru a cena elektřiny. Byly zaznamenány rozdíly a finanční úspora metody matematické optimalizace vůči suboptimálnímu řešení.

# **Abstract**

This thesis deals with the problem of optimal scheduling of pulp production. The aim was to design and test optimal scheduling algorithm for operation of the mill line. The algorithm should minimize the cost of electricity needed to grinding.

The introduction describes the production line and its simplified model. Several suboptimal algorithms that solve the problem were found. In addition, the solution in MILP method, Mixed Integer Linear Programming, has been sought with and without the provided initial solution.

In conclusion, the solutions are compared for cases of different production requirements, sampling period, initial solution provided to the solver and the price of electricity. Differences and savings between method of mathematical optimization and suboptimal solutions have been observed.



# Obsah

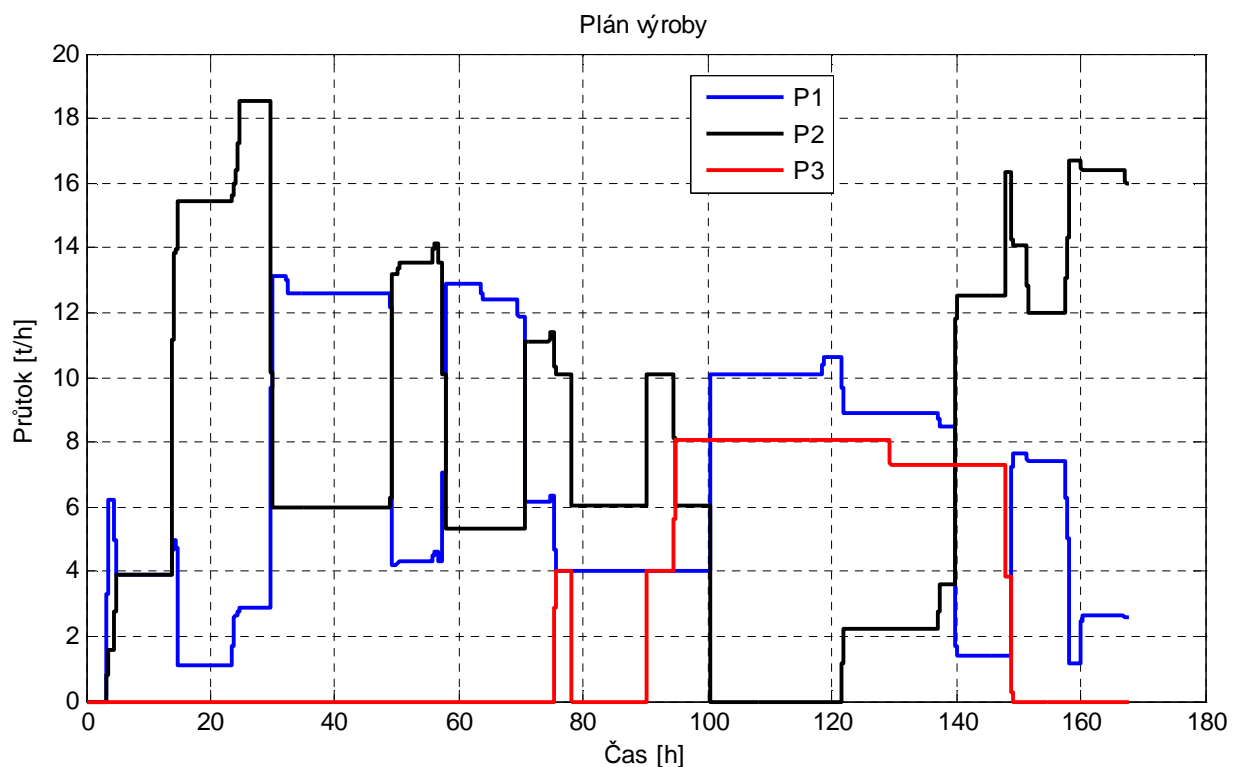
1.	Úvod.....	1
2.	Popis výrobního procesu.....	2
2.1.	Zjednodušený model.....	4
3.	Řešení pomocí metody matematické optimalizace.....	6
3.1.	Omezující podmínky.....	6
3.1.1.	Požadavek na „minimum up and down time“.....	11
3.2.	Kritérium.....	12
3.3.	Poznámky k technické implementaci.....	13
4.	Suboptimální řešení.....	14
4.1.	Řešení bez ohledu na mudt a na náklady.....	14
4.2.	Řešení s ohledem na náklady, bez ohledu na mudt.....	16
4.3.	Řešení s ohledem na mudt, bez ohledu na náklady.....	17
4.4.	Řešení s ohledem na mudt a náklady.....	18
5.	Porovnání výsledků.....	19
5.1.	Bez počátečního řešení.....	19
5.2.	Řešení z kapitoly 4.3 jako počátečního řešení.....	22
5.2.1.	Větší rozdíly v cenách elektřiny.....	22
5.2.2.	Menší rozdíly v cenách elektřiny.....	25
5.3.	Řešení z kapitoly 4.4 jako počátečního řešení.....	27
5.4.	Řešení z kapitoly 4.2 jako počátečního řešení.....	30
6.	Závěr.....	33
7.	Citovaná literatura.....	34
8.	Přílohy.....	35



# 1. Úvod

Úkolem této práce bylo navrhnout a na modelu otestovat algoritmus rozvrhování provozu mlýnů v lince na výrobu buničiny. Algoritmus musí zajistit dostatečné množství buničiny vzhledem k plánu výroby papíru a přitom nesmí být překročena kapacita nádrží pro její uskladnění. Velkou pozornost si vyžádalo snížení provozních nákladů spojených se spotřebou elektřiny a vhodné využití energetických tarifů. Cílem bylo stanovit rozvrhování strojů na týden dopředu.

Snahou bylo vytvořit optimální řešení metodou matematické optimalizace pomocí smíšeného celočíselného a lineárního programování (MILP). Dále vytvořit jednodušší, suboptimální, řešení. Důvodem tvorby jednoduššího řešení bylo vyjádření úspor dosažených optimálním řešením a jeho použití jako počáteční řešení.

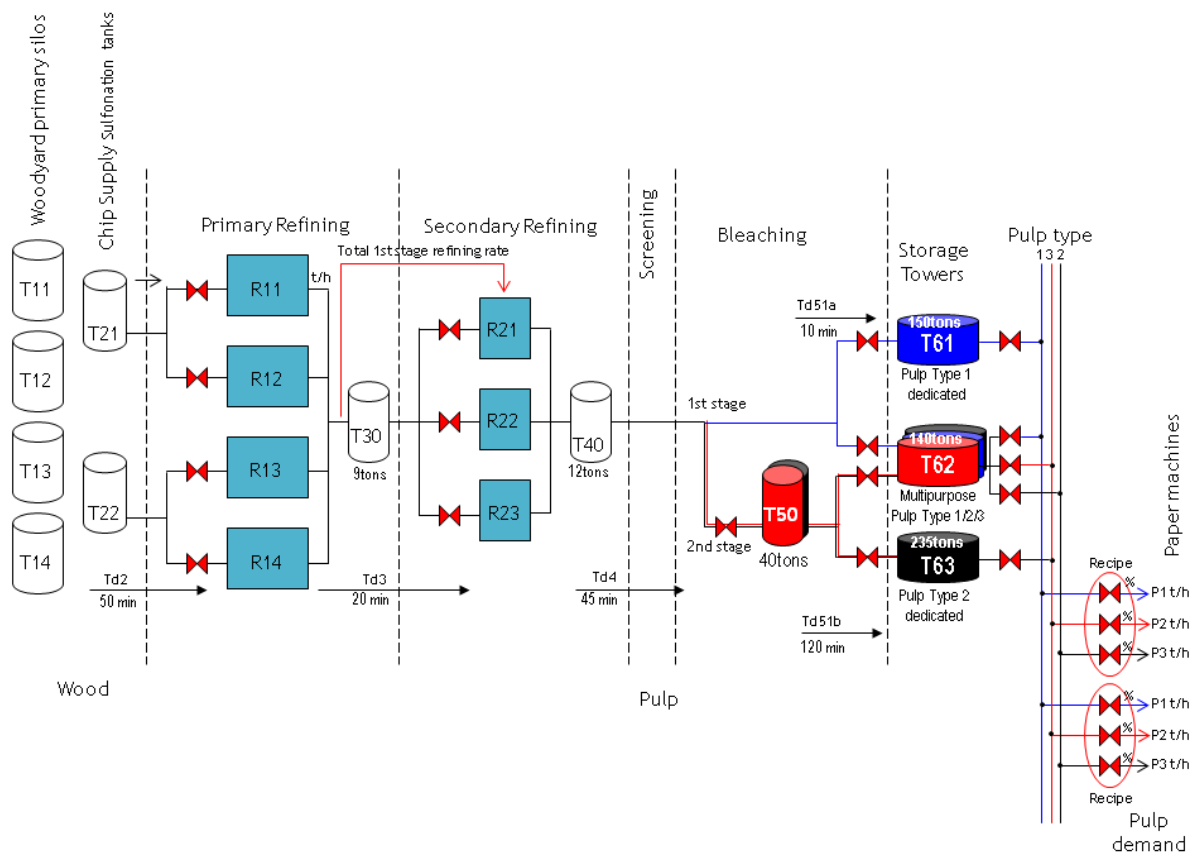


Obr. 2.1: Příklad plánu výroby

## 2. Popis výrobního procesu

Vstupem výrobní linky jsou dva typy dřevní štěpky: typ A a typ B. Výstupem jsou tři typy buničiny typ 1, typ 2 a typ 3. Na obrázku Obr. 2.1 je příklad plánu výroby. Buničina typu 1 je označena tmavě modře, typu 2 černě a typu 3 červeně. Na obrázku Obr. 2.2 je schéma výrobní linky. Barevné rozlišení typů buničiny odpovídá obrázku Obr. 2.1.

Všechny typy dřevní štěpky postupují na počátku výrobního procesu dvěma fázemi mletí. První fáze mletí se skládá ze čtyř mlýnů. Mlýny umožňují mletí rychlostí  $R1 = 5,5 \text{ t/h}$  pro dřevní štěpku typu A, rychlostí  $R2 = 3,5 \text{ t/h}$  pro dřevní štěpku typu B. V druhé fázi jsou v provozu tři mlýny. Jestliže běží v první části čtyři, tři, dva, nebo jen jeden mlýn, pak podle zadání ve druhé části jsou v provozu tři, dva, dva, nebo jeden mlýn.



Obr. 2.2: Schéma výrobní linky

Během fáze mletí se z dřevní štěrky stává buničina. Z dřevní štěrky typu A se stává buničina typu 1 a 2, z dřevní štěrky typu B se stává buničina typu 3. Buničina typu 1 teče do nádrže T61 nebo T62. Buničina typu 2 a 3 plní nádrž T50. Buničina typu 2 dále teče do nádrže T63 nebo T62. Buničina typu 3 teče do nádrže T62. Z nádrží T61, T62 a T63 je buničina odebírána dle plánu výroby.

Z technologických důvodů není možné, aby současně byly v jedné nádrži dva různé typy buničiny. Jedná se o nádrže T50 a T62, kde nejdříve musí být jeden typ buničiny odčerpán a pak načerpán jiný. Dále nelze, aby v jednom místě výrobní linky tekla dřevní štěrka typu A, resp. buničina typu 3, s jiným typem štěrky, resp. buničiny.

Dopravní zpoždění linky před první fází mletí je  $T_{d2} = 50 \text{ min}$ , mezi mletími  $T_{d3} = 20 \text{ min}$ , před bělením  $T_{d4} = 45 \text{ min}$ . Pak se oddělí buničina typu 1, která putuje k nádržím T61 nebo T62. Dopravní zpoždění na této trase je  $T_{d51} = 10 \text{ min}$ . Ostatní typy buničiny plní nádrž T50. Dopravní zpoždění mezi nádržemi T50 a T62, resp. T63, je  $T_{d52} = 120 \text{ min}$ .

Dalším požadavkem na výrobu je tzv. požadavek „minimum up and down time“ (mudt), tedy minimální čas  $UT$ , resp.  $DT$ , po který musejí být mlýny zapnuty, resp. vypnuty. Tento požadavek zajistí nižší opotřebení mlýnů.

V tabulce Tab. 2.1 jsou celkové příkony odpovídající jednotlivým povoleným kombinacím zapnutých mlýnů a typů zpracovávané dřevní štěrky.

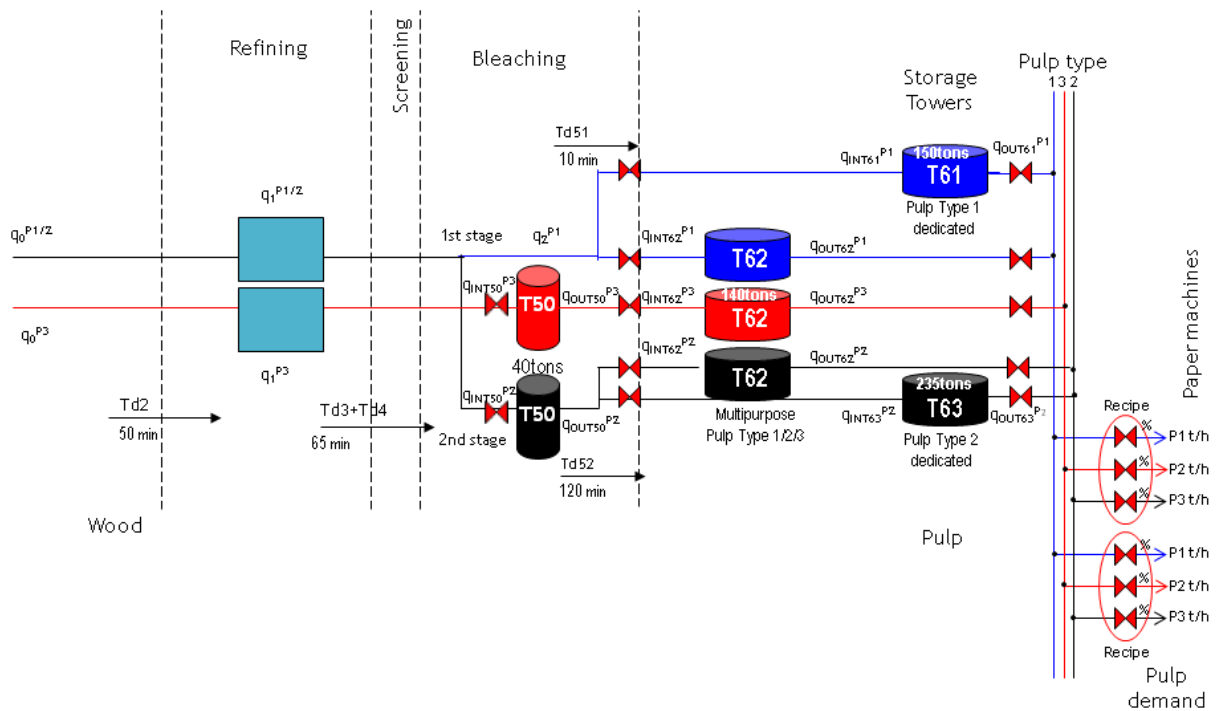
Tab. 2.1: Tabulka celkových příkonů mlýnů

Počet mlýnů v provozu		Typ A	Typ B
v první fázi (-)	v druhé fázi (-)	Příkon mlýnů (MW)	Příkon mlýnů (MW)
4	3	44	36
3	2	32	26
2	2	24	21
1	1	16	16

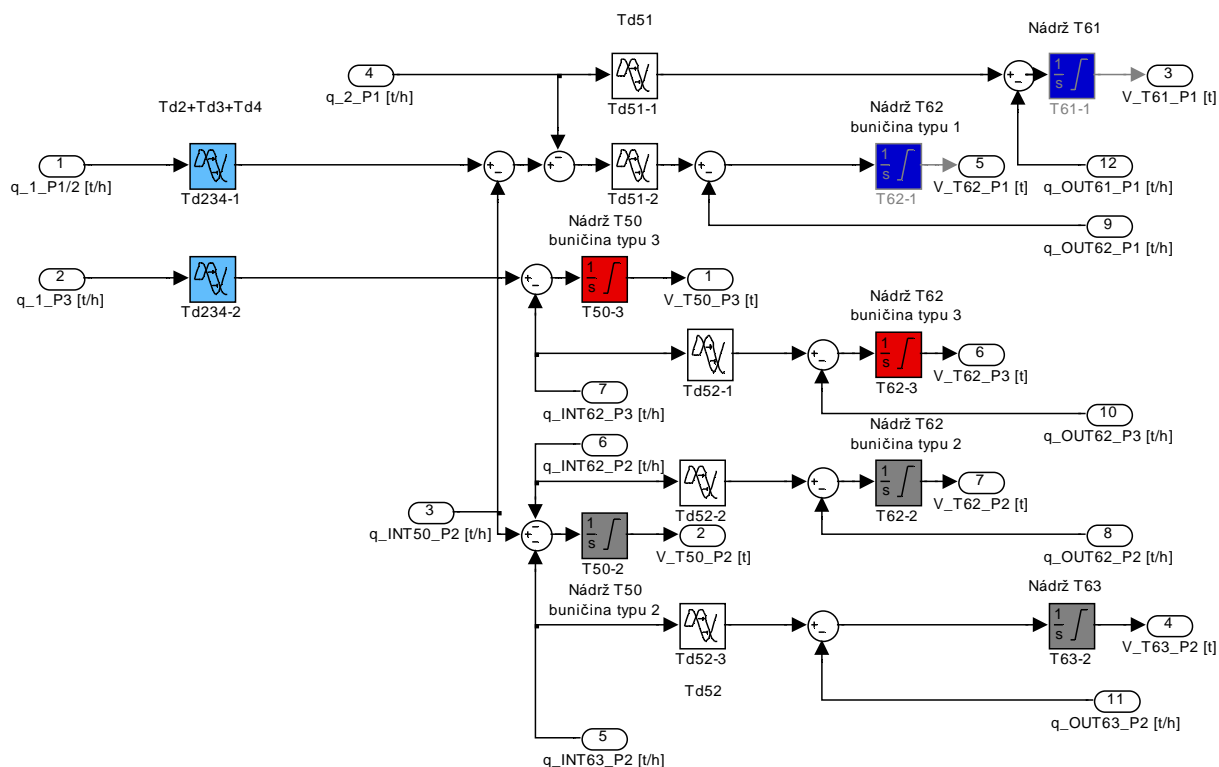
## 2.1. Zjednodušený model

Účelům této práce vyhovuje zjednodušený model, viz Obr. 2.3. Celý proces mletí je složen do dvou bloků, jeden blok pro dřevní štěpku typu A, a jeden pro typu B. To, které mlýny jsou v provozu, se rozlišuje pomocí binárních proměnných, viz kapitola 3.1 Omezující podmínky.

Dalším rozdílem jsou nádrže, které mohou obsahovat odlišné typy buničiny. Jde o nádrže T50 a T62. Tyto nádrže zde jsou rozděleny na dvě, resp. tři, podle toho jaké typy buničiny v nich mohou být. Požadavek na to, aby v žádné nádrži nebyly dva různé typy buničiny najednou, je zajišťován pomocí binárních proměnných, přidělených každému typu buničiny v nádrži, více v kapitole 3.1 Omezující podmínky.



Obr. 2.3: Zjednodušený model výrobní linky



Obr. 2.4: Zjednodušený model v Simulinku

Na obrázku Obr. 2.4 je simulinkový model zjednodušeného modelu. Simulinkový model byl využíván pro kontrolu technologických limitů, přetečení a podtečení nádrží. Kontrolovali jsme, aby nedocházelo k jejich porušení, zejména vlivem nepřesnosti modelu způsobeným diskretizací v časové oblasti. Podtečením je myšleno odebírání buničiny z prázdných nádrží.

### 3. Řešení pomocí metody matematické optimalizace

V této kapitole je rozebráno řešení problému pomocí metody matematické optimalizace. Pro vyřešení problému pomocí metody matematické optimalizace je třeba nalézt omezující podmínky a kritérium, které se bude minimalizovat, nebo maximalizovat. Problém je řešen v diskrétním čase  $t$ .

Na obrázku Obr. 2.3 jsou zobrazeny jednotlivá označení průtoků. Vtok dřevní štěpky typu A, resp. typu B, do mlýnů je označen  $q_0^{P1/2}(t)$ , resp.  $q_0^{P3}(t)$ . Průtok buničiny typu 1 a 2, resp. 3, skrz mlýny je označen  $q_1^{P1/2}(t)$ , resp.  $q_1^{P3}(t)$ . Tok buničiny typu 1 a 2  $q_1^{P1/2}(t)$  se rozdělí na tok buničiny typu 1  $q_2^{P1}(t)$  a na tok buničiny typu 2  $q_{INT50}^{P2}(t)$ , který teče do nádrže T50. Vtok buničiny typu 3 do nádrže T50 je označen  $q_{INT50}^{P3}(t)$ . Vtok buničiny typu 1 do nádrže T61, resp. T62, je označen  $q_{INT61}^{P1}(t)$ , resp.  $q_{INT62}^{P1}(t)$ . Výtok buničiny typu 2, resp. typu 3, z nádrže T50 je označen  $q_{OUT50}^{P2}(t)$ , resp.  $q_{OUT50}^{P3}(t)$ . Vtok buničiny typu 2 do nádrže T62, resp. T63, je označen  $q_{INT62}^{P2}(t)$ , resp.  $q_{INT63}^{P2}(t)$ . Vtok buničiny typu 3 do nádrže T62 je označen  $q_{INT62}^{P3}(t)$ . Výtoky z nádrží T61, T62 a T63 jsou označeny  $q_{OUT61}^{P1}(t)$ ,  $q_{OUT62}^{P1}(t)$ ,  $q_{OUT62}^{P2}(t)$ ,  $q_{OUT62}^{P3}(t)$  a  $q_{OUT63}^{P2}(t)$ .

#### 3.1. Omezující podmínky

Byly zavedeny binární proměnné  $u_{11}^{P1/2}(t)$ ,  $u_{22}^{P1/2}(t)$ ,  $u_{32}^{P1/2}(t)$ ,  $u_{43}^{P1/2}(t)$ ,  $u_{11}^{P3}(t)$ ,  $u_{22}^{P3}(t)$ ,  $u_{32}^{P3}(t)$ ,  $u_{43}^{P3}(t)$ . Tyto proměnné symbolizují, jaký typ buničiny se mele a kolik je mlýnů v provozu. Horní index určuje typ buničiny a dolní počty mlýnů v provozu v první a druhé fázi mletí. Pouze jedna z binárních proměnných může být v jednom okamžiku rovna jedné:

$$u_{11}^{P1/2}(t) + u_{22}^{P1/2}(t) + u_{32}^{P1/2}(t) + u_{43}^{P1/2}(t) + u_{11}^{P3}(t) + u_{22}^{P3}(t) + u_{32}^{P3}(t) + u_{43}^{P3}(t) \leq 1. \quad (3.1)$$



Průtoky buničiny v mlýnech  $q_1^{P1/2}(t)$ ,  $q_1^{P3}(t)$  jsou o dopravní zpoždění  $T_{d2}$  posunutě odběry dřevní štěrky  $q_0^{P1/2}(t)$ ,  $q_0^{P3}(t)$  ze zásobníků:

$$q_0^{P1/2}\left(t - \frac{T_{d2}}{T}\right) = q_1^{P1/2}(t), \quad (3.2)$$

$$q_0^{P3}\left(t - \frac{T_{d2}}{T}\right) = q_1^{P3}(t), \quad (3.3)$$

kde  $T$  je vzorkovací perioda.

Průtoky v mlýnech  $q_1^{P1/2}(t)$ ,  $q_1^{P3}(t)$  jsou dány počtem mlýnů v provozu a rychlostí mletí zpracovávaného typu dřevní štěrky:

$$q_1^{P1/2}(t) = R_1 \left( u_{11}^{P1/2}(t) + 2u_{22}^{P1/2}(t) + 3u_{32}^{P1/2}(t) + 4u_{43}^{P1/2}(t) \right), \quad (3.4)$$

$$q_1^{P3}(t) = R_2 \left( u_{11}^{P3}(t) + 2u_{22}^{P3}(t) + 3u_{32}^{P3}(t) + 4u_{43}^{P3}(t) \right), \quad (3.5)$$

kde  $R_1$  a  $R_2$  jsou rychlosti mletí.

Průtok buničiny typu 1 a 2  $q_1^{P1/2}(t)$  se za dopravní zpoždění  $T_{d3} + T_{d4}$  rozdělí na toky buničiny typu 1  $q_2^{P1}(t)$  a typu 2  $q_{INT50}^{P2}(t)$ . Průtok buničiny typu 3  $q_{INT50}^{P3}(t)$  je o totéž dopravní zpoždění posunutý tok buničiny  $q_1^{P3}(t)$ :

$$q_1^{P1/2}\left(t - \frac{T_{d3}+T_{d4}}{T}\right) = q_2^{P1}(t) + q_{INT50}^{P2}(t), \quad (3.6)$$

$$q_1^{P3}\left(t - \frac{T_{d3}+T_{d4}}{T}\right) = q_{INT50}^{P3}(t), \quad (3.7)$$

kde  $q_{INT50}^{P2}$  a  $q_{INT50}^{P3}$  jsou vtoky do nádrže T50 a  $q_2^{P1}$  je tok buničiny typu 1.

Objem buničiny v nádrži T50  $V_{T50}^{P2}$ , resp.  $V_{T50}^{P3}$ , je dán rovnicemi

$$V_{T50}^{P2}(t + 1) = V_{T50}^{P2}(t) + q_{INT50}^{P2}(t) - q_{OUT50}^{P2}(t), \quad (3.8)$$

$$V_{T50}^{P3}(t + 1) = V_{T50}^{P3}(t) + q_{INT50}^{P3}(t) - q_{OUT50}^{P3}(t), \quad (3.9)$$

kde  $q_{INT50}^{P2}$  a  $q_{INT50}^{P3}$  jsou vtoky do nádrže T50,  $q_{OUT50}^{P2}$  a  $q_{OUT50}^{P3}$  jsou výtoky z nádrže T50.

Nerovnice pro binární proměnné nádrže T50 je

$$u_{INT50}^{P2}(t) + u_{INT50}^{P3}(t) \leq 1, \quad (3.10)$$

kde  $u_{INT50}^{P2}$ , resp.  $u_{INT50}^{P3}$ , určuje, zda je v nádrži T50 buničina typu 2, resp. typu 3. Nerovnice (3.10) nám spolu s následujícími nerovnicemi pomáhá zajistit, aby v nádrži nebyly dva různé typy buničiny současně. V jednom okamžiku může být rovna jedné pouze jedna z těchto binárních proměnných.

Omezení pro vtoky buničiny do nádrže T50 jsou

$$0 \leq q_{INT50}^{P2}(t) \leq q_{MAX}^{P2} \cdot u_{INT50}^{P2}(t), \quad (3.11)$$

$$0 \leq q_{INT50}^{P3}(t) \leq q_{MAX}^{P3} \cdot u_{INT50}^{P3}(t), \quad (3.12)$$

kde  $q_{MAX}^{P2}$  a  $q_{MAX}^{P3}$  jsou maximální vtoky buničiny do nádrže. Tyto nerovnice nám zajistí, aby nebyl do nádrže napouštěn jiný typ buničiny, než ten který v ní už je.

Omezení pro objemy buničiny v nádrži T50 jsou

$$0 \leq V_{T50}^{P2}(t) \leq V_{T50MAX} \cdot u_{INT50}^{P2}(t), \quad (3.13)$$

$$0 \leq V_{T50}^{P3}(t) \leq V_{T50MAX} \cdot u_{INT50}^{P3}(t), \quad (3.14)$$

kde  $V_{T50MAX}$  je maximální objem buničiny v nádrži. Tyto podmínky nám zajistí, aby nádrž nepřetekla či nepodtekla. Dále přispívá k zajištění, aby v nádrži nebyly dva různé typy buničiny současně.

Výtok buničiny typu 2  $q_{OUT50}^{P2}(t)$  z nádrže T50 se za dopravní zpoždění  $T_{d52}$  rozdělí na vtok  $q_{INT62}^{P2}(t)$  do nádrže T62 a vtok  $q_{INT63}^{P2}(t)$  do nádrže T63:

$$q_{OUT50}^{P2} \left( t - \frac{T_{d52}}{T} \right) = q_{INT63}^{P2}(t) + q_{INT62}^{P2}(t). \quad (3.15)$$

Výtok buničiny typu 3  $q_{OUT50}^{P3}(t)$  z nádrže T50 se za dopravní zpoždění  $T_{d52}$  stane vtokem  $q_{INT62}^{P3}(t)$  do nádrže T62:

$$q_{OUT50}^{P3} \left( t - \frac{T_{d52}}{T} \right) = q_{INT62}^{P3}(t). \quad (3.16)$$

Tok buničiny typu 1  $q_2^{P1}(t)$  se za dopravní zpoždění  $T_{d51}$  rozdělí na vtok  $q_{INT61}^{P1}(t)$  do nádrže T61 a vtok  $q_{INT62}^{P1}(t)$  do nádrže T62:

$$q_2^{P1}\left(t - \frac{T_{d51}}{T}\right) = q_{INT61}^{P1}(t) + q_{INT62}^{P1}(t). \quad (3.17)$$

Změna objemu buničiny v nádrži T61  $V_{T61}^{P1}$  je dána rozdílem přítoku buničiny  $q_{INT61}^{P1}(t)$  a odtoku buničiny  $q_{OUT61}^{P1}(t)$ :

$$V_{T61}^{P1}(t + 1) = V_{T61}^{P1}(t) + q_{INT61}^{P1}(t) - q_{OUT61}^{P1}(t). \quad (3.18)$$

Objem buničiny v nádrži T61  $V_{T61}^{P1}$  nesmí klesnout pod nulu ani překročit maximální přípustnou mez  $V_{T61MAX}$ :

$$0 \leq V_{T61}^{P1}(t) \leq V_{T61MAX}, \quad (3.19)$$

Totéž platí pro nádrž T63

$$V_{T63}^{P2}(t + 1) = V_{T63}^{P2}(t) + q_{INT63}^{P2}(t) - q_{OUT63}^{P2}(t), \quad (3.20)$$

$$0 \leq V_{T63}^{P2}(t) \leq V_{T63MAX}, \quad (3.21)$$

kde  $V_{T63}^{P2}$  je objem buničiny v ní a  $V_{T63MAX}$  jeho maximální hodnota.  $q_{OUT63}^{P2}$  je výtok buničiny z této nádrže.

Omezující podmínky pro nádrž T62 jsou obdobné jako pro nádrž T50. Rozdíl je jen v rozdělení do tří částí. Tedy objem buničiny v nádrži T62  $V_{T62}^{P1}$ , resp.  $V_{T62}^{P2}$ , resp.  $V_{T62}^{P3}$ , je dán rovnicemi

$$V_{T62}^{P1}(t + 1) = V_{T62}^{P1}(t) + q_{INT62}^{P1}(t) - q_{OUT62}^{P1}(t), \quad (3.22)$$

$$V_{T62}^{P2}(t + 1) = V_{T62}^{P2}(t) + q_{INT62}^{P2}(t) - q_{OUT62}^{P2}(t), \quad (3.23)$$

$$V_{T62}^{P3}(t + 1) = V_{T62}^{P3}(t) + q_{INT62}^{P3}(t) - q_{OUT62}^{P3}(t), \quad (3.24)$$

kde  $q_{OUT62}^{P1}$ ,  $q_{OUT62}^{P2}$  a  $q_{OUT62}^{P3}$  jsou výtoky buničiny z nádrže T62.

Nerovnice pro binární proměnné nádrže T62 je

$$u_{INT62}^{P1}(t) + u_{INT62}^{P2}(t) + u_{INT62}^{P3}(t) \leq 1, \quad (3.25)$$

kde  $u_{INT62}^{P1}$ , resp.  $u_{INT62}^{P2}$ , resp.  $u_{INT62}^{P3}$ , určuje, zda je v nádrži buničina typu 1, resp. typu 2, resp. typu 3.

Omezení pro vtoky buničiny do nádrže T62 jsou

$$0 \leq q_{INT62}^{P1}(t) \leq q_{MAX}^{P1} \cdot u_{INT62}^{P1}(t), \quad (3.26)$$

$$0 \leq q_{INT62}^{P2}(t) \leq q_{MAX}^{P2} \cdot u_{INT62}^{P2}(t), \quad (3.27)$$

$$0 \leq q_{INT62}^{P3}(t) \leq q_{MAX}^{P3} \cdot u_{INT62}^{P3}(t), \quad (3.28)$$

kde  $q_{MAX}^{P1}$ ,  $q_{MAX}^{P2}$  a  $q_{MAX}^{P3}$  jsou maximální vtoky buničiny do nádrže. Tyto rovnice nám zajistí, aby nebyl do nádrže napouštěn jiný typ buničiny, než ten který v ní už je.

Omezení pro objemy buničiny nádrži T62 jsou

$$0 \leq V_{T62}^{P1}(t) \leq V_{T62MAX} \cdot u_{INT62}^{P1}(t), \quad (3.29)$$

$$0 \leq V_{T62}^{P2}(t) \leq V_{T62MAX} \cdot u_{INT62}^{P2}(t), \quad (3.30)$$

$$0 \leq V_{T62}^{P3}(t) \leq V_{T62MAX} \cdot u_{INT62}^{P3}(t), \quad (3.31)$$

kde  $V_{T62MAX}$  je maximální objem nádrže. Tyto nerovnice nám zajistí, aby nádrž nepřetekla či nepodtekla. Dále přispívají k tomu, aby v nádrži nebyly dva různé typy buničiny současně.

Průtoky buničiny  $q_{DEMAND}^{P1}$ ,  $q_{DEMAND}^{P2}$ ,  $q_{DEMAND}^{P3}$  jsou požadované průběhy buničiny na konci výrobní linky. Průtok buničiny typu 1  $q_{DEMAND}^{P1}$  je dán součtem výtoku buničiny typu 1  $q_{OUT61}^{P1}(t)$  z nádrže T61 a  $q_{OUT62}^{P1}(t)$  z nádrže T62:

$$q_{DEMAND}^{P1}(t) = q_{OUT61}^{P1}(t) + q_{OUT62}^{P1}(t). \quad (3.32)$$

Průtok buničiny typu 2  $q_{DEMAND}^{P2}$  je dán součtem výtoku buničiny typu 2  $q_{OUT62}^{P2}(t)$  z nádrže T62 a  $q_{OUT63}^{P2}(t)$  z nádrže T63:

$$q_{DEMAND}^{P2}(t) = q_{OUT62}^{P2}(t) + q_{OUT63}^{P2}(t). \quad (3.33)$$

Průtok buničiny typu 3  $q_{DEMAND}^{P3}$  je roven výtoku buničiny typu 3  $q_{OUT62}^{P3}(t)$  z nádrže T62:

$$q_{DEMAND}^{P3}(t) = q_{OUT62}^{P3}(t), \quad (3.34)$$

### 3.1.1. Požadavek na „minimum up and down time“

Dalším požadavkem na výrobu je tzv. požadavek „minimum up and down time“, tedy minimální čas  $UT$ , resp.  $DT$ , po který musejí být mlýny zapnuty, resp. vypnuty. Tento požadavek zajistí nižší opotřebení mlýnů.

Pro dodržení požadavku bylo využito teorie z literatury [1], kde je popsáno řešení pro každý jednotlivý mlýn. Binární proměnné, jak byly zavedeny v kapitole 3.1 Omezující podmínky, nepopisují mletí jednotlivých mlýnů, ale to kolik jich mele.

Proto byly zavedeny binární proměnné  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,  $u_3(t)$ ,  $u_4(t)$ , které symbolizují to, jestli jsou v provozu čtyři, alespoň tři, alespoň dva, nebo alespoň jeden mlýn:

$$u_4(t) = u_{43}^{P1/2}(t) + u_{43}^{P3}(t), \quad (3.35)$$

$$u_3(t) = u_{32}^{P1/2}(t) + u_{32}^{P3}(t) + u_{43}^{P1/2}(t) + u_{43}^{P3}(t), \quad (3.36)$$

$$u_2(t) = u_{22}^{P1/2}(t) + u_{22}^{P3}(t) + u_{32}^{P1/2}(t) + u_{32}^{P3}(t) + u_{43}^{P1/2}(t) + u_{43}^{P3}(t), \quad (3.37)$$

$$u_1(t) = u_{11}^{P1/2}(t) + u_{11}^{P3}(t) + u_{22}^{P1/2}(t) + u_{22}^{P3}(t) + u_{32}^{P1/2}(t) + u_{32}^{P3}(t) + u_{43}^{P1/2}(t) + u_{43}^{P3}(t). \quad (3.38)$$

Podle [1] platí pro každou kombinaci počtu mlýnů v provozu  $i$  (od 1 do 4):

$$v_i(t) - w_i(t) = u_i(t) - u_i(t - 1), \quad (3.39)$$

kde  $v_i(t)$  je binární proměnná, rovna jedné v okamžiku zapnutí kombinace mlýnů  $i$ ,  $w_i(t)$  je binární proměnná, rovna jedné v okamžiku vypnutí kombinace mlýnů  $i$  a  $u_i(t)$  je binární proměnná, která je rovna jedné, je-li kombinace mlýnů  $i$  v provozu.

Dále musí platit nerovnice pro zapínání

$$\sum_{q=t-UT+1}^t v_i(q) \leq u_i(t), \quad (3.40)$$

kde  $t$  nabývá hodnot od  $UT$  do  $time$ .

Pro vypínání:

$$\sum_{q=t-DT+1}^t w_i(q) \leq 1 - u_i(t), \quad (3.41)$$

kde  $t$  nabývá hodnot od  $DT$  do  $time$ .

Jsou-li zapnuty čtyři mlýny současně, pak musí být v provozu alespoň po dobu  $UT$ . Nejsou-li v provozu současně, pak tento stav musí trvat alespoň po dobu  $DT$ . Alespoň tři mlýny, resp. alespoň dva mlýny, resp. alespoň jeden mlýn, musí být v provozu nejméně po dobu  $UT$ . Tyto kombinace musí být neaktivní minimálně po dobu  $DT$ .

### 3.2. Kritérium

Úkolem této práce je nalézt optimální řešení vzhledem k ceně elektřiny. Tedy kritériem, jsou celkové náklady na elektřinu  $C_{el}$ . V tomto případě se bude kritérium minimalizovat.

Pro celkové náklady na elektřinu  $C_{el}$  platí

$$C_{el} = \sum_{t=1}^{time/T} \left( u_{11}^{P1/2}(t) \cdot P_{11}^{P1/2} + u_{22}^{P1/2}(t) \cdot P_{11}^{P1/2} + u_{32}^{P1/2}(t) \cdot P_{11}^{P1/2} + u_{43}^{P1/2}(t) \cdot P_{11}^{P1/2} + u_{11}^{P1/2}(t) \cdot P_{11}^{P3} + u_{22}^{P3}(t) \cdot P_{11}^{P3} + u_{32}^{P3}(t) \cdot P_{11}^{P3} + u_{43}^{P3}(t) \cdot P_{11}^{P3} \right) \cdot cena(t), \quad (3.42)$$

kde  $time$  je celkový čas plánování,  $cena(t)$  je časový průběh ceny elektřiny,  $P_{11}^{P1/2}, P_{22}^{P1/2}, P_{32}^{P1/2}, P_{43}^{P1/2}, P_{11}^{P3}, P_{22}^{P3}, P_{32}^{P3}, P_{43}^{P3}$  jsou příkony příslušných kombinací mlýnů a typů zpracovávané buničiny.

### 3.3. Poznámky k technické implementaci

Pro nalezení řešení metodou matematické optimalizace bylo využito solveru Gurobi [2]. Se solverem se pracovalo v programu Matlab [4], za pomoci toolboxu Yalmip [3]. Cílem bylo vytvořit optimální řešení v přijatelném čase. Solveru se předají omezení a kritéria popisující výrobní linku.

Solver nejprve vypočte optimální řešení za předpokladu, že jsou všechny proměnné spojité. To pak slouží jako základ výpočtu optimality gap postupně nacházených řešení. Stopping criterion jsme volili jedno procento. Tedy je-li nalezeno řešení s optimality gap menší než stopping criterion, solver přestane dále hledat.

Solveru lze předávat počáteční řešení, které splňuje všechna omezení. Bez předání počátečního řešení solveru je doba hledání delší a nároky na operační paměť vyšší. Jako počáteční řešení byla předávána řešení z kapitoly 4. Suboptimální řešení.

Solver se v Yalmipu spouští příkazem

```
diagnostics = solvesdp (Constraints, Objective, options),
```

kde `diagnostics` vrací informaci o době řešení a tom, zda vše proběhlo bez problému, `Constraints` reprezentuje omezující podmínky, `Objective` je cíl řešení, tedy kritérium, které chceme minimalizovat, v našem případě náklady na elektřinu  $C_{el}$ , v `options` jsou obsaženy další parametry řešení.

Příkaz `sdpsettings` tyto parametry nastaví

```
options = sdpsettings ('solver', 'gurobi', 'usex0', 1),
```

kde parametrem `'solver'` definujeme, jaký solver chceme použít, parametrem `'usex0'` nastaveným na hodnotu jedna říkáme, že chceme solveru předat počáteční řešení.

Binární proměnné se definují příkazem `binvar`

```
u_11_P12 = binvar (n, 1),
```

kde  $n$  je *time*, celkový čas plánování.

Ostatní proměnné se definují příkazem `sdpvar`

```
q_1_P12 = sdpvar (n, 1).
```

Počáteční řešení se předá příkazem `assign`

```
assign (u_11_P12, ub_11_P12),
```

kde první parametr je proměnná, za kterou dosazujeme, a druhý parametr hodnota kterou dosazujeme.

K formulaci omezení použijeme funkci `set`

```
Constraints = Constraints +set([V_T50_P2>=0;V_T50_P2<=V_T50max*u_INT50_P2]),
```

kde jako parametr funkce předáváme postupně všechny omezující podmínky.

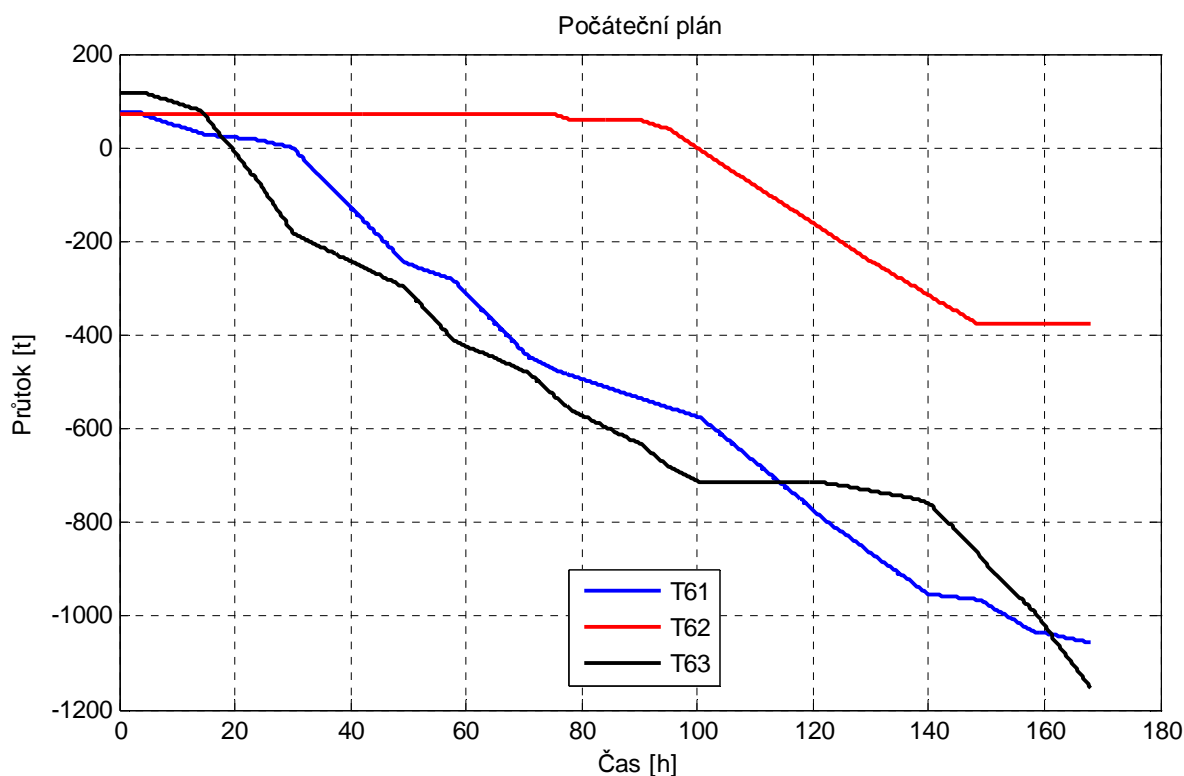
## 4. Suboptimální řešení

Suboptimální řešení byla vytvořena pro vyjádření úspor dosažených optimálním řešením a pro použití jako počáteční řešení pro metodu matematické optimalizace. Během hledání nejlepšího výsledku se nám podařilo postupně vytvořit několik suboptimálních řešení. Všechna řešení rozlišují již od počátku výrobního procesu dřevní štepku typu A na tu, ze které se stane buničina typu 1, buničina typu 2, což neumožňuje současně vyrábět tyto dva typy buničiny. Všechna suboptimální řešení neuvažují nádrž T50, nádrž T62 přidělují pouze buničině typu 3.

### 4.1. Řešení bez ohledu na mudt a na náklady

Toto řešení nalezne výsledek nezávisle na ceně elektřiny. Nejprve se vytvoří plán, kdy se od počátečních stavů nádrží odečtou výstupní požadavky v příslušném časovém okamžiku. Na obrázku Obr. 4.1 je příklad takového počátečního plánu, objem buničiny v nádrži T61 je označen tmavě modře, objem buničiny v nádrži T62 je označen červeně, objem buničiny v nádrži T63 je označen černě.

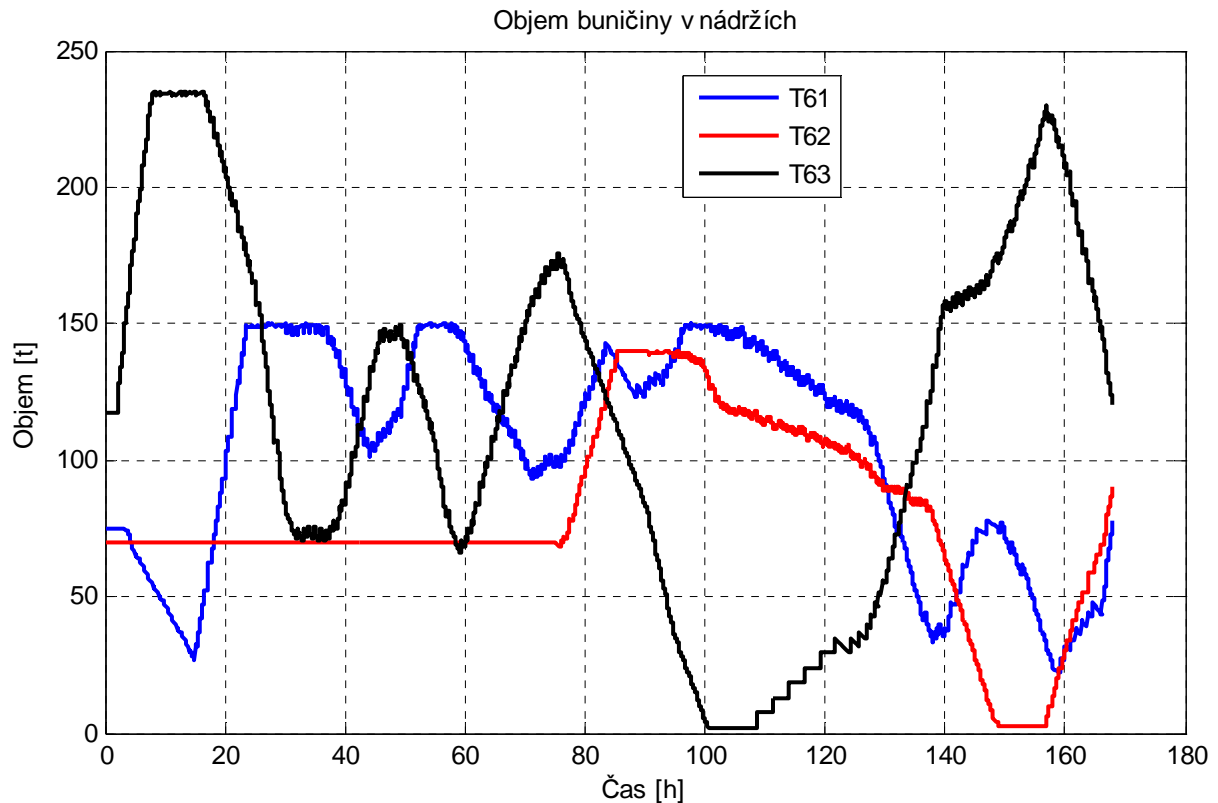




Obr. 4.1: Příklad počátečního plánu

Ten typ buničiny, jehož objem jako první dle plánu klesne v nádrži pod nulu, se vyrobí jako první. Pak se plán upraví navýšením hodnot objemu dané buničiny v nádrži. Pokračuje se výběrem dalšího typu buničiny, jehož objem nejrychleji klesne dle upraveného plánu v nádrži pod nulu. Tak se pokračuje až do té doby než objem buničiny ve všech nádržích splňuje cílenou hodnotu na konci týdne. Na obrázku Obr 4.2 je výsledný plán po všech úpravách, barevné značení je shodné s obrázkem Obr 4.1.

Během plánování se hlídá, aby žádná nádrž nepřetekla. Přeteče-li při mletí všemi čtyřmi mlýny v první fázi mletí, pak se mele jen třemi mlýny atd. Přeteče-li i při mletí jen jedním mlýnem, vybere se další typ buničiny v pořadí.



Obr. 4.2: Příklad průběhů objemů buničiny v nádržích

## 4.2. Řešení s ohledem na náklady, bez ohledu na mudt

Řešení bere v úvahu cenu elektřiny během plánování. Vytvoří se plán jako u řešení z kapitoly 4.1, obrázek Obr. 4.1. Nejprve se naplňuje rozvrh pro nejlevnější čas, poté bude-li třeba pro dražší časy. Řešení počítá i s více stavovým průběhem ceny.

Typ buničiny, který se bude vyrábět, se vybírá podle nejmenší hodnoty objemu v nádrži dle plánu v příslušném čase. Je-li tato nejmenší hodnota objemu buničiny větší než nula, plánuje se vzhledem k cílené hodnotě objemů na konci týdne. Tedy nejdříve se vyrábí ten typ buničiny, který má k cílené hodnotě objemu na konci týdne nejdále.

### 4.3. Řešení s ohledem na mudt, bez ohledu na náklady

Toto řešení bere v úvahu požadavek na „minimum up and down time“. Tak jako první řešení, vytvoří rozvrh nezávisle na ceně elektřiny. Nejprve se vytvoří plán, kdy se od počátečních stavů nádrží odečtou výstupní požadavky, v příslušném časovém okamžiku, viz Obr. 4.1.

V daný čas se každému typu buničiny přidělí vektor délky rovné součinu  $UT$  a vzorkovací periody  $T$ . Vektory se plní od prvního místa do posledního. Plánuje se nejprve pro čtyři mlýny v provozu v první fázi mletí. Do vektoru se ukládá rozdíl maximální kapacity nádrže a aktuálního objemu buničiny v ní dle plánu v daném čase v případě, že by se tento typ buničiny vyráběl. Ten typ buničiny, jehož vektor nabývá nejmenší hodnoty, je vybrán na výrobu. Plán se upraví a pokračuje se dále. Podaří-li se naplnit celý vektor, je splněna podmínka „minimum up time“ a čas se posune o  $UT \cdot T$ .

Nabývá-li vektor vybraného typu buničiny záporné hodnoty, došlo by k přetečení nádrže, a tedy nelze tento typ buničiny vyrábět. Plánuje se od začátku s o jedna menším počtem mlýnů. Nelze-li vyrábět ani při mletí jedním mlýnem, posune se čas o  $DT \cdot T$  a plánuje se od začátku.

Z časových důvodů se nepodařilo vytvořit způsob, který by toto řešení dále vylepšil o vliv ceny elektřiny, přesunutí výroby z dražších časů do levnějších.

## 4.4. Řešení s ohledem na mudt a náklady

Další řešení je kombinací řešení z kapitol 4.2 a 4.3, tedy plánuje s ohledem na „minimum up and down time“ a přitom bere v úvahu cenu elektřiny. Jako druhé řešení se nejprve naplánuje výroba v levnější časy a pak v ty dražší. Plánuje se na intervalech se stejnou cenou elektřiny. Sousední intervaly mají odlišnou cenu elektřiny.

I pro toto řešení jsou zavedeny vektory, stejně jako v kapitole 4.3. Pro každý typ buničiny se nalezne nejmenší hodnota v plánu před intervalem, který se plánuje. Je-li tato hodnota záporná, je třeba jí přičíst k hodnotě ve vektoru, aby nedošlo k přetečení. Je-li hodnota ve vektoru záporná, došlo by k přetečení, nelze tento typ buničiny vyrábět.

Ten typ buničiny, jehož objem jako první klesne dle plánu v nádrži pod hodnotu na začátku intervalu, se vyrábí jako první. Poté se plán upraví navýšením hodnot daného typu buničiny. Vybere se další typ buničiny a tak se pokračuje až do konce.

## 5. Porovnání výsledků

V této kapitole je porovnání výsledků jednotlivých řešení pro rozdílná zadání požadavků na výstupy výroby. Byly zvoleny různé periody vzorkování. Za počáteční a koncovou podmínku objemu buničiny v nádržích T61, T62 a T63 byla zvolena polovina jejich kapacity, u nádrže T50 nulová hodnota. Cena elektřiny byla zvolena dvoustavová. Dražší časy jsou v pracovní dny od 8 do 18 hodin, v ostatních časech je cena elektřiny levnější. Pro testování byl použit počítač s operační pamětí 3 GB a se čtyřmi paralelně řazenými jádry procesoru o frekvenci 2,4 GHz.

### 5.1. Bez počátečního řešení

Nejprve bylo provedeno porovnání pro optimální řešení bez poskytnutí počátečního řešení. Levnější cena elektřiny byla zvolena na 50 Eur, dražší na 80 Eur. Do tabulky byly zaznamenány časy řešení, náklady na výrobu, výsledná optimality gap, a porušení technologických limitů. Jako porušení technologických limitů byla do tabulky zaznamenána maximální hodnota přetečení, podtečení nádrží.

Tab. 5.1: Perioda vzorkování 60 min (bez počátečního řešení)

požadavky	T = 60 min			
	čas řešení (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	porušení technologických limitů (t)
Požadavek 1	7	322 840	0,69	1,21
Požadavek 2	5	169 100	0,30	0,33
Požadavek 3	13	142 400	0,96	0,72
Požadavek 4	7	191 700	0,44	1,39
Požadavek 5	2	158 400	0,96	0,40
Požadavek 6	4	99 950	0,83	2,43
Požadavek 7	3	165 100	0,54	0,32
Požadavek 8	2	137 600	0,75	0,72
Požadavek 9	3	128 700	0,80	0,75
Požadavek 10	6	177 300	0,61	2,48

Tab. 5.2: Perioda vzorkování 30 min (bez počátečního řešení)

požadavky	<i>T = 30 min</i>			
	čas řešení (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	porušení technologických limitů (t)
Požadavek 1	15	322 100	0,23	0,75
Požadavek 2	14	169 990	0,67	1,21
Požadavek 3	11	141 750	0,38	0,32
Požadavek 4	23	191 350	0,17	0,70
Požadavek 5	7	158 400	0,82	2,71
Požadavek 6	5	100 200	0,49	0,10
Požadavek 7	16	165 500	0,38	0,20
Požadavek 8	3	136 950	0,28	1,26
Požadavek 9	6	128 750	0,66	1,13
Požadavek 10	6	177 300	0,47	2,58

Tab. 5.3: Perioda vzorkování 20 min (bez počátečního řešení)

požadavky	<i>T = 20 min</i>			
	čas řešení (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	porušení technologických limitů (t)
Požadavek 1	39	324 253	0,79	1,16
Požadavek 2	22	169 167	0,18	4,60
Požadavek 3	66	141 800	0,32	4,53
Požadavek 4	43	191 500	0,16	5,65
Požadavek 5	10	157 433	0,11	5,61
Požadavek 6	8	100 300	0,29	4,61
Požadavek 7	12	166 167	0,70	2,92
Požadavek 8	10	137 167	0,44	2,79
Požadavek 9	19	128 267	0,21	3,67
Požadavek 10	43	176 993	0,25	4,52

Tab. 5.4: Perioda vzorkování 15 min (bez počátečního řešení)

požadavky	<i>T = 15 min</i>			
	čas řešení (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	porušení technologických limitů (t)
Požadavek 1	78	322 330	0,16	0,67
Požadavek 2	86	169 265	0,24	1,19
Požadavek 3	55	141 688	0,19	0,56
Požadavek 4	118	191 475	0,10	0,49
Požadavek 5	27	157 675	0,21	0,83
Požadavek 6	18	100 675	0,51	0,45
Požadavek 7	16	165 175	0,07	0,39
Požadavek 8	24	136 950	0,28	0,53
Požadavek 9	43	128 775	0,56	0,51
Požadavek 10	20	177 125	0,28	0,36

Tab. 5.5: Perioda vzorkování 10 min (bez počátečního řešení)

požadavky	<i>T = 10 min</i>			
	čas řešení (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	porušení technologických limitů (t)
Požadavek 1	140	322 393	0,14	2,30
Požadavek 2	117	168 900	0,03	1,18
Požadavek 3	47	141 750	0,19	1,03
Požadavek 4	377	191 517	0,08	0,51
Požadavek 5	40	157 700	0,18	1,39
Požadavek 6	36	100 567	0,25	0,69
Požadavek 7	118	165 417	0,17	0,04
Požadavek 8	36	136 683	0,09	1,03
Požadavek 9	121	128 493	0,30	0,56
Požadavek 10	291	176 800	0,07	0,82

Tab. 5.6: Perioda vzorkování 7,5 min (bez počátečního řešení)

požadavky	<i>T = 7,5 min</i>			
	čas řešení (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	porušení technologických limitů (t)
Požadavek 1	242	322 240	0,06	0,65
Požadavek 2	300	168 925	0,04	0,87
Požadavek 3	77	141 588	0,05	1,52
Požadavek 4	457	191 463	0,03	0,56
Požadavek 5	56	157 713	0,16	0,16
Požadavek 6	76	100 675	0,29	0,00
Požadavek 7	64	165 175	0,01	0,26
Požadavek 8	43	136 913	0,25	0,33
Požadavek 9	297	128 593	0,36	1,00
Požadavek 10	281	176 819	0,07	1,29

Nejlépe z pohledu nejnižšího porušení technologických limitů vychází řešení se čtyřmi a osmi vzorky za hodinu. Čas řešení roste s počtem vzorků za hodinu. Pro vzorkovací periodu  $T = 60 \text{ min}$  je 2 184 binárních proměnných. Pro vzorkovací periodu  $T = 7,5 \text{ min}$  je jich osmkrát více.

## 5.2. Řešení z kapitoly 4.3 jako počátečního řešení

Dále bylo porovnáváno řešení, které má počáteční řešení z kapitoly 4.3. Do tabulky byly zaznamenány časy řešení solverem Gurobi, náklady na výrobu dle suboptimálního řešení a dle metody matematické optimalizace, jejich optimality gap a úspora metody matematické optimalizace vůči suboptimálnímu řešení. Za základ výpočtu optimality gap je brána hodnota vypočtená za předpokladu všech proměnných spojitých. Úspora je procentuálně vyjádřené snížení nákladů metodou matematické optimalizace vůči suboptimálnímu řešení.

### 5.2.1. Větší rozdíly v cenách elektřiny

Levnější cena elektřiny byla zvolena na 50 *Eur*, dražší na 80 *Eur*. Čas výpočtu suboptimálního řešení je kolem dvou sekund.

Tab. 5.7: Perioda vzorkování 60 min (větší rozdíly v cenách)

požadavky	T = 60 min					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)		
Požadavek 1	356 187	11,10	2	323 640	0,94	9,14
Požadavek 2	208 894	23,90	2	169 580	0,58	18,82
Požadavek 3	180 388	27,90	5	142 150	0,78	21,20
Požadavek 4	234 765	23,00	7	192 500	0,85	18,00
Požadavek 5	198 144	26,30	2	158 000	0,71	20,26
Požadavek 6	124 098	25,20	3	99 550	0,43	19,78
Požadavek 7	209 863	27,80	2	164 700	0,30	21,52
Požadavek 8	175 760	28,70	2	137 600	0,75	21,71
Požadavek 9	167 504	31,20	3	128 900	0,95	23,05
Požadavek 10	220 264	25,00	3	177 780	0,88	19,29



Tab. 5.8: Perioda vzorkování 30 min (větší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 30 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	359 296	11,80	7	322 060	0,21	10,36
Požadavek 2	206 343	22,20	7	170 510	0,97	17,37
Požadavek 3	184 002	30,30	9	141 550	0,24	23,07
Požadavek 4	235 917	23,50	14	191 940	0,48	18,64
Požadavek 5	200 297	27,50	11	158 400	0,82	20,92
Požadavek 6	123 147	23,50	4	99 950	0,24	18,84
Požadavek 7	212 034	28,60	8	165 500	0,38	21,95
Požadavek 8	173 985	27,40	3	136 950	0,28	21,29
Požadavek 9	166 406	30,10	7	128 800	0,69	22,60
Požadavek 10	219 165	24,20	10	177 540	0,61	18,99

Tab. 5.9: Perioda vzorkování 20 min (větší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 20 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	358 680	11,50	12	322 227	0,17	10,16
Požadavek 2	208 032	23,20	9	169 167	0,18	18,68
Požadavek 3	181 493	28,40	21	141 967	0,43	21,78
Požadavek 4	236 506	23,70	21	191 767	0,30	18,92
Požadavek 5	195 946	24,60	25	157 433	0,11	19,65
Požadavek 6	123 915	23,90	10	100 300	0,29	19,06
Požadavek 7	210 710	27,70	14	165 417	0,25	21,50
Požadavek 8	172 483	26,30	15	136 750	0,13	20,72
Požadavek 9	166 909	30,40	10	128 803	0,63	22,83
Požadavek 10	218 579	23,80	16	176 993	0,25	19,03

Tab. 5.10: Perioda vzorkování 15 min (větší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 15 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	359 158	11,60	28	340 765	5,56	5,12
Požadavek 2	209 214	23,90	37	187 740	10,06	10,26
Požadavek 3	181 579	28,40	44	141 588	0,12	22,02
Požadavek 4	237 182	24,00	58	191 475	0,10	19,27
Požadavek 5	196 991	25,20	27	157 675	0,21	19,96
Požadavek 6	123 199	23,00	54	100 475	0,31	18,45
Požadavek 7	211 121	27,90	15	165 175	0,07	21,76
Požadavek 8	175 487	28,50	16	136 700	0,10	22,10
Požadavek 9	166 094	29,70	22	128 325	0,21	22,74
Požadavek 10	219 366	24,20	29	177 045	0,24	19,29

Tab. 5.11: Perioda vzorkování 10 min (větší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 15 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	355 436	10,40	32	322 727	0,24	9,20
Požadavek 2	210 058	24,40	179	168 900	0,03	19,59
Požadavek 3	183 931	30,00	111	141 800	0,22	22,91
Požadavek 4	237 094	23,90	118	191 517	0,08	19,22
Požadavek 5	197 881	25,70	64	157 700	0,18	20,31
Požadavek 6	123 383	23,00	72	100 433	0,12	18,60
Požadavek 7	210 045	27,20	71	165 308	0,11	21,30
Požadavek 8	175 487	28,50	95	136 617	0,04	22,15
Požadavek 9	165 896	29,50	49	128 338	0,18	22,64
Požadavek 10	219 247	24,10	122	177 030	0,20	19,26

Tab. 5.12: Perioda vzorkování 7,5 min (větší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 7,5 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	355 526	10,40	47	322 395	0,11	9,32
Požadavek 2	208 876	23,70	166	169 173	0,19	19,01
Požadavek 3	184 682	30,50	111	142 203	0,48	23,00
Požadavek 4	236 572	23,60	251	191 463	0,03	19,07
Požadavek 5	196 987	25,10	47	157 875	0,26	19,86
Požadavek 6	123 374	22,90	164	100 550	0,16	18,50
Požadavek 7	209 589	26,90	232	165 175	0,01	21,19
Požadavek 8	175 487	28,50	41	136 913	0,25	21,98
Požadavek 9	166 060	29,60	86	128 709	0,45	22,49
Požadavek 10	218 930	23,90	89	177 143	0,25	19,09

Čas řešení je oproti řešení bez počátečního řešení, kapitola 5.1, až o tři minuty menší. Průměrná odchylka suboptimálního řešení i úspora metody matematické optimalizace je okolo 20 %. Počáteční řešení nebere v úvahu cenu elektřiny. Proto ta řešení, která jsou volnějši, je možné více přesouvat výrobu do levnějších časů, mají vyšší odchylku.

## 5.2.2. Menší rozdíly v cenách elektřiny

Levnější cena elektřiny byla zvolena na 60 *Eur*, dražší na 70 *Eur*. Čas výpočtu suboptimálního řešení je kolem dvou sekund.

Tab. 5.13: Perioda vzorkování 60 min (menší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 60 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	384 504	6,16	2	363 360	0,32	5,50
Požadavek 2	233 273	15,30	3	202 680	0,18	13,11
Požadavek 3	199 710	18,00	4	170 880	0,96	14,44
Požadavek 4	257 669	12,50	3	230 600	0,68	10,51
Požadavek 5	221 771	17,80	3	189 600	0,71	14,51
Požadavek 6	139 639	17,40	2	119 460	0,43	14,45
Požadavek 7	233 510	18,50	3	197 640	0,30	15,36
Požadavek 8	196 326	19,80	2	165 480	0,97	15,71
Požadavek 9	182 467	19,10	4	154 440	0,80	15,36
Požadavek 10	239 577	13,30	3	213 440	0,93	10,91

Tab. 5.14: Perioda vzorkování 30 min (menší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 30 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	387 411	6,64	8	363 720	0,12	6,12
Požadavek 2	229 578	13,30	8	203 650	0,50	11,29
Požadavek 3	204 535	20,70	11	170 100	0,38	16,84
Požadavek 4	259 489	13,20	11	231 495	0,98	10,79
Požadavek 5	224 144	18,90	7	189 960	0,76	15,25
Požadavek 6	137 365	14,80	8	120 240	0,49	12,47
Požadavek 7	237 030	19,80	5	198 450	0,30	16,28
Požadavek 8	194 359	18,60	5	164 340	0,28	15,45
Požadavek 9	181 882	18,50	7	154 970	0,96	14,80
Požadavek 10	237 375	12,10	6	212 895	0,54	10,31

Tab. 5.15: Periode vzorkování 20 min (menší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 20 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	387 265	6,49	17	364 087	0,12	5,99
Požadavek 2	232 414	14,70	15	203 260	0,31	12,54
Požadavek 3	201 677	18,90	24	170 280	0,39	15,57
Požadavek 4	260 404	13,50	24	230 370	0,41	11,53
Požadavek 5	217 584	15,30	17	188 920	0,11	13,17
Požadavek 6	138 377	15,30	11	120 200	0,15	13,14
Požadavek 7	235 230	18,80	14	198 580	0,29	15,58
Požadavek 8	192 066	17,20	27	164 280	0,24	14,47
Požadavek 9	182 014	18,50	16	154 250	0,42	15,25
Požadavek 10	237 718	12,20	29	212 360	0,23	10,67

Tab. 5.16: Periode vzorkování 15 min (menší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 15 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	388 659	6,82	21	364 320	0,13	6,26
Požadavek 2	233 833	15,40	22	203 040	0,20	13,17
Požadavek 3	201 773	18,90	29	169 980	0,16	15,76
Požadavek 4	261 206	13,80	51	230 483	0,41	11,76
Požadavek 5	218 074	15,50	33	189 270	0,24	13,21
Požadavek 6	137 502	14,40	17	120 570	0,31	12,31
Požadavek 7	235 913	19,10	18	198 210	0,07	15,98
Požadavek 8	196 162	19,70	35	164 220	0,21	16,28
Požadavek 9	181 180	17,90	20	154 418	0,48	14,77
Požadavek 10	238 442	12,50	27	212 580	0,30	10,85

Tab. 5.17: Periode vzorkování 10 min (menší rozdíly v cenách)

požadavky	<i>T = 10 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	383 060	5,23	38	364 250	0,06	4,91
Požadavek 2	235 048	16,00	35	202 680	0,03	13,77
Požadavek 3	204 418	20,40	77	171 107	0,77	16,30
Požadavek 4	261 320	13,80	155	230 220	0,26	11,90
Požadavek 5	219 889	16,40	33	189 160	0,13	13,97
Požadavek 6	137 586	14,30	72	120 520	0,12	12,40
Požadavek 7	234 022	18,10	106	198 500	0,17	15,18
Požadavek 8	196 163	19,70	50	164 230	0,21	16,28
Požadavek 9	181 089	17,80	100	154 003	0,18	14,96
Požadavek 10	237 868	12,20	91	212 293	0,14	10,75

Tab. 5.18: Perioda vzorkování 7,5 min (menší rozdíly v cenách)

požadavky	T = 7,5 min					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	382 978	5,18	49	364 500	0,11	4,82
Požadavek 2	233 630	15,30	78	202 923	0,15	13,14
Požadavek 3	205 656	21,10	220	169 905	0,05	17,38
Požadavek 4	260 458	13,40	473	229 789	0,05	11,78
Požadavek 5	218 055	15,40	78	189 840	0,47	12,94
Požadavek 6	137 569	14,20	113	120 690	0,19	12,27
Požadavek 7	233 075	17,60	202	198 210	0,01	14,96
Požadavek 8	196 163	19,70	63	163 980	0,06	16,41
Požadavek 9	181 128	17,80	139	154 625	0,56	14,63
Požadavek 10	237 908	12,20	126	212 285	0,12	10,77

Čas řešení v případech s menším a větším rozdílem v cenách je zpravidla stejný. Průměrná odchylka suboptimálního řešení i úspora metodou matematické optimalizace je okolo 15 %.

### 5.3. Řešení z kapitoly 4.4 jako počátečního řešení

Dále bylo porovnáváno řešení, které má počáteční řešení z kapitoly 4.4. Levnější cena elektřiny byla zvolena na 50 *Eur*, dražší na 80 *Eur*. Do tabulky byly zaznamenány časy řešení solverem Gurobi, náklady na výrobu dle suboptimálního řešení a dle metody matematické optimalizace, jejich optimality gap a úspora metody matematické optimalizace vůči suboptimálnímu řešení. Za základ výpočtu optimality gap je brána hodnota vypočtená za předpokladu všech proměnných spojitych. Úspora je procentuálně vyjádřené snížení nákladů metodou matematické optimalizace vůči suboptimálnímu řešení. Čas výpočtu suboptimálního řešení je kolem dvou sekund.

Tab. 5.19: Perioda vzorkování 60 min (počáteční řešení z kapitoly 4.4)

požadavky	<i>T = 60 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	339 483	5,89	2	322 040	0,45	5,14
Požadavek 2	182 542	8,27	5	169 400	0,47	7,20
Požadavek 3	157 539	11,70	4	142 400	0,96	9,61
Požadavek 4	202 280	5,98	3	191 900	0,54	5,13
Požadavek 5	168 823	7,61	2	158 000	0,71	6,41
Požadavek 6	113 691	14,70	67	99 550	0,43	12,44
Požadavek 7	180 962	10,20	2	165 700	0,90	8,43
Požadavek 8	152 544	11,70	3	137 600	0,75	9,80
Požadavek 9	138 076	8,15	4	128 900	0,95	6,65
Požadavek 10	192 264	9,11	5	177 300	0,61	7,78

Tab. 5.20: Perioda vzorkování 30 min (počáteční řešení z kapitoly 4.4)

požadavky	<i>T = 30 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	339 628	5,68	7	322 540	0,36	5,03
Požadavek 2	184 915	9,51	10	169 600	0,44	8,28
Požadavek 3	160 984	14,00	10	141 750	0,38	11,95
Požadavek 4	200 959	5,20	14	191 600	0,30	4,66
Požadavek 5	167 024	6,32	9	158 200	0,70	5,28
Požadavek 6	107 472	7,78	6	100 100	0,39	6,86
Požadavek 7	179 834	9,07	7	165 500	0,38	7,97
Požadavek 8	147 682	8,14	3	136 950	0,28	7,27
Požadavek 9	138 036	7,92	8	128 450	0,42	6,94
Požadavek 10	192 801	9,26	7	178 120	0,93	7,61

Tab. 5.21: Perioda vzorkování 20 min (počáteční řešení z kapitoly 4.4)

požadavky	<i>T = 20 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	335 679	4,35	16	322 227	0,17	4,01
Požadavek 2	184 510	9,27	8	169 167	0,18	8,32
Požadavek 3	158 453	12,10	18	141 733	0,27	10,55
Požadavek 4	202 607	5,97	18	191 700	0,26	5,38
Požadavek 5	170 171	8,21	21	157 400	0,09	7,50
Požadavek 6	107 283	7,27	20	100 167	0,15	6,63
Požadavek 7	176 835	7,17	19	165 400	0,24	6,47
Požadavek 8	145 101	6,25	12	136 900	0,24	5,65
Požadavek 9	137 252	7,23	11	128 833	0,65	6,13
Požadavek 10	188 793	6,93	19	177 587	0,58	5,94

Tab. 5.22: Perioda vzorkování 15 min (počáteční řešení z kapitoly 4.4)

požadavky	<i>T = 15 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	336 533	4,57	26	322 110	0,09	4,29
Požadavek 2	184 375	9,19	36	169 300	0,26	8,18
Požadavek 3	159 943	13,10	43	141 688	0,19	11,41
Požadavek 4	202 447	5,84	23	191 800	0,27	5,26
Požadavek 5	167 191	6,26	13	157 675	0,21	5,69
Požadavek 6	111 781	11,60	46	100 575	0,41	10,02
Požadavek 7	179 428	8,70	25	165 175	0,07	7,94
Požadavek 8	144 992	6,17	22	136 750	0,13	5,68
Požadavek 9	136 115	6,29	21	128 525	0,36	5,58
Požadavek 10	186 638	5,67	36	177 360	0,42	4,97

Tab. 5.23: Perioda vzorkování 10 min (počáteční řešení z kapitoly 4.4)

požadavky	<i>T = 10 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	336 763	4,60	25	322 460	0,16	4,25
Požadavek 2	185 084	9,61	74	169 167	0,18	8,60
Požadavek 3	156 199	10,40	87	141 667	0,13	9,30
Požadavek 4	202 630	5,89	131	191 517	0,08	5,48
Požadavek 5	169 529	7,69	58	157 567	0,09	7,06
Požadavek 6	111 044	10,70	38	100 400	0,09	9,59
Požadavek 7	179 562	8,74	122	165 350	0,13	7,92
Požadavek 8	148 584	8,80	76	136 683	0,09	8,01
Požadavek 9	137 265	7,15	57	128 450	0,27	6,42
Požadavek 10	186 617	5,63	67	177 907	0,70	4,67

Tab. 5.24: Perioda vzorkování 7,5 min (počáteční řešení z kapitoly 4.4)

požadavky	<i>T = 7,5 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	338 136	5,00	48	322 265	0,07	4,69
Požadavek 2	183 412	8,62	140	169 288	0,25	7,70
Požadavek 3	157 794	11,50	188	141 588	0,05	10,27
Požadavek 4	202 560	5,83	185	191 588	0,10	5,42
Požadavek 5	167 258	6,22	62	157 550	0,05	5,80
Požadavek 6	111 830	11,40	212	100 550	0,16	10,09
Požadavek 7	179 629	8,76	243	165 175	0,01	8,05
Požadavek 8	145 006	6,18	43	136 913	0,25	5,58
Požadavek 9	137 128	7,02	79	128 225	0,07	6,49
Požadavek 10	186 417	5,50	129	176 838	0,08	5,14

Časy řešení vycházejí obdobě jako v kapitole 5.2. Předáváním optimálnějšího počátečního řešení se časově neušetří. Průměrná odchylka vlastního řešení i úspora metodou matematické optimalizace je okolo 8 %.

## 5.4. Řešení z kapitoly 4.2 jako počátečního řešení

Dále bylo porovnáváno řešení, které není závislé na požadavku na „minimum up and down time“. Bylo porovnáváno řešení, které má počáteční řešení z kapitoly 4.2. Levnější cena elektřiny byla zvolena na 50 *Eur*, dražší na 80 *Eur*. Do tabulky byly zaznamenány časy řešení solverem Gurobi, náklady na výrobu dle suboptimálního řešení a dle metody matematické optimalizace, jejich optimality gap a úspora metody matematické optimalizace vůči suboptimálnímu řešení. Za základ výpočtu optimality gap je brána hodnota vypočtená za předpokladu všech proměnných spojitych. Úspora je procentuálně vyjádřené snížení nákladů metodou matematické optimalizace vůči suboptimálnímu řešení. Čas výpočtu suboptimálního řešení je kolem dvou sekund.

Tab. 5.25: Perioda vzorkování 60 min (počáteční řešení z kapitoly 4.2)

požadavky	<i>T = 60 min</i>					
	Suboptimální řešení		čas (s)	MILP		úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)		náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	335 522	4,67	4	322 440	0,59	3,90
Požadavek 2	181 514	7,66	2	168 900	0,18	6,95
Požadavek 3	163 040	15,60	2	142 200	0,82	12,78
Požadavek 4	215 488	12,90	3	192 780	0,99	10,54
Požadavek 5	171 129	9,08	2	158 200	0,83	7,56
Požadavek 6	115 673	16,70	3	99 550	0,43	13,94
Požadavek 7	184 574	12,40	2	164 700	0,30	10,77
Požadavek 8	156 778	14,80	2	137 300	0,53	12,42
Požadavek 9	150 779	18,10	20	128 700	0,80	14,64
Požadavek 10	196 124	11,30	2	176 800	0,33	9,85



Tab. 5.26: Perioda vzorkování 30 min (počáteční řešení z kapitoly 4.2)

požadavky	<i>T = 30 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	337 668	5,07	10	322 120	0,23	4,60
Požadavek 2	179 529	6,32	3	169 200	0,20	5,75
Požadavek 3	158 866	12,50	4	142 000	0,55	10,62
Požadavek 4	206 423	8,06	8	192 090	0,55	6,94
Požadavek 5	169 978	8,20	5	157 600	0,32	7,28
Požadavek 6	114 771	15,10	6	99 800	0,09	13,04
Požadavek 7	183 016	11,00	7	165 250	0,22	9,71
Požadavek 8	153 773	12,60	4	136 875	0,23	10,99
Požadavek 9	151 441	18,40	15	128 715	0,63	15,01
Požadavek 10	196 930	11,60	5	177 050	0,33	10,10

Tab. 5.27: Perioda vzorkování 20 min (počáteční řešení z kapitoly 4.2)

požadavky	<i>T = 20 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	338 285	5,16	20	323 760	0,64	4,29
Požadavek 2	179 461	6,28	6	169 033	0,10	5,81
Požadavek 3	161 422	14,20	9	141 700	0,25	12,22
Požadavek 4	206 393	7,95	11	191 767	0,30	7,09
Požadavek 5	171 775	9,23	18	157 333	0,05	8,41
Požadavek 6	113 814	13,80	8	100 933	0,91	11,32
Požadavek 7	184 474	11,80	10	165 460	0,28	10,31
Požadavek 8	152 544	11,70	14	136 833	0,20	10,30
Požadavek 9	148 606	16,10	21	128 433	0,34	13,57
Požadavek 10	197 215	11,70	15	177 287	0,41	10,11

Tab. 5.28: Perioda vzorkování 15 min (počáteční řešení z kapitoly 4.2)

požadavky	<i>T = 15 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	337 016	4,72	43	323 990	0,67	3,87
Požadavek 2	177 975	5,40	34	169 750	0,53	4,62
Požadavek 3	157 821	11,60	12	141 750	0,23	10,18
Požadavek 4	207 554	8,51	17	191 780	0,26	7,60
Požadavek 5	171 454	8,97	15	158 275	0,59	7,69
Požadavek 6	114 185	14,00	18	100 888	0,72	11,65
Požadavek 7	184 875	12,00	43	165 475	0,25	10,49
Požadavek 8	155 685	14,00	30	137 700	0,82	11,55
Požadavek 9	152 007	18,70	15	128 325	0,21	15,58
Požadavek 10	202 587	14,70	43	177 290	0,38	12,49

Tab. 5.29: Perioda vzorkování 10 min (počáteční řešení z kapitoly 4.2)

požadavky	<i>T = 10 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	337 117	4,71	70	322 180	0,07	4,43
Požadavek 2	178 296	5,59	126	168 900	0,03	5,27
Požadavek 3	159 878	13,00	27	141 617	0,09	11,42
Požadavek 4	208 600	9,01	138	192 007	0,34	7,95
Požadavek 5	172 898	9,83	33	157 533	0,07	8,89
Požadavek 6	114 856	14,50	23	100 400	0,09	12,59
Požadavek 7	187 257	13,40	127	165 613	0,29	11,56
Požadavek 8	154 866	13,40	31	137 358	0,58	11,30
Požadavek 9	151 420	18,20	51	128 870	0,59	14,89
Požadavek 10	199 284	12,80	70	177 013	0,19	11,18

Tab. 5.30: Perioda vzorkování 7,5 min (počáteční řešení z kapitoly 4.2)

požadavky	<i>T = 7,5 min</i>					
	Suboptimální řešení		MILP			úspora (%)
	náklady (Euro)	optimality gap (%)	čas (s)	náklady (Euro)	optimality gap (%)	
Požadavek 1	337 685	4,86	76	322 305	0,08	4,55
Požadavek 2	179 816	6,49	67	168 975	0,07	6,03
Požadavek 3	160 341	13,30	57	142 919	0,98	10,87
Požadavek 4	208 512	8,94	44	191 563	0,08	8,13
Požadavek 5	173 210	10,00	74	157 550	0,05	9,04
Požadavek 6	115 845	15,40	48	100 450	0,06	13,29
Požadavek 7	187 953	13,80	48	165 175	0,01	12,12
Požadavek 8	154 866	13,40	37	136 700	0,10	11,73
Požadavek 9	151 197	18,00	61	128 365	0,18	15,10
Požadavek 10	199 847	13,10	52	176 973	0,15	11,45

Časy řešení vycházejí oproti předchozímu řešení, z kapitoly 5.3, nižší. U osmi vzorků za hodinu až poloviční. Průměrná odchylka suboptimálního řešení i řešení metodou matematické optimalizace je okolo 11 %. Cena řešení metodou matematické optimalizace se od předchozích řešení, kapitoly 5.1, 5.2.1 a 5.3, významně neliší.

## 6. Závěr

Úkolem bylo navrhnout a na modelu otestovat algoritmus rozvrhování provozu mlýnů v lince na výrobu buničiny. Bylo vytvořeno optimální řešení metodou matematické optimalizace. Dále bylo vytvořeno několik suboptimálních řešení, která sloužila pro porovnání a jako počáteční řešení pro metodu matematické optimalizace.

Osvědčilo se předávání suboptimálního řešení solveru, zkrátilo to dobu řešení v některých případech o více než tři minuty. Bylo zjištěno, že na dobu řešení nemá významný vliv, jak je předávané suboptimální řešení optimální. Zajímavé zjištění bylo, že vypočtené optimální ceny v případě spojitých binárních proměnných jsou pro řešení, které bere v úvahu podmínku „minimum up and down time“, velmi blízké těm pro řešení, které tuto podmínku v úvahu nebere.

Čas řešení solverem Gurobi se pohybuje od dvou sekund do tří minut. Čas potřebný pro nalezení suboptimálního řešení je kolem dvou sekund. Úspora použití metody matematické optimalizace je oproti nejlepšímu suboptimálnímu řešení okolo 8 %, což představuje snížení nákladů za týden řádově o desetitisíce Eur.

Dále byl zkoumán vliv nepřesnosti optimálního modelu způsobený diskretizací v časové oblasti na porušení technologických limitů, přetečení nebo podtečení nádrží. Nejlépe z tohoto pohledu vychází řešení se čtyřmi a osmi vzorky za hodinu. Průměrné překročení limitů se v těchto případech pohybuje kolem 0,5 *tun*. Při využití v praxi by bylo třeba toto ošetřit, například předáním programu nižších hodnot maximálních a počátečních objemů buničiny v nádržích. Z pohledu překročení technologických limitů a času řešení bylo nejlepších výsledků dosaženo pro vzorkovací periodu  $T = 15 \text{ min}$ .

## 7. Citovaná literatura

- [1] **Hedman, Kory W., O'Neill, Richard P. a Oren, Shmuel S.** *Analyzing Valid Inequalities of the Generation Unit Commitment Problem*. IEEE, 2008.
- [2] *Gurobi Optimization Website*, 2011, [online].  
(<http://www.gurobi.com/>).
- [3] **Gilbert, David.** *YALMIP Wiki*, 2011, [online].  
(<http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/>).
- [4] *MATLAB - The Language Of Technical Computing*, 2011, [online].  
(<http://www.matlab.com/>).

## **8. Přílohy**

Vytvořené programy a testovací data jsou na přiloženém CD.