

Bakalářská práce

Řízení tlumení vibrací mechanických
soustav

Praha 2006

Jan Koblíha

1. Úvod	4
2. Popis modelů	5
2.1. Čtvrtinový model Automobilu	5
2.1.1. Diferenciální rovnice	6
2.1.2. Stavový popis	6
2.1.3. Chování systému	8
2.2. Model lineárního motoru	10
3. Řízení pomocí PID regulátoru	11
3.1. Teorie	11
3.2. Návrh	12
3.3. Výsledky experimentů	13
4. Řízení pomocí LQ regulace	16
4.1. Teorie	16
4.2. Návrh	17
4.3. Výsledky experimentů	17
5. Řízení pomocí MPC regulace	21
5.1. Teorie	21
5.2. Návrh	22
5.3. Výsledky experimentů	23
6. Srovnání různých typů regulace	26
7. Rekuperace energie	27
8. Závěr	29
Seznam použité literatury	30
Přílohy	31
Porovnání regulace při dvojnásobném zatížení	31
Simulační schémata	33

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá stávajícími možnostmi řízení tlumení mechanických soustav s využitím lineárního motoru. K testům budu používat model, popsany níže, rozšířený o lineární motor.

Ze současných metod jsem vybral regulaci pomocí PID regulátoru, LQ regulátoru a MPC regulaci .

Abstract

The bachelor thesis considers existing ways of controlling mechanical suspension systems using linear motor. For testing is used model described in following text. From existing methods i choose PID, LQ and MPC controlers

1. Úvod

K řízení tlumení mechanických soustav se v současné době používá celá řada regulátorů. Každý z nich má své specifické výhody a někdy je těžké určit, kterou z možných regulací použít pro určitý problém. Proto se často k vývoji řízení používá simulačních prostředků, které pomáhají určit vhodnost jednotlivých druhů regulace bez nutnosti reálné výroby.

Výhody různých typů regulací jsou od jednoduchého nastavování (PID) až po predikci stavů systému a určování optimální trajektorie vstupů z výstupních veličin (MPC).

Model mechanické soustavy, na kterém budu pracovat je zjednodušeným modelem aktivního tlumení pérování osobního automobilu, jež je popsán níže.

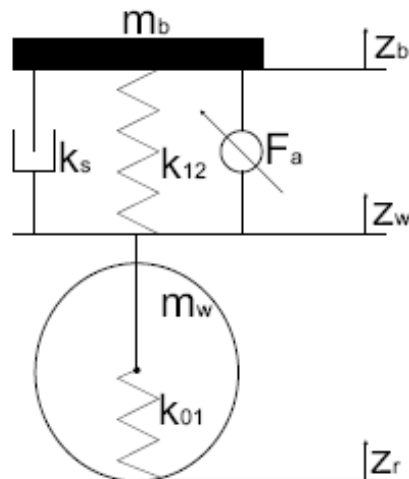
V mé práci se zajímám o 3 typy regulátorů: PID, LQ a MPC.

Původním předpokladem je, že PID regulátor bude lehké nastavit, ale bude méně robustní v souvislosti se změnami parametrů soustavy (které se v tomto případě dají očekávat), než zbylé dva regulátory. LQ regulace by měla být v kvalitě někde uprostřed a MPC regulátor by měl dosahovat nejlepších výsledků.

2. Popis modelů

2.1. Čtvrtinový model Automobilu

Základním modelem aktivního tlumení, který vypovídá o chování vozidla, na němž je možné simulovat vlastnosti regulátoru, je model čtvrtinový, obsahující jedno kolo, tlumič, péro, řízený zdroj síly a čtvrtinu hmoty automobilu. Uspořádání je patrné z obrázku 1. Převedení modelu auta do matematického popisu je provedeno pomocí pohybových rovnic v diferenciálním tvaru a jejich úprav.



1) Čtvrtinový model automobilu.

Nevýhodou tohoto modelu je, že z něj můžeme analyzovat pouze vertikální pohyb.

2.1.1. Diferenciální rovnice

Podle obrázku 1 lze snadno napsat pohybové rovnice tohoto systému:

$$m_b \cdot \ddot{z}_b = F_a - k_{12}(z_b - z_w) - k_s(\dot{z}_b - \dot{z}_w)$$

$$m_w \cdot \ddot{z}_w = -F_a + k_{12}(z_b - z_w) - k_{01}(z_w - z_r) + k_s(\dot{z}_b - \dot{z}_w)$$

Přičemž význam jednotlivých symbolů (u konstant i jejich hodnoty) je následující:

z_r	poloha nerovností vozovky [m],
z_w	poloha osy kola [m],
z_b	poloha odpružené části automobilu [m],
F_a	síla vyvíjená zdrojem síly [N],
m_b	hmotnost odpružené části automobilu = 380[kg],
m_w	hmotnost kol a neodpružené části automobilu = 20[kg],
k_s	konstanta tlumení tlumiče = 1233[Nsm ⁻¹],
k_{01}	konstanta tuhosti pružícího charakteru pneumatiky = 115000[Nm ⁻¹],
k_{12}	konstanta tuhosti péra = 22700[Nm ⁻¹].

Všechny konstanty a hmotnosti jsou odvozeny od skutečných hodnot osobního automobilu a vztaženy pro čtvrtinový model celého automobilu.

2.1.2. Stavový popis

Pokud zvolím stavové proměnné následujícím způsobem, lze bez větších problémů převést pohybové diferenciální rovnice na stavový popis:

$$x_1 = z_b - z_w$$

$$x_2 = z_w - z_r$$

$$x_3 = \dot{z}_b$$

$$x_4 = \dot{z}_w$$

$$u_1 = \dot{z}_r$$

$$u_2 = F_a$$

Stavový popis pak vypadá takto:

$$\dot{x}_1 = x_3 - x_4$$

$$\dot{x}_2 = x_4 - u_1$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{k_{12}}{m_b} x_1 - \frac{1}{m_b} u_2$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{k_{12}}{m_w} x_1 - \frac{k_{01}}{m_w} x_2 - \frac{1}{m_w} u_2$$

Pokud chceme rovnice přepsat do standardního maticového tvaru $\dot{x} = Ax + Bu$, jsou jednotlivé matice rovny:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_{12}}{m_b} & 0 & -\frac{k_s}{m_b} & \frac{k_s}{m_b} \\ \frac{k_{12}}{m_w} & -\frac{k_{01}}{m_w} & \frac{k_s}{m_w} & -\frac{k_s}{m_w} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_b} \\ 0 & -\frac{1}{m_w} \end{bmatrix}$$

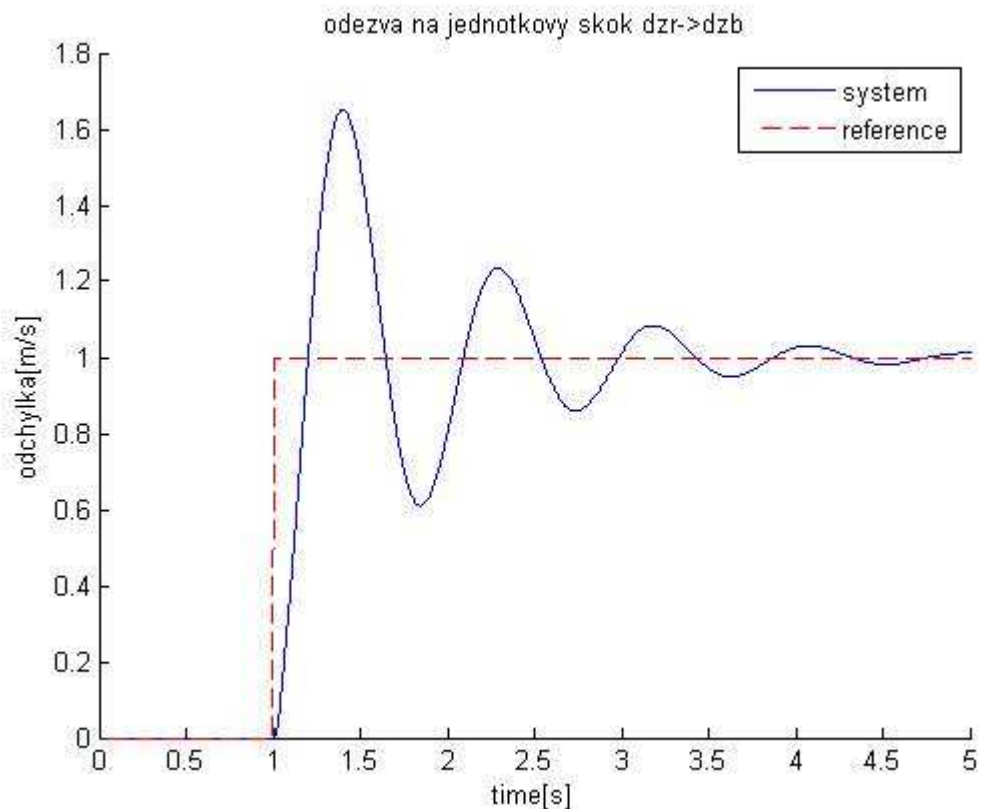
Matici C volím tak aby bylo možné ze systému přímo odečítat stavy. Poslední 2 řádky podávají informaci o tíhové síle působící na vozidlo a rozdíl rychlosti karoserie oproti rychlosti osy kola.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & k_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

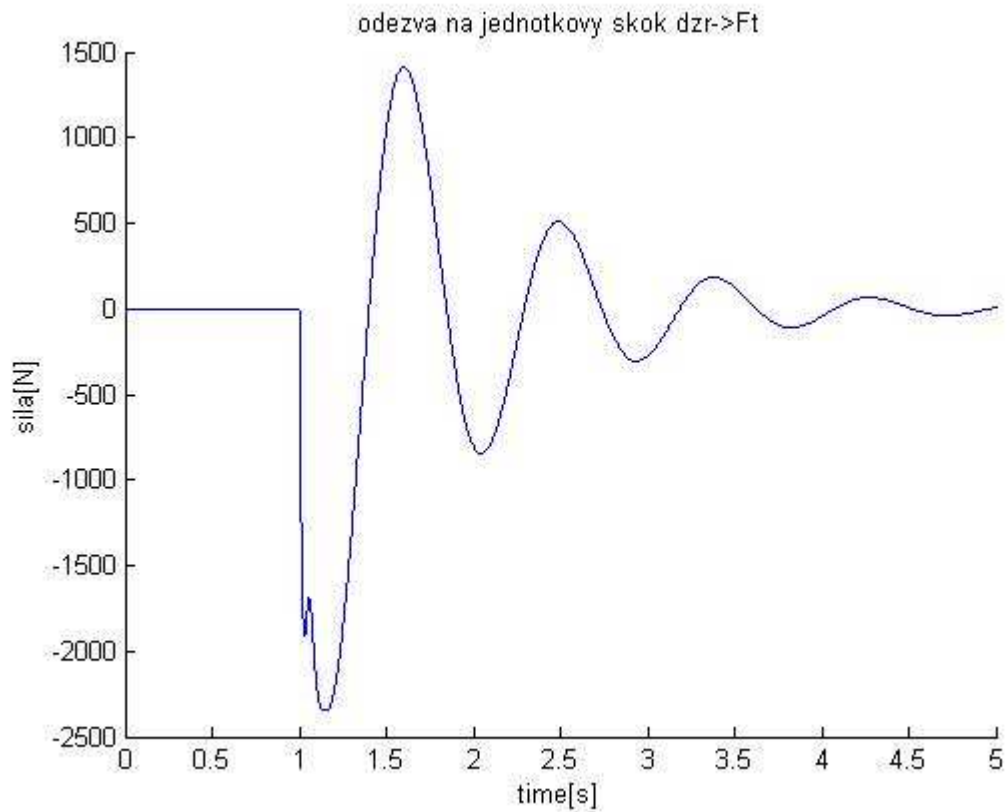
2.1.3. Chování systému

Chování systému bez vnějších zásahů, tedy pasivní tlumení pérování automobilu, lze velmi dobře vystihnout některými základními grafickými charakteristikami. Základní charakteristikou je přenos od rychlosti poruchy vozovky, na rychlost odpružené části automobilu a na tíhovou sílu působící na vozidlo. Další důležitou charakteristikou je amplitudová část frekvenční charakteristiky odezvy rychlosti odpružené části na změnu rychlosti vozovky, která vypovídá o frekvenčních vlastnostech regulace.

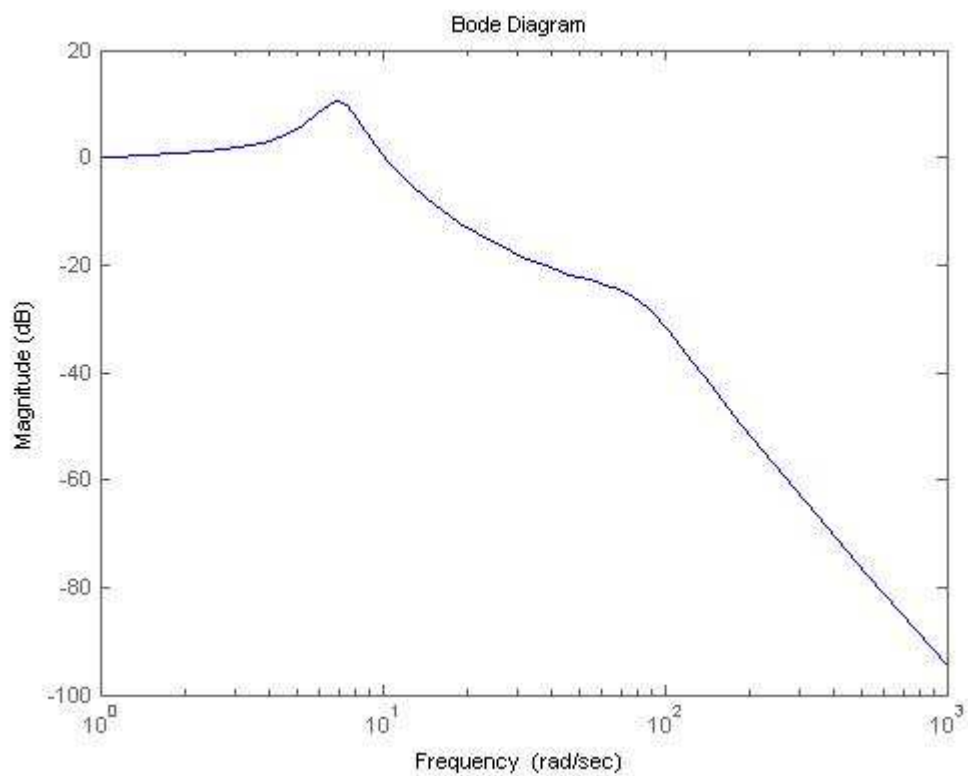


2) Odezva zrychlení odpružené části na jednotkový skok rychlosti poruchy vozovky

$$\dot{z}_r \rightarrow \dot{z}_b$$



3) Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti poruchy $\dot{z}_r \rightarrow F_r$

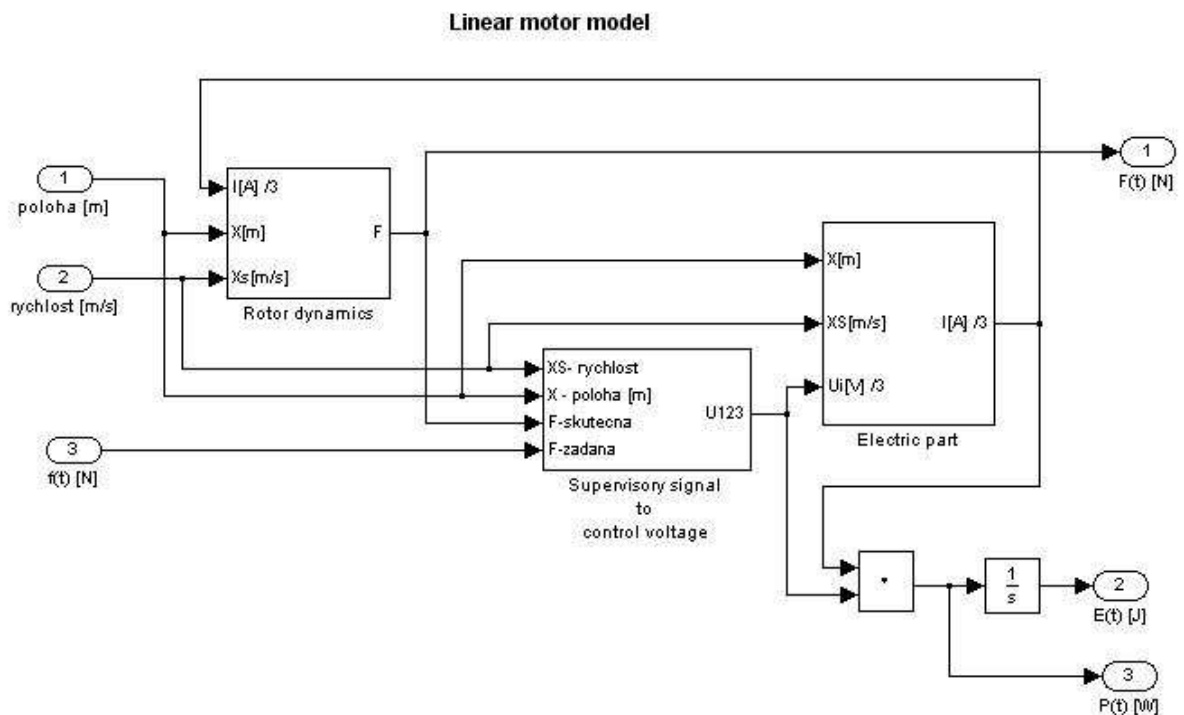


4) Amplitudová část frekvenční charakteristiky $\dot{z}_r \rightarrow \dot{z}_b$

2.2. Model lineárního motoru

Vzhledem k tomu, že ve své práci používám model lineárního motoru pouze jako nelineární omezovací člen k zjištění, jestli je schopen systému dodat při určité rychlosti dostatečný výkon, zmíním se zde o něm jen okrajově.

Vnitřní schéma motoru vypadá následovně:



5) Schéma lineárního motoru

Přičemž systém má 2 vstupy (rychlost pohybu rotoru a požadovanou sílu) a 3 výstupy (sílu, kterou je při určité rychlosti schopen dodat, energii a výkon).

Jak je zřejmé z [1], model motoru je svými parametry velice blízky reálnému motoru TBX3810 (datasheet viz příložené CD).

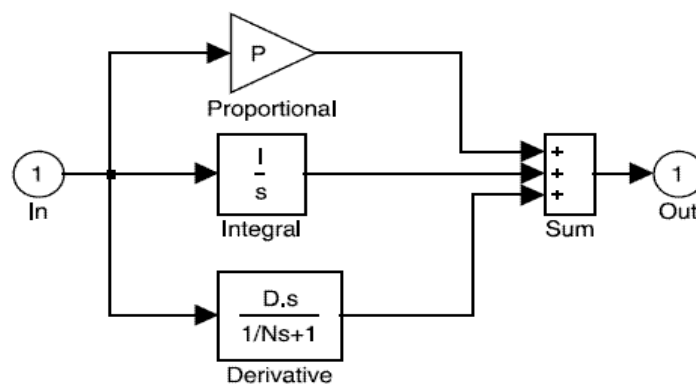
3. Řízení pomocí PID regulátoru

3.1. Teorie

PID regulátor je základním regulačním prvkem s velmi jednoduchým nastavováním a implementací. Skládá se ze tří paralelních prvků:

- 1) proporčního – což je zesilovací prvek,
- 2) integračního
- 3) derivačního – který může být doplněn filtrem představujícím saturační omezení fyzické realizace při derivování.

V této práci používám matematický model regulátoru podle obrázku :



6) Schéma PID regulátoru

Tedy regulační přenos je:

$$K(s) = P + I \cdot \frac{1}{s} + D \frac{s}{\frac{1}{N}s + 1}$$

kde P je hodnota proporčního zesílení, I je integrační konstanta, D konstanta derivační a N je násobitel určující filtraci v derivačním členu.

3.2. Návrh

Zpětnou vazbu jsem uzavřel přes x_3 tedy \dot{z}_b a iterativně jsem dosazoval parametry.

Po několika experimentech jsem došel k následujícím parametrům PID regulátoru:

$$P = -1000$$

$$I = 1$$

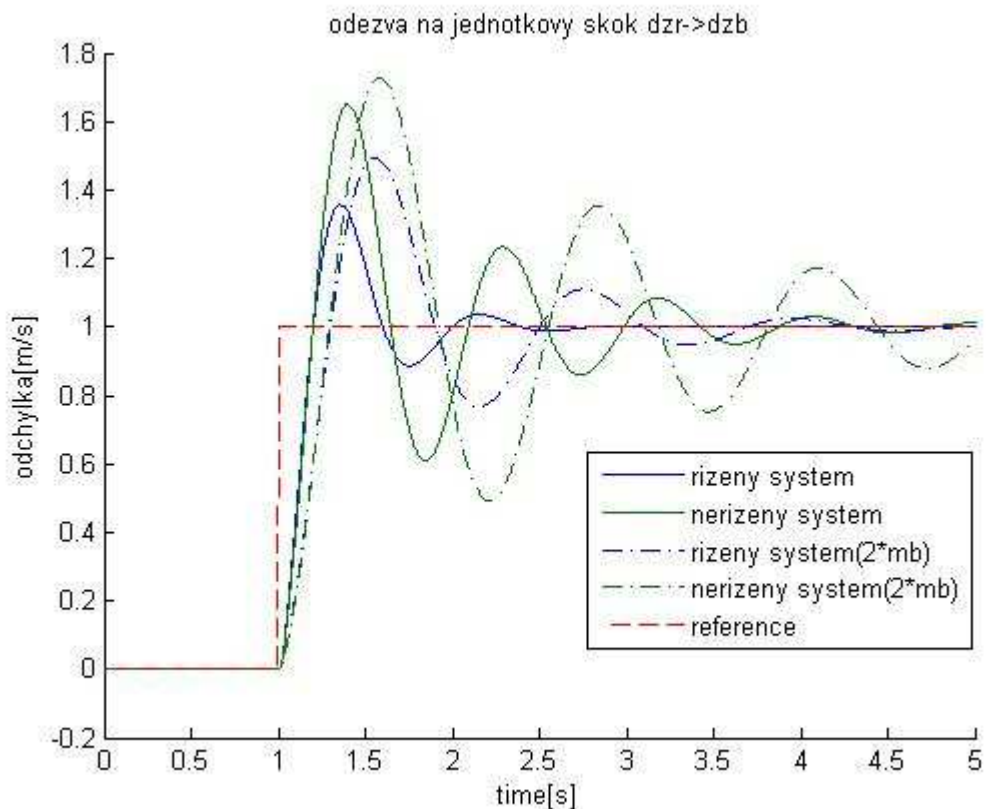
$$D = 100$$

$$N = 100$$

Jež byli kompromisem, mezi omezením překmitů odpružené části a zachováním vlastností regulace i při dvojnásobném zatížení.

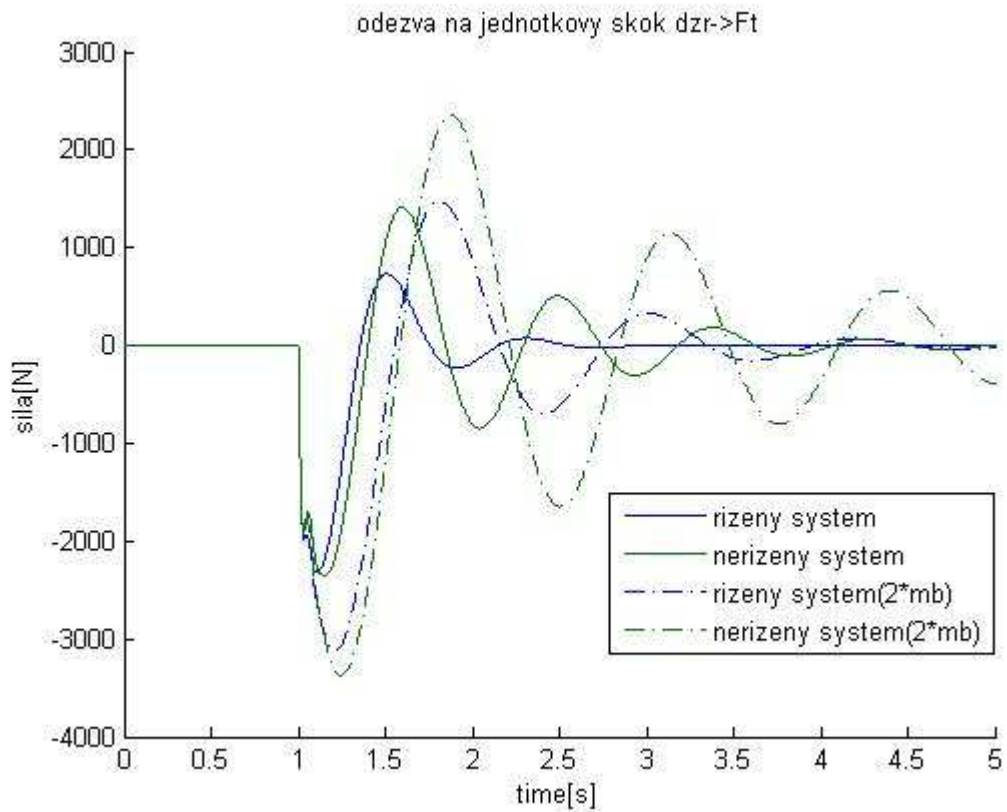
3.3. Výsledky experimentů

Experimenty provádím v prostředí Matlab a jeho komponentě Simulink. Odezvy soustavy řízené PID regulátorem srovnávám s pasivním pérováním automobilu. Na následujících obrázcích je znázorněna odezva rychlosti odpružené části automobilu na rychlost nerovností vozovky, odezva tíhové síly, akčního zásahu, odezva na bílý šum na vstupu a frekvenční charakteristika řízení oproti neřízenému systému.

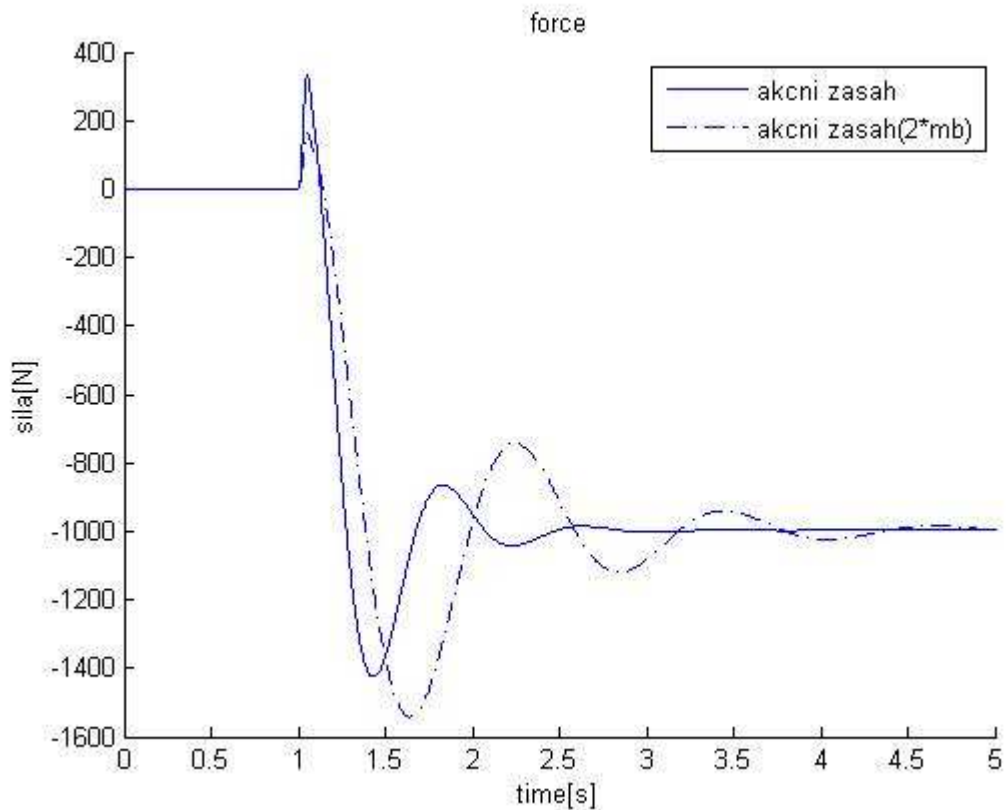


7) Odezva zrychlení odpružené části na jednotkový skok rychlosti poruchy vozovky

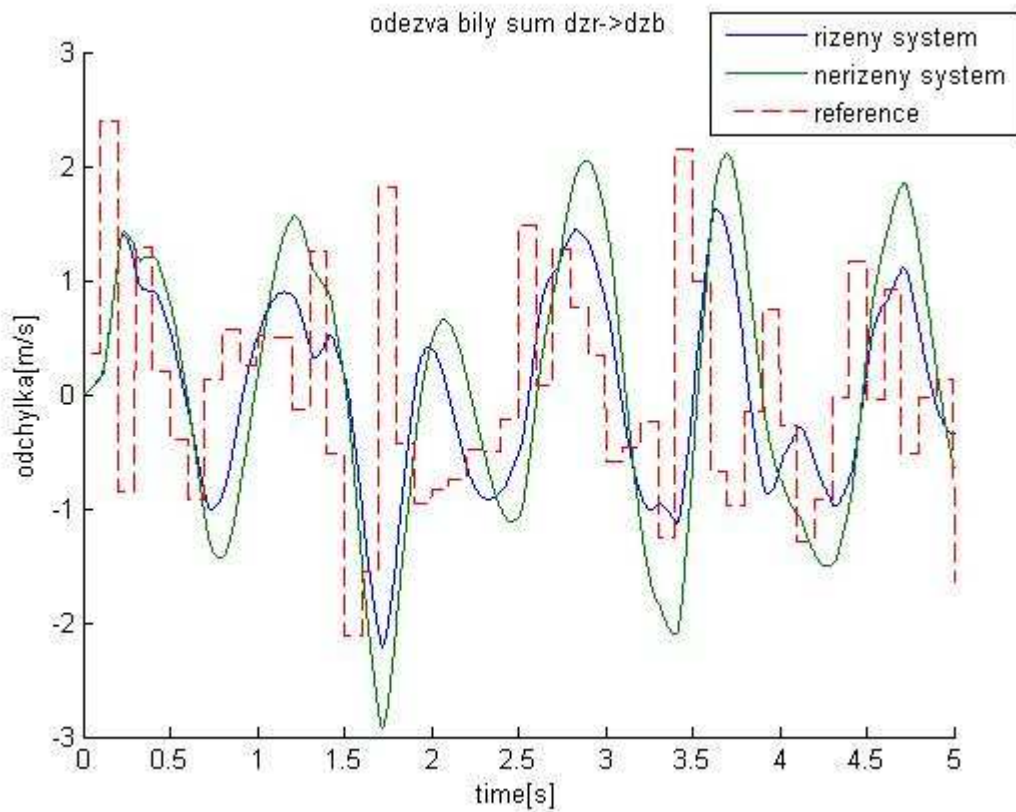
$$\dot{z}_r \rightarrow \dot{z}_b$$



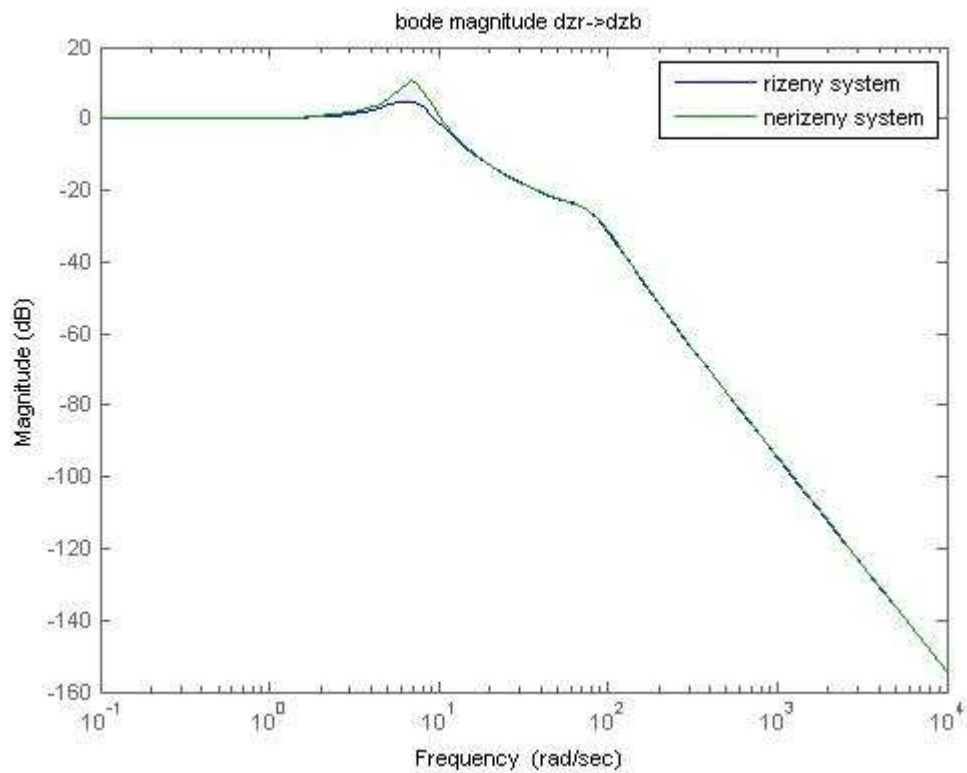
8) Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti poruchy $\dot{z}_r \rightarrow F_t$



9) Odezva akčního zásahu na jednotkový skok rychlosti poruchy



10) Odezva zrychlení odpružené části na bílý šum poruchy



11) Amplitudová část frekvenční charakteristiky

4. Řízení pomocí LQ regulace

4.1. Teorie

Lineárně kvadraticky optimální řízení vychází z principu optimality: za předpokladu, že u je optimální řídicí posloupnost v čase $t = 0, 1, \dots, T-1$, a že do času t byla aplikována posloupnost $u(0), u(1), \dots, u(T-1)$ která dovedla soustavu do stavu $x(t)$, potom také zbývající hodnoty řídicí posloupnosti $u(t), u(t+1), \dots, u(T-1)$ musí být optimální řídicí posloupností ve smyslu minimalizace ztrátové funkce $V(x(t); u(T-1); t)$.

Pokud je lineární kvadratické kritérium zvoleno takto:

$$J = x^T(T)Q(T)x(T) + \int_0^T x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)dt,$$

Kde $Q(t)$ a $R(t)$ jsou kriteriální matice v čase t , potom je optimální hodnota ztrátové funkce V rovna:

$$V^*(x(t); t) = \min_{u(\tau), \tau \in \langle t, T \rangle} \left\{ x^T(T)Q(T)x(T) + \int_0^T x^T(\tau)Q(\tau)x(\tau) + u^T(\tau)R(\tau)u(\tau)d\tau \right\}$$

Optimální ztrátová funkce je kvadratickou funkcí stavu:

$$V^*(x(t); t) = \frac{1}{2} x^T(t)P(t)x(t)$$

Poté lze odvodit algebraické řešení Riccatiho rovnice řešící uvedený problém:

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0$$

V níž A a B jsou matice stavového popisu systému a matici P hledáme.

Kalmanovo zesílení regulátoru, což je zesílení regulátoru se stavovou zpětnou vazbou se vypočítá jako :

$$K = R^{-1}B^T P.$$

Poté již stačí pouze uzavřít stavovou zpětnou vazbu... $u = -Kx$

4.2. Návrh

Pro návrh LQ regulátoru je nutné zvolit váhové matice Q a R

Vzhledem ke komplexnosti problému váhuji všechny stavy. Po několika experimentech se jako nejlepší volba jeví matice :

$$Q = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \cdot 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \cdot 10^5 \end{bmatrix}$$

$$R = [0.1]$$

kteřá je kompromisem mezi akčním zásahem a robustností regulátoru.

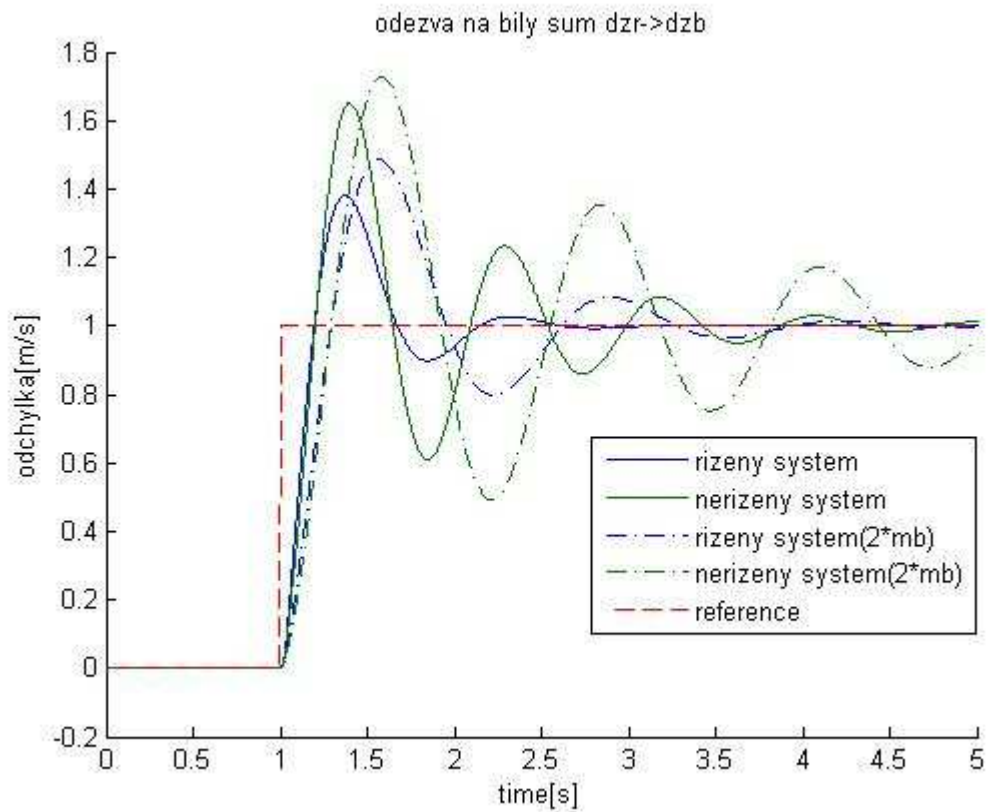
4.3. Výsledky experimentů

Experimenty provádím opět v programu Matlab a jeho komponentě Simulink, s využitím Control System Toolboxu. Využívám funkce care, která počítá řešení spojité algebraické Riccatiho rovnice.

Výsledné Kalmanovo zesílení je :

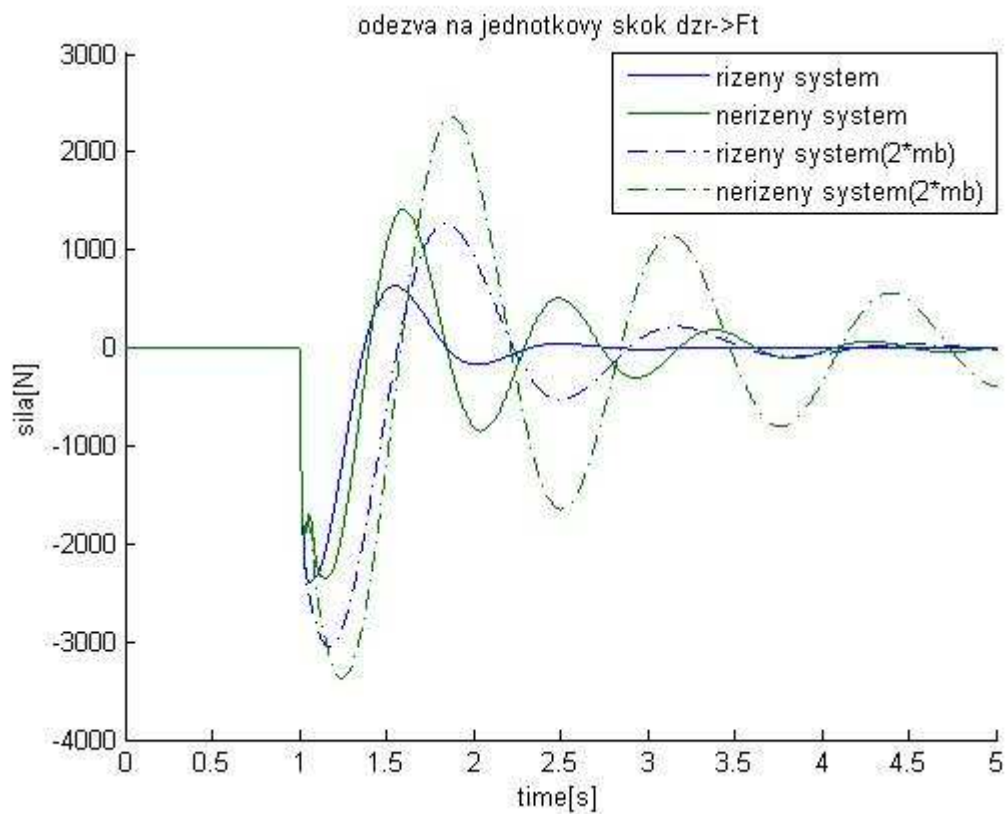
$$K = [0.011 \quad -1.229 \quad 0.1675 \quad -0.1296] \cdot 10^4$$

Na dalších obrázcích jsou zobrazeny výsledky simulací. Experimenty jsou provedeny za stejných podmínek jako u PID regulátoru a jsou srovnány s pasivním tlumením pérování.

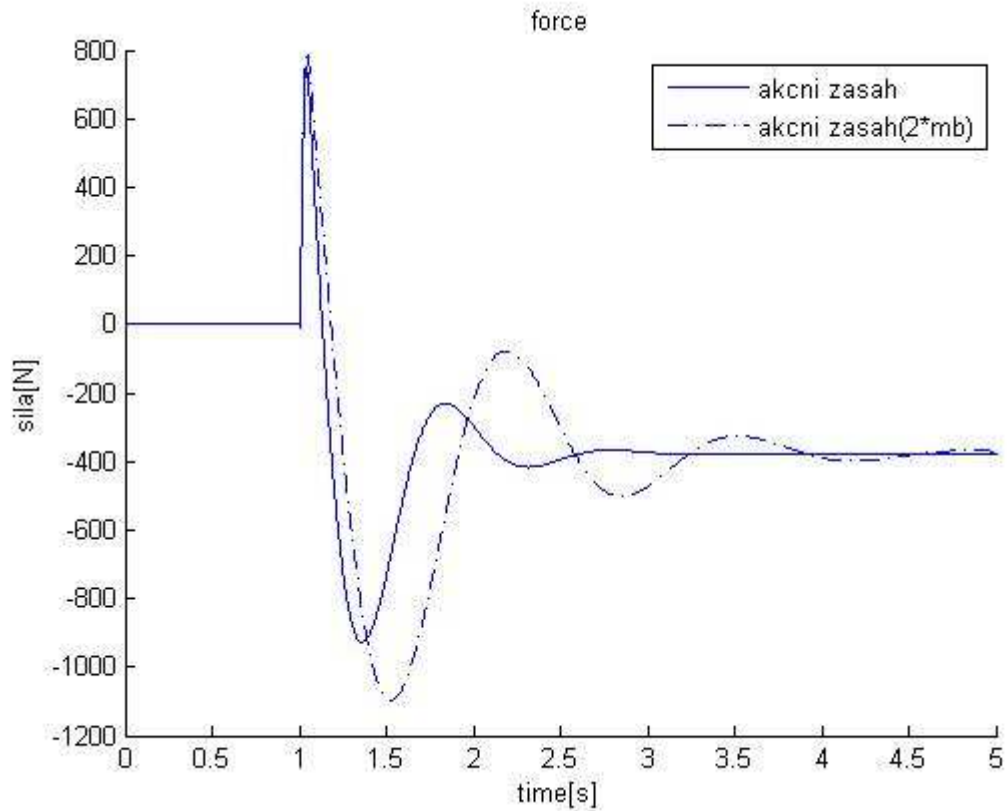


12) Odezva zrychlení odpružené části na jednotkový skok rychlosti poruchy vozovky

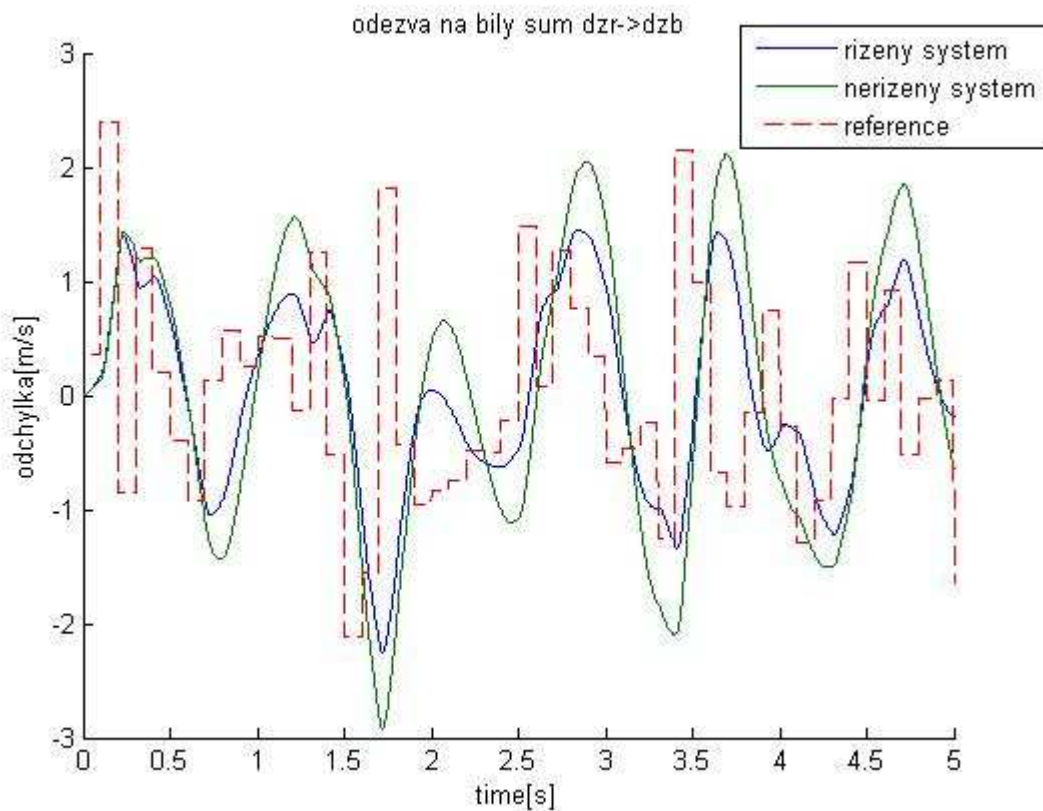
$$\dot{z}_r \rightarrow \dot{z}_b$$



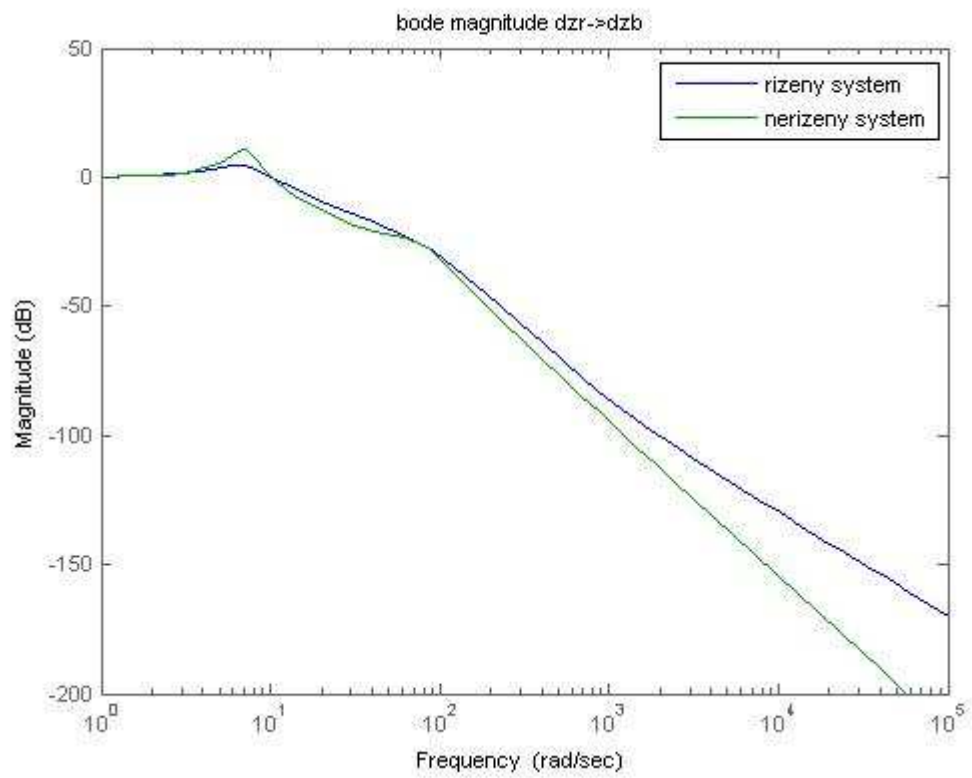
13) Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti poruchy $\dot{z}_r \rightarrow F_t$



14) Odezva akčního zásahu na jednotkový skok rychlosti poruchy



15) Odezva zrychlení odpružené části na bílý šum poruchy



16) Amplitudová část frekvenční charakteristiky

5. Řízení pomocí MPC regulace

5.1. Teorie

Pokud je model dynamického systému :

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Pak hledáme řídicí posloupnost na horizontu predikce délky T, minimalizující kritérium :

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} \{q(t)[y(t) - y_r(t)]^2 + r(t)u(t)^2\}$$

Odezva systému bude:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(T-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{T-1} \end{bmatrix} x(0) + \begin{bmatrix} D & & & \\ CB & D & & \\ \vdots & & \ddots & \\ CA^{T-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ u(T-1) \end{bmatrix}$$

Neboli:

$$y = \tilde{y} + Su$$

Hodnota kritéria:

$$J = (\tilde{y} + Su - y_r)^T Q(\tilde{y} + Su - y_r) + u^T Ru$$

Po doplnění na úplný čtverec dostáváme optimální řídicí posloupnost :

$$u = -(S^T QS + R)^{-1} S^T Q(\tilde{y} - y_r) = -Mx(0) + N_r y_r$$

Omezení na amplitudy vstupů, stavů a výstupů je úloha kvadratického programování

5.2. Návrh

K návrhu regulátoru jsem využil MPC Toolbox Matlabu.

Jako omezení jsem zvolil pouze omezení vstupní veličiny u_2 a to v rozsahu $(-2000;2000)[N]$

Váhovací matice :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = [0.1]$$

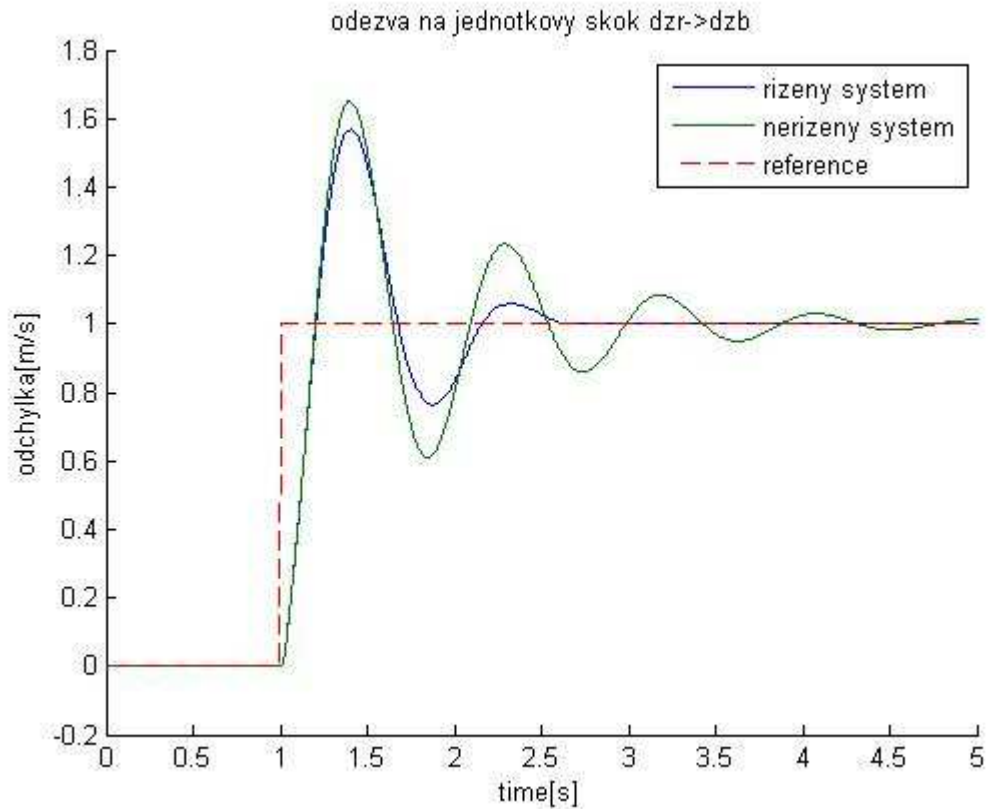
doba predikce : $T_p=10$

kontrolních kroků :2

vzorkovací perioda : 0,1s

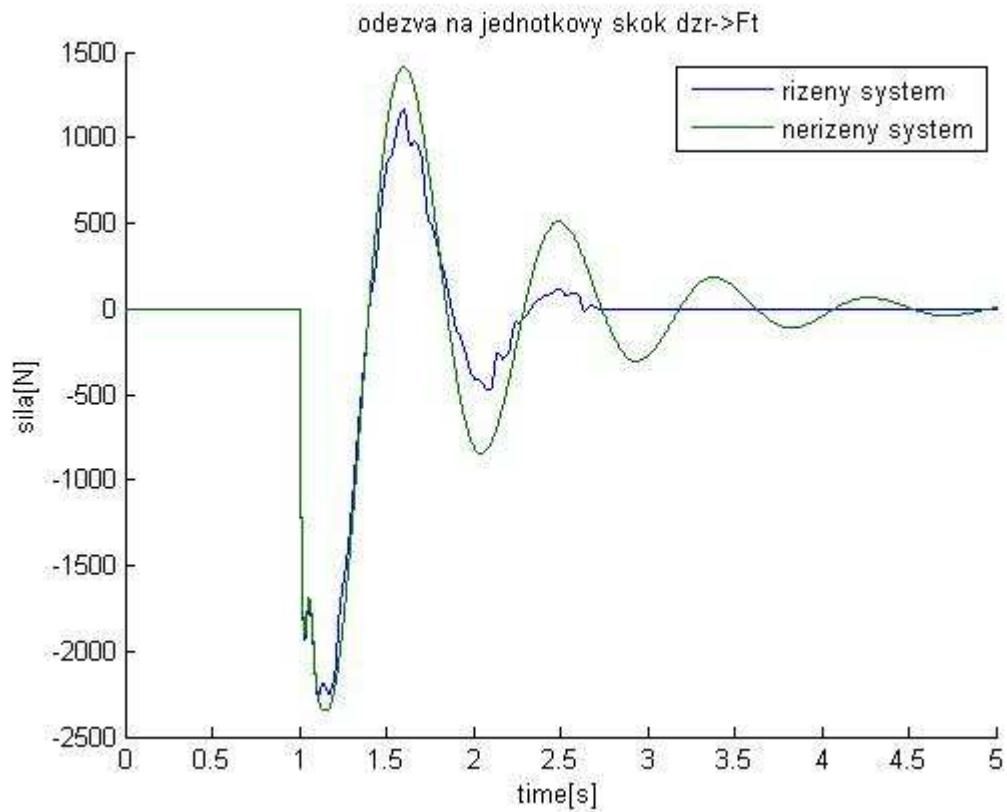
5.3. Výsledky experimentů

Průběhy pro dvojnásobnou hmotnost kabiny nezobrazují, jelikož se regulátor nebyl schopen s tímto vypořádat.

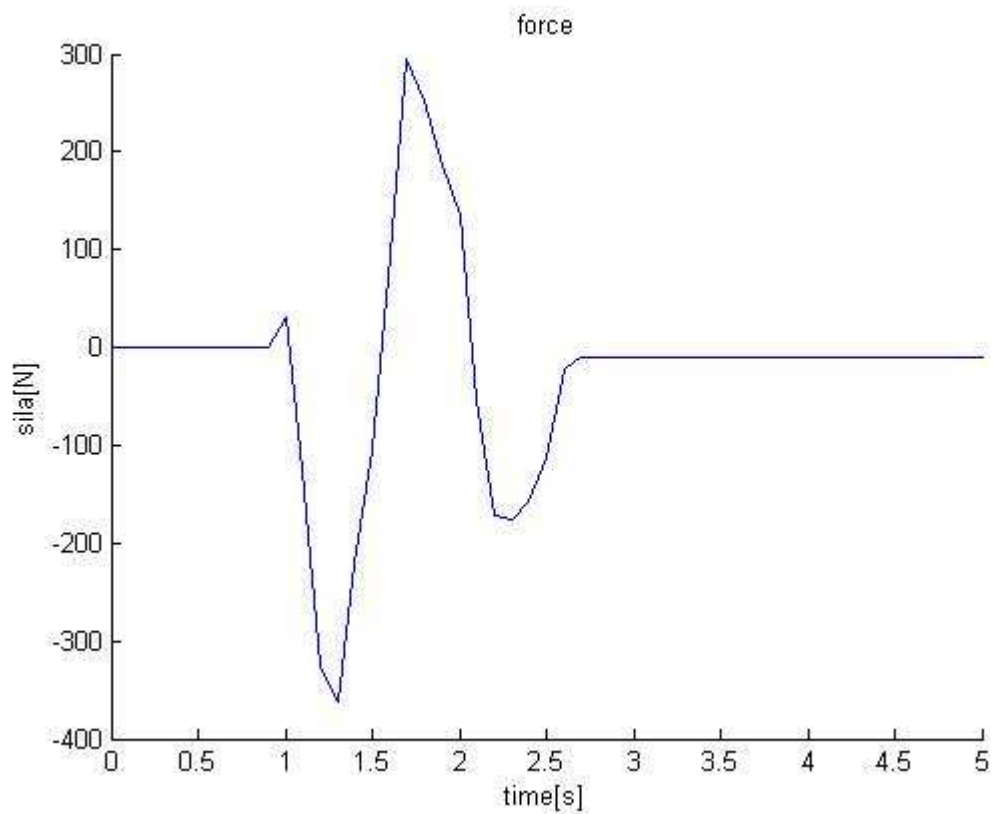


17) Odezva zrychlení odpružené části na jednotkový skok rychlosti poruchy vozovky

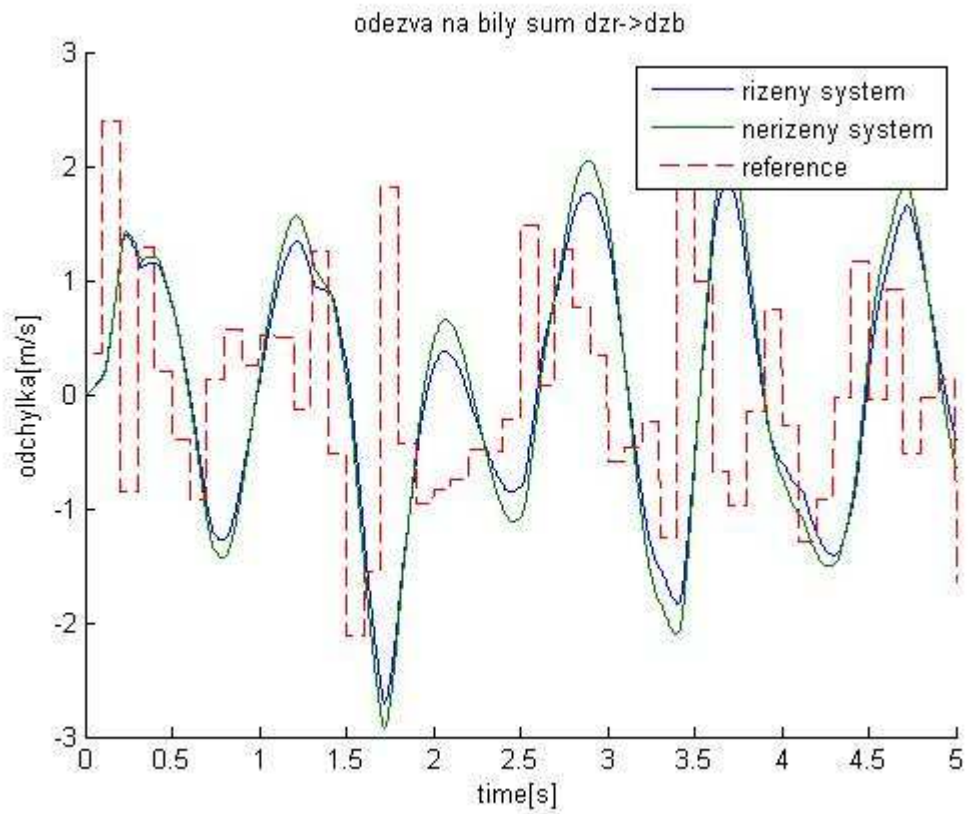
$$\dot{z}_r \rightarrow \dot{z}_b$$



18) Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti poruchy $\dot{z}_r \rightarrow F_t$



19) Odezva akčního zásahu na jednotkový skok rychlosti poruchy



20) Odezva zrychlení odpružené části na bílý šum poruchy

6. Srovnání různých typů regulace

Na modelu kmitavé mechanické soustavy jsem vyzkoušel 3 druhy regulátorů (PID, LQ a MPC)

Návrh regulátorů jsem prováděl s ohledem na možné změny parametrů soustavy a s přihlédnutím ke dvěma protichůdným požadavkům, což jsou přilnavost vozidla k vozovce (F_t) a komfort cestujících (\dot{z}_b)

Nejllepších výsledků se mi podařilo dosáhnout u LQ regulátoru, který byl schopen zatlumit soustavu nejefektivněji i při zvýšení zatížení na dvojnásobek.

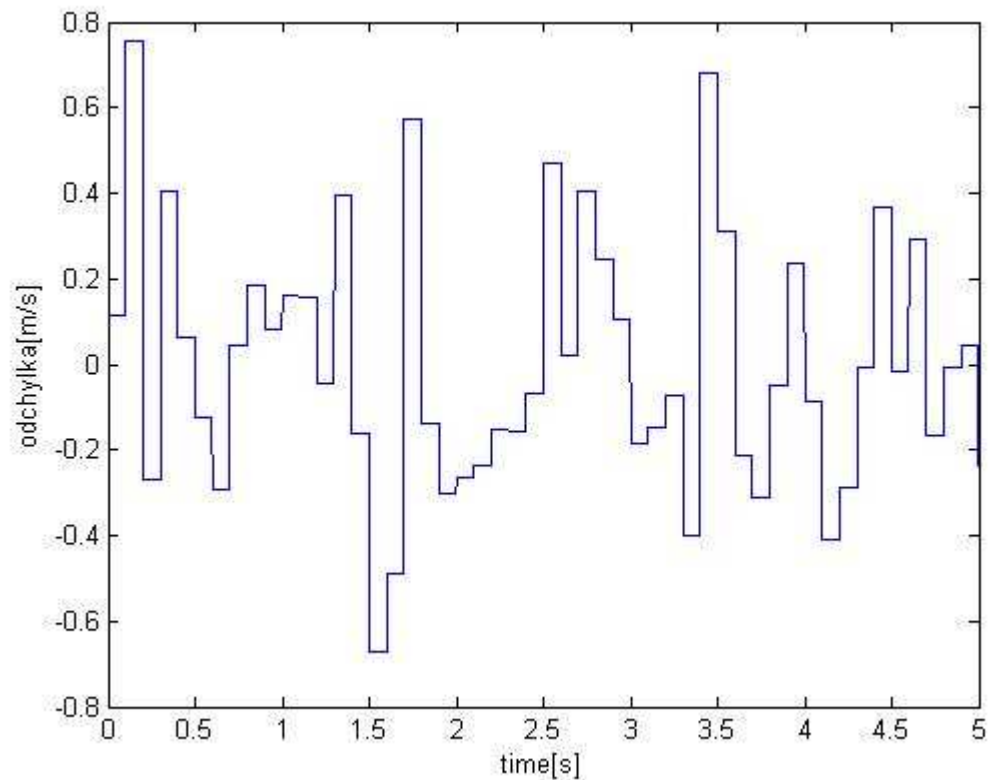
Téměř srovnatelných výsledků dosahoval i PID regulátor.

MPC regulátor se mi jeví, jako pro tuto soustavu nevhodný z několika důvodů. Prvním z nich je nepřilnavost regulace soustavy, kterou přisuzuji nemožnosti předikovat první vstup soustavy (nerovnosti vozovky). Druhým problémem tohoto regulátoru je značná výpočetní složitost. Tento nedostatek by se dal řešit pomocí výpočtu explicitního MPC regulátoru. To se mi, ale jeví také jako značně problematické z toho důvodu, že rozsah možných vstupů by byl natolik rozsáhlý, že by se výhody tohoto řešení ztratily.

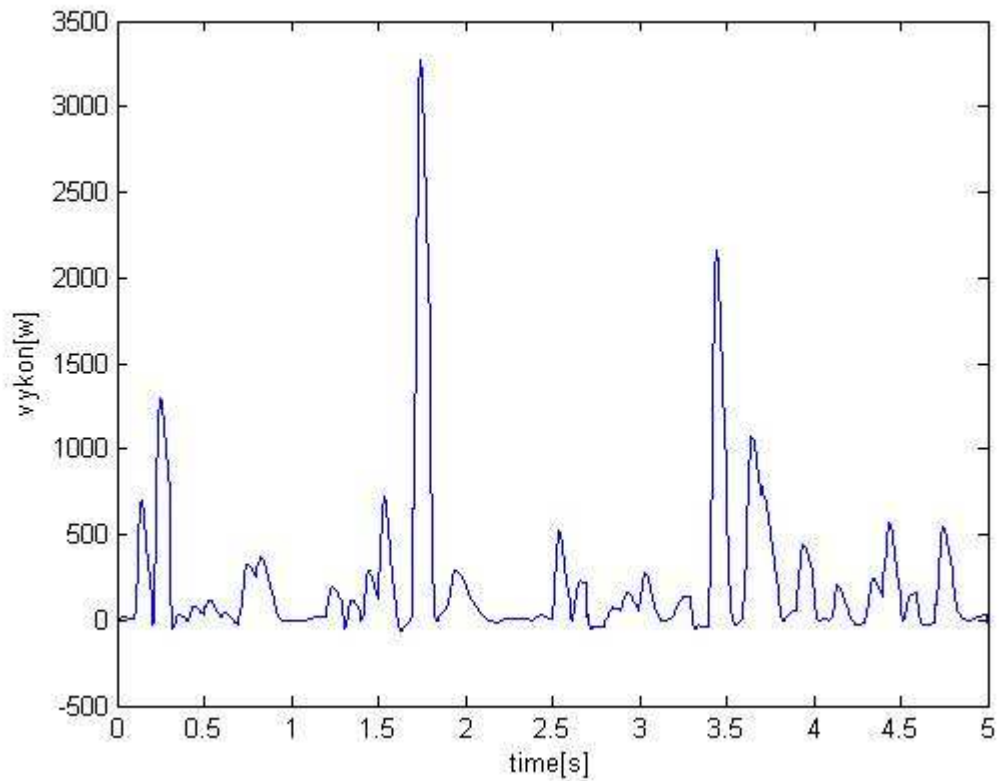
7. Rekuperace energie

U všech typů řízení je motor schopen rekuperovat energii. V reakci na bílý šum je to vidět na následujících obrázcích.

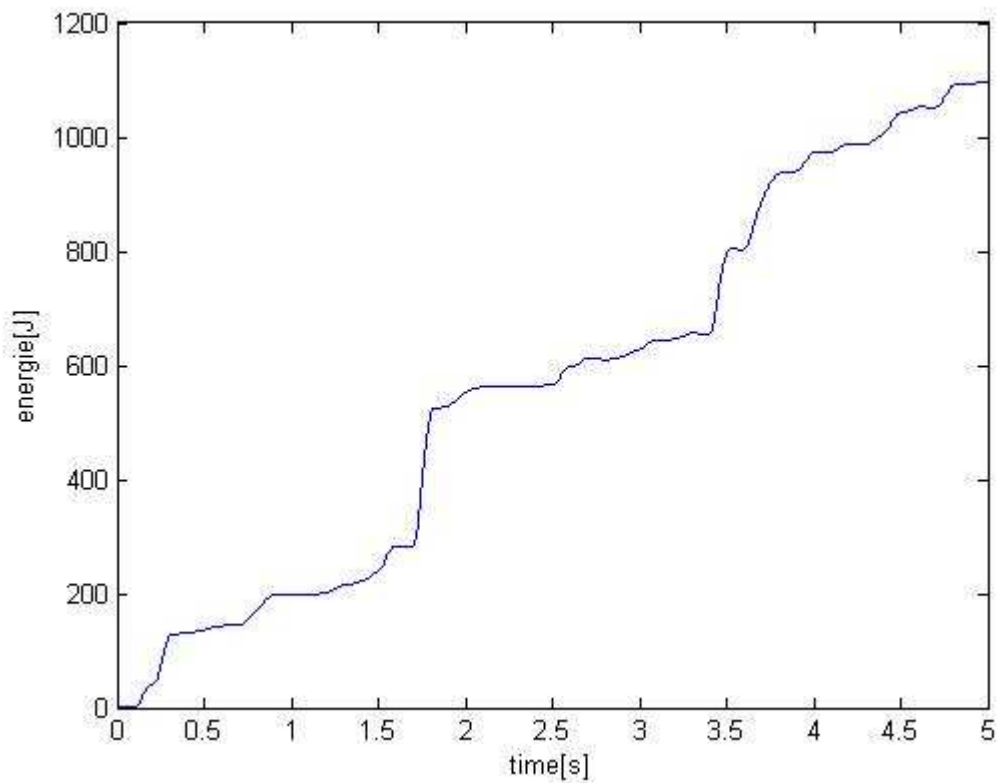
Motor je schopen rekuperovat energii, když je jeho brzdící síla překonána vnější silou a je tak uveden do pohybu. Toto je také jeden z důvodů, proč nejsou regulátory nastaveny, aby regulovaly bez překmitů.



21) Vstupní signál do soustavy(\dot{z}_r)



22) Výkon motoru



23) Energie získaná při rekuperaci

8. Závěr

Výsledkem mé práce je zjištění, že změna zatížení nemá u modelu osobního automobilu takové dopady na změnu parametrů systému, jako měla na model nákladního auta v diplomové práci pana Ing. Kruczka Ph.D. Z toho důvodu je možné využít k regulaci i méně robustní řízení, než je H_∞ .

Dobrých výsledků dosahovali jak PID regulátor, tak LQ regulátor a proto by bylo vhodné tyto regulace otestovat na reálné soustavě.

Seznam použité literatury

[1] J. Štecha, V. Havlena: *Teorie dynamických systémů*. Skriptum ČVUT, FEL 1999

[2] V. Havlena, J. Štecha: *Moderní teorie řízení*. Skriptum ČVUT, FEL 2000

[3] <http://dce.felk.cvut.cz/mtr>

[4] John J. *Systémy a řízení*. Vydavatelství CVUT, 1998.

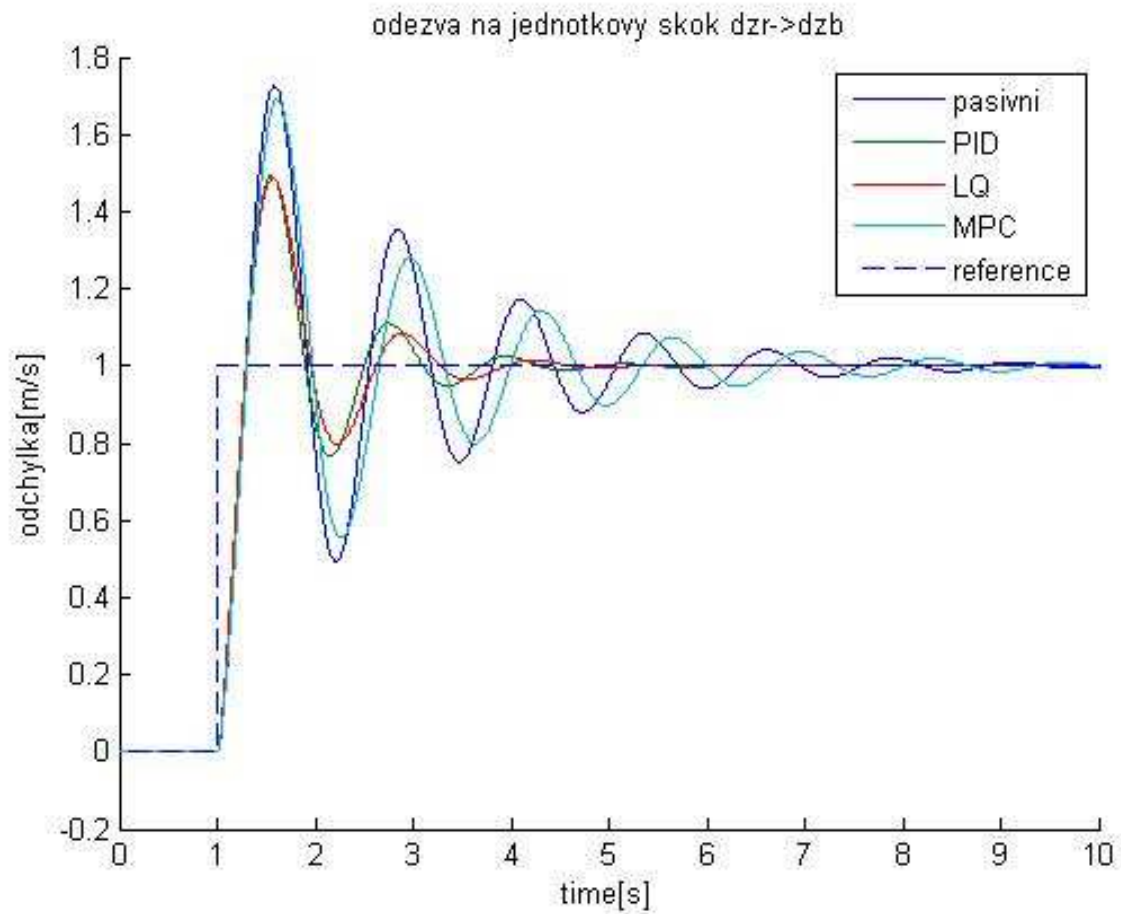
[5] Horáček P. *Systémy a modely*. Vydavatelství CVUT, 1999

[6] Kruczek Aleš *Řízení aktivního tlumení pérování automobilu* diplomová práce 2003

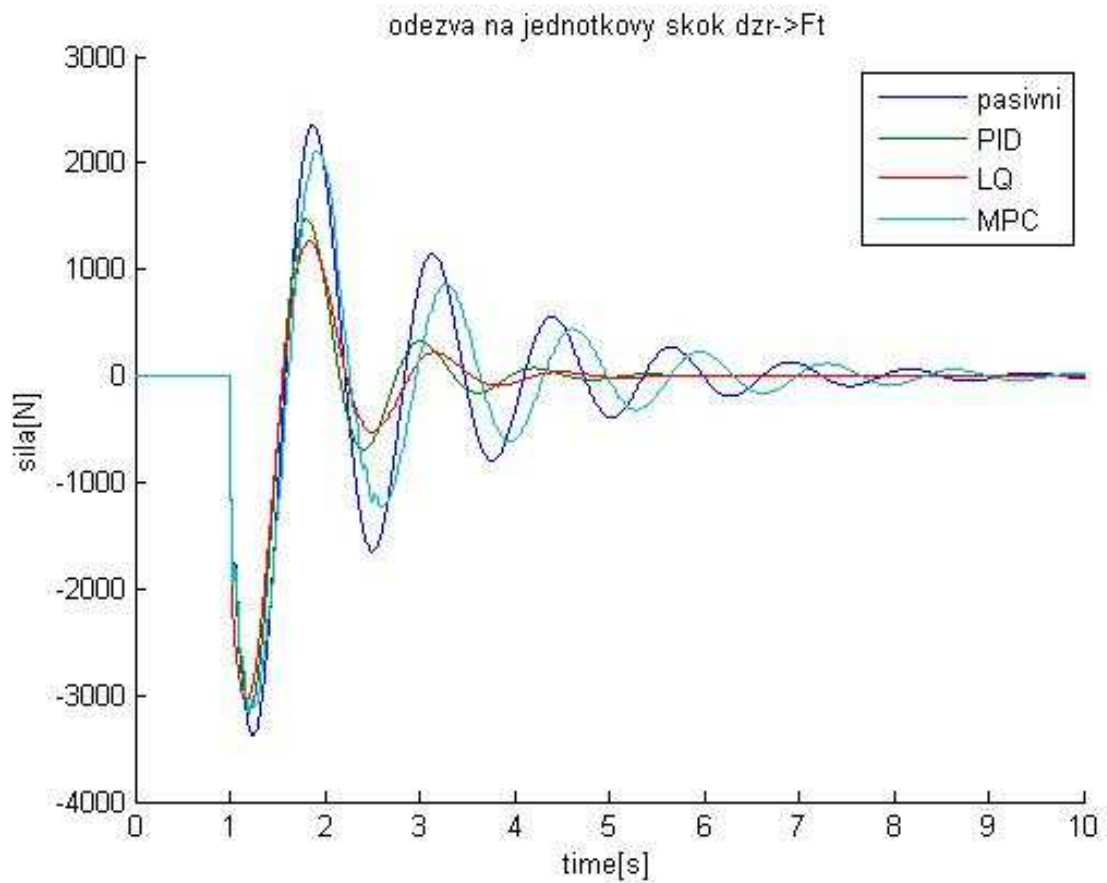
[7] ing. Kruczek Aleš: *Active Suspension System with Linear Motor* Disertační práce 2006

Přílohy

Porovnání regulace při dvojnásobném zatížení



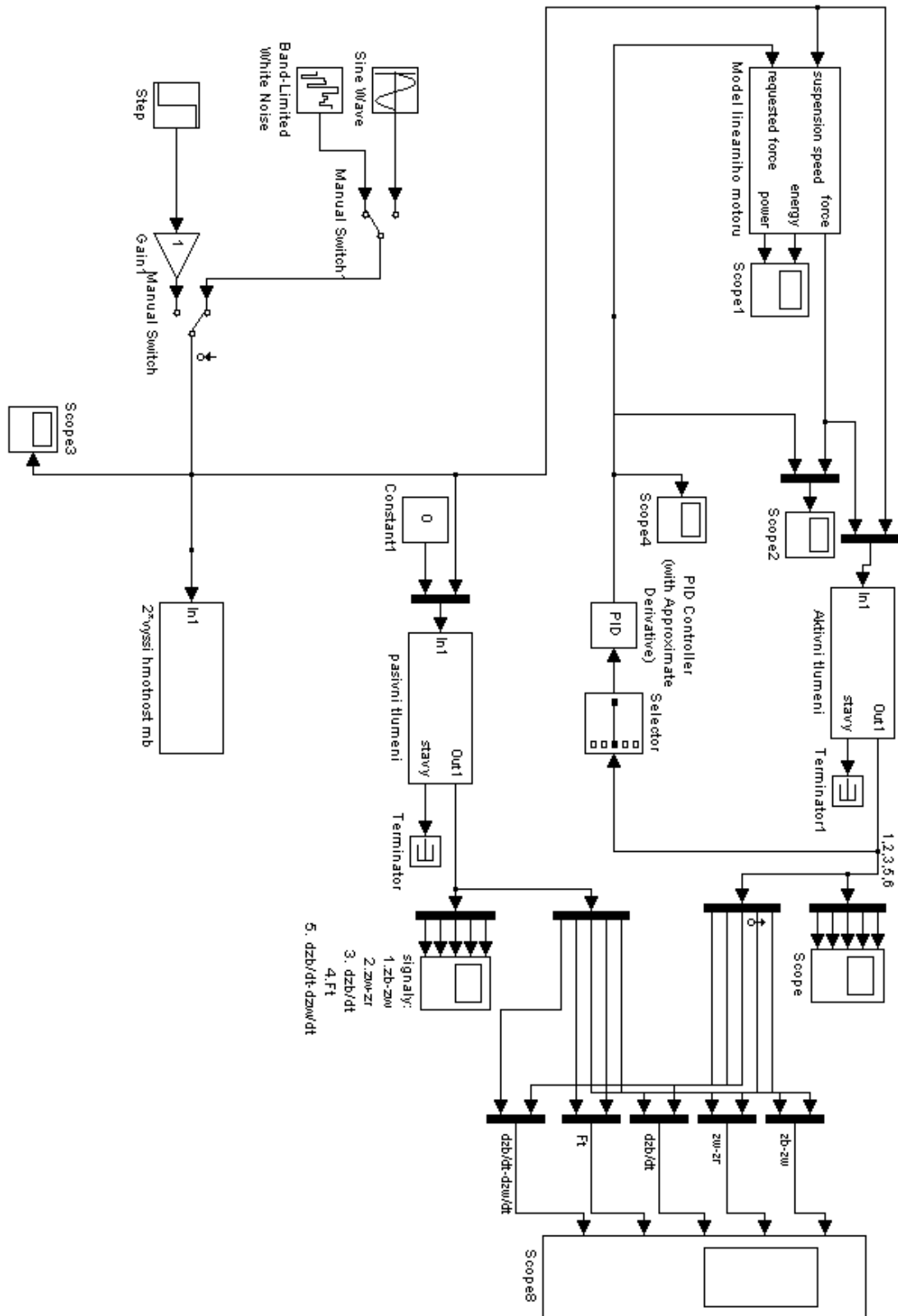
Porovnání regulátorů v reakci na jednotkový skok rychlosti poruchy vozovky



Porovnání regulátorů v odezvě F_t na jednotkový skok poruchy

Simulační schémata

PID regulátor



LQ regulátor

