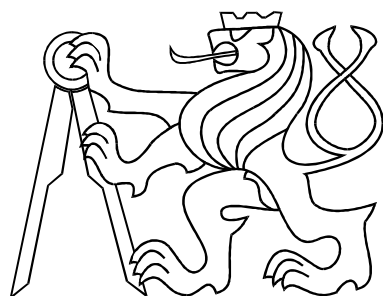


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Podpora výuky řídicí techniky

Praha, 2008

Autor: Miroslav Pech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne _____

podpis

Katedra řídicí techniky

Školní rok: 2006/2007

Zadání bakalářské práce

Student: Miroslav P e c h

Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: Příprava studijních materiálů v oboru řídicí technika

Zásady pro vypracování:

1. Připravte materiály pro témata: regulátory, regulační smyčka a její základní vlastnosti, které budou součástí sbírky příkladů k výuce předmětů Systémy a modely a Systémy a řízení.
2. Připravte materiály pro téma: frekvenční návrh regulátoru.
3. Pro tato témata vytvořte několik řešených příkladů a sadu neřešených příkladů s klíčem.

Seznam odborné literatury:

- Petr Horáček, Systémy a modely, Praha 2000
- Web SARI, <http://dce.felk.cvut.cz/sari/>
- Jan John, Systémy a řízení, Praha 1999
- <http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/vr/>

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jiří Roubal, Ph.D.

Datum zadání bakalářské práce: zimní semestr 2006/07

Termín odevzdání bakalářské práce: 15. 8. 2007

Prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



Prof. Ing. Zbyněk Škvor, CSc.
děkan

V Praze, dne 6. 3. 2007

Anotace

Cílem této práce bylo vytvoření sady řešených a neřešených příkladů, které budou sloužit k podpoře výuky řídicí techniky. Tato bakalářská práce byla koncipována jako součást větší sbírky příkladů, vytvářené skupinou studentů a učitelů na katedře řídicí techniky fakulty elektrotechnické. Protože je toto téma poměrně rozsáhlé, zabývám se v této práci pouze kapitolami Regulační smyčka a základní typy regulátorů a Frekvenční metody návrhu regulátorů. Na závěr práce jsem v prostředí Matlab vytvořil program, který by měl studentům pomoci navrhovat regulátory frekvenčními metodami.

Annotation

Object of this work was creating a set of solved and unsolved examples, which will be used for supporting teaching control engineering. This bachelor's work was drawn up as a part of bigger collection of examples, made by group of students and teachers from department of control engineering faculty of electrical engineering. As this theme is relatively wide, I am dealing in this work with chapters The Control Loop and Basic Types of Regulators and The Frequency-Response Design Method. In the end of the work I made a program in Matlab, which should help students design regulators using frequency-response design method.

Poděkování

Tímto děkuji Ing. Jirímu Roubalovi za vedení a podporu při tvorbě této bakalářské práce.

Obsah

Seznam obrázků	vi
1 Úvod	1
2 Regulační smyčka a základní typy regulátorů	2
2.1 Regulace a regulační smyčka	2
2.2 Základní typy regulátorů	6
2.2.1 Regulátor PID	6
2.2.2 Filtrace D složky	7
2.3 Příklady	7
2.4 Úlohy	10
3 Frekvenční metody návrhu regulátorů	13
3.1 Příklady	14
3.2 Úlohy	21
GUI	24
Výsledky neřešených úloh	25
Závěr	28
Literatura	29
A Obsah příloženého CD	I

Seznam obrázků

2.1	Regulační smyčka	3
2.2	Regulátor se dvěma stupni volnosti	4
2.3	Přechodové charakteristiky ideálního a reálného P regulátoru	8
2.4	Přechodové charakteristiky ideálního a reálného I regulátoru	9
2.5	Bodeho frekvenční charakteristiky ideálního PI regulátoru	9
3.1	Regulační smyčka	13
3.2	Bodeho frekvenční charakteristika přenosu $P(s)$	14
3.3	Bodeho frekvenční charakteristiky přenosu $P(s)$ s vyznačenou amplitudovou a fázovou bezpečností	14
3.4	Bodeho frekvenční charakteristiky přenosu $P(s)$	15
3.5	Bodeho frekvenční charakteristiky	16
3.6	Bodeho frekvenční charakteristiky soustavy $P(s)$	18
3.7	Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(s)$	18
3.8	Bodeho frekvenční charakteristiky ideálního PD regulátoru a PDf regulátoru s filtrací	20
3.9	Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(s)$	20
3.10	Přechodové charakteristiky uzavřené regulační smyčky	21
3.11	Grafické rozhraní aplikace	24
3.12	Simulinková zapojení	25
3.13	Charakteristiky	26
3.14	Příklad 3.10	26
3.15	Příklad 3.11	27

Kapitola 1

Úvod

Cílem této práce bylo vytvoření sady řešených a neřešených příkladů, které budou sloužit k podpoře výuky řídicí techniky.

Na úvod celé práce bych chtěl čtenáře seznámit s pojmy z oblasti regulační techniky, jako například regulátor, regulační smyčka a zpětnovazební řízení. Dále se pokusím uvést čtenáře do problematiky spojitých regulátorů, zaměřím se na popis PID regulátorů. V závěru první kapitoly jsem připravil sadu řešených a neřešených příkladů s klíčem, které by mohly studentům pomoci pochopit a vyřešit některé problémy při studiu této problematiky.

V další kapitole se věnuji frekvenčním metodám návrhu regulátorů. Při psaní jsem usoudil, že vhodnější než teoretický výklad problému bude praktická ukázka řešení typových příkladů. Řešení návrhu regulátoru frekvenčními metodami provádím konkrétně na ukázkovém příkladě, ovšem použitý postup je obecný a dá se použít i pro ostatní typy regulátorů. Na konec kapitoly jsem opět umístil neřešené příklady s klíčem vhodné k procvičení probrané látky.

V rámci usnadnění návrhu regulátorů frekvenčními metodami jsem vytvořil v prostředí Matlab grafickou aplikaci, schopnou jednoduchých výpočtů konstant základních spojitých regulátorů z Bodeho frekvenčních charakteristik otevřené smyčky.

Na závěr bych chtěl podotknout, že tato práce byla tvořena jako součást většího celku sbírky příkladů pro obor řídicí technika. Proto jsem se nezabýval problematikou popsanou v jiných kapitolách knihy a soustředil se pouze na mé téma.

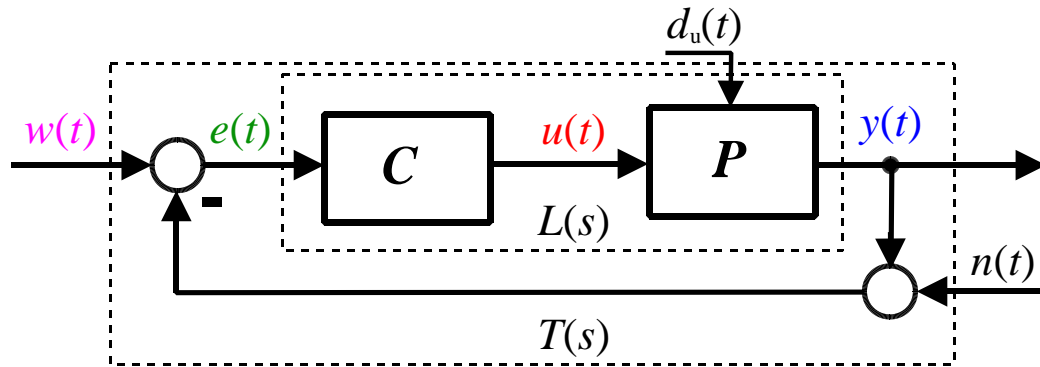
Kapitola 2

Regulační smyčka a základní typy regulátorů

2.1 Regulace a regulační smyčka

V této kapitole se budeme věnovat regulaci, regulační smyčce a základním typům regulátorů. Ukážeme si dvě základní zapojení regulačních smyček a zavedeme jednotné názvosloví, které bude použito i v ostatních částech publikace. Vysvětlíme si některé míry kvality řízení a ukážeme názorně na příkladech vlastnosti základních regulátorů. Zvláštní pozornost je věnována filtraci derivační složky regulátorů. Konkrétní způsoby návrhu regulátorů si ukážeme v následujících kapitolách. Na konci této kapitoly najdete sadu neřešených příkladů, které mají sloužit k procvičení látky této kapitoly. Klíč k řešení jednotlivých příkladů uvádím v závěru bakalářské práce.

Ve snaze řídit systémy rozeznáváme dva hlavní způsoby - přímovazební a zpětnovazební řízení. Přímovazební řízení, zvané také jako ovládání, má jednodušší zapojení, ovšem jeho nevýhodou je nemožnost reagovat na poruchy či změny soustavy. Naproti tomu zpětnovazební řízení, obecně označované jako regulace, porovnává výstup soustavy $y(t)$ s požadovaným výstupem $w(t)$, tudíž má oproti ovládání složitější zapojení. Regulace nám dává možnost stabilizovat nestabilní soustavy. Pod pojmem regulační smyčka zpravidla rozumíme klasický zpětnovazební obvod, který vidíme na obr. 2.1.



Obrázek 2.1: Regulační smyčka

Tento nejroššířenější typ regulační smyčky obsahuje dvě základní komponenty: regulovanou soustavu (plant) a regulátor (controller), jejich přenosové funkce značíme popořadě $P(s)$ a $C(s)$. Dále se ve smyčce vyskytuje množství signálů, jejichž označení zavedeme v následující tabulce.

- $w(t)$ žádaná hodnota výstupu
- $u(t)$ akční zásah, vstup soustavy
- $y(t)$ regulovaná veličina, výstup soustavy
- $e(t)$ regulační odchylka
- $d_u(t)$ porucha na vstupu soustavy
- $n(t)$ šum měření

Občas se můžeme setkat s označením $w(t)$ jako vstup regulační smyčky. Já bych se rád tomuto označení vyhnul. Označení vstup může lákat k záměně $w(t)$ za vstup soustavy $u(t)$ a není to jediný vstup regulační smyčky. Dohromady s poruchou na vstupu soustavy $d_u(t)$ a šumem měření $n(t)$ tyto signály nazýváme exogenní vstupy. Z obr. 2.1 je zřejmé, že regulační odchylka je rovna rozdílu žádané hodnoty a výstupu soustavy $e(t) = w(t) - y(t)$.

Pracovat stále s jednotlivými signály a základními přenosovými funkcemi by bylo dost nepraktické, proto si zavedeme několik proměnných označujících přenosy v regulační smyčce. Základem je přenos otevřené smyčky $L(s)$, který označuje přenos celé soustavy po rozpojení zpětné vazby a vyjádříme ho rovnicí (2.1). Pokud necháme zpětnou vazbu zapojenou, označujeme přenos z $w(t)$ na $e(t)$ jako $S(s)$ citlivost (sensitivity) a vyjádříme jej rovnicí (2.2). Zároveň označíme doplňkovou citlivost (complementary sensitivity) $T(s) = 1 - S(s)$ s přenosem (2.3). Při analýze sledujeme citlivost i doplňkovou citlivost, neboť platí, že je-li regulační smyčka stabilní budou stabilní i obě citlivosti.

$$L(s) = C(s)P(s), \quad (2.1)$$

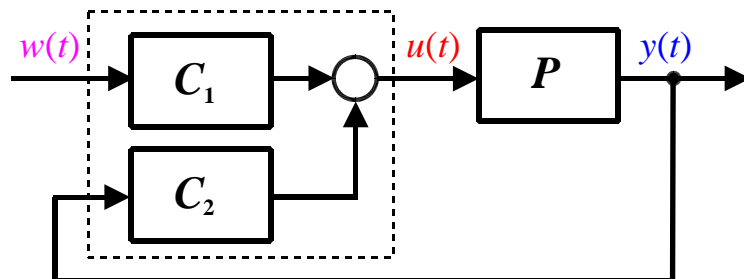
$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}, \quad (2.2)$$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}. \quad (2.3)$$

V klasické regulační smyčce (obr. 2.1) PID regulátor generuje akční veličinu $u(t)$ na základě regulační odchylky $e(t)$. Tato varianta neumožňuje seřadit parametry regulátoru zvláště pro optimální potlačení poruchy $d_u(t)$ a zvláště pro optimalizaci tvaru odezvy uzavřené smyčky na skokovou změnu požadované hodnoty $w(t)$. Je tedy nutné volit jistý kompromis mezi těmito rozdílnými požadavky. To je důvod, proč se kromě tohoto zapojení někdy používá i jiných struktur, například zapojení regulátoru se dvěma stupni volnosti podle obr. 2.2.

Tento regulátor reaguje jinak na změnu $w(t)$ a jinak na $y(t)$. Regulátor tedy musí získávat informaci o obou veličinách – nejen jejich rozdíl. Většinou požadujeme, aby regulátor rychle a výrazně reagoval na změnu regulované veličiny (hodně velká derivační složka u hladkých průběhů $y(t)$ neudělá nepřiměřeně velký regulační zásah). Naopak u skokové změny žádané hodnoty $w(t)$ je potřeba výrazně omezit derivační složku.

Regulátory se dvěma stupni volnosti jsou tedy složeny ze dvou oddělených regulátorů, na jejichž vstupy jsou přivedeny odděleně $w(t)$ a $y(t)$ a odečítá se až jejich výstup (jejich akční zásahy). V praxi je obvyklé, že oba regulátory mají stejný jmenovatel (I-složka je povinně společná, aby nedocházelo k odečítání velkých čísel, což by vedlo na nestabilní děj) a liší se pouze v čitateli.



Obrázek 2.2: Regulátor se dvěma stupni volnosti

Pro hodnocení kvality řízení můžeme na frekvenční charakteristice uzavřené smyčky definovat následující míry:

Rezonanční převýšení - maximální hodnota zesílení. Velké rezonanční převýšení znamená velký překmit na přechodové charakteristice. Většina řídicích systémů se v praxi navrhuje s rezonančním převýšením (1-3 dB), protože různé nelinearity, které nejsou lineárním modelem popsány, zpravidla překmity utlumí. Pokud by se vyžadovalo rezonanční převýšení nulové, tedy bez překmitu, byla by ve skutečnosti odezva zpětnovazebního řídicího systému zbytečně pomalá.

Šířka přenášeného pásma - frekvence, na níž poklesne zesílení o 3 dB oproti zesílení na nízkých frekvencích. Širší propustné pásmo znamená rychlejší odezvu systému, tj. kratší dobu náběhu přechodové charakteristiky (dobu, za kterou přejde výstup z 10% na 90% ustálené hodnoty). Na druhou stranu větší šířka přenášeného pásma však znamená, že systém může reagovat i na vysokofrekvenční šum zpravidla vstupující do různých částí regulační smyčky.

Z Nyquistova kritéria stability vyplývají dvě bezpečnostní meze.

Amplitudová bezpečnost – (gain margin, GM) říká, kolikrát se ještě může zvětšit zesílení v otevřené smyčce, než se zpětnovazební systém dostane na mez stability. Pokud systém $L(s)$ přenáší signály na jisté frekvenci ω_{GM} s fázovým posunutím -180° , dostane se tak výstup do protifáze se vstupem (bude mít záporné znaménko). Zápornou zpětnou vazbou pak tento signál přivedeme zpět na vstup $L(s)$, kde se však v tomto případě sečte se signálem vstupním. Pokud má zpětnou vazbou vrácený signál nižší amplitudu než signál budící, zůstane výstup omezený a zpětnovazební obvod stabilní. Nastane-li opačný případ, tj. bude zesílen, zpětnovazební systém bude nestabilní. Je-li zesílení pro frekvenci ω_{GM} jednotkové, jsme na hranici stability. Při návrhu zpětnovazebního řízení je dobré vědět, kolikrát ještě můžeme zvýšit zesílení, než se dostaneme na mez stability.

Fázová bezpečnost – (phase margin, PM) podobně říká, o jak velké zpoždění (fázi) můžeme dovolit zpozdít vstupní signál na frekvenci ω_{PM} , pro kterou má přenos $L(s)$ jednotkové zesílení, než se fáze obrátí na -180° a zpětnovazební systém se tak dostane na mez stability.

2.2 Základní typy regulátorů

Regulátory lze členit z různých hledisek. Např. z hlediska přívodu energie se dělí regulátory na přímé a nepřímé. Přímé odebírají veškerou energii potřebnou ke své činnosti z regulované soustavy – příkladem je např. roztěžníkový regulátor otáček parního stroje, tzv. Wattův regulátor, o kterém se více dozvíme například v (FRANKLIN, G. F. et al., 2002; LEWIS, F. L., 1992). Nepřímé vyžadují ke své funkci přívod vnější energie (např. elektrické). Podle charakteru media, které je nositelem regulačního signálu se dělí regulátory na mechanické, pneumatické, hydraulické a elektrické. Podle toho, v jakém tvaru je signál regulátorem přenášen se dělí na spojité a číslicové. Zvláštní kategorii tvoří v praxi nejpoužívanější regulátory PID, na které se nyní zaměříme.

2.2.1 Regulátor PID

PID regulátor obsahuje 3 složky: proporcionální, integrační a derivační. Do akčního zásahu tak přenáší regulační odchylku e i její integrál (čímž dosahuje vyšší přesnosti regulace v ustáleném stavu) a také její derivaci. Ta v regulátoru působí proti prudké změně regulační odchylky e . Rovnici PID regulátoru v časové oblasti je možné zapsat ve tvaru

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt}$$

a z ní vychází přenos regulátoru v Laplacově transformaci

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s. \quad (2.4)$$

V jiných publikacích (např. (HUGH, J., 2004)) se můžeme setkat s jinými zápisy přenosu PID regulátoru, jako například

$$C(s) = K \left(\frac{1}{T_I s} + 1 \right) (T_D s + 1) \quad (2.5)$$

nebo

$$C(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right). \quad (2.6)$$

V následujících kapitolách budeme teorii zakládat na (2.4), ale principy budou vykládány obecně, takže si je budete moci odvodit i pro vztahy (2.5) a (2.6).

Položíme-li některé z konstant regulátoru rovné nule, vzniknou nám regulátory jednodušší. Ty se používají v případech, kdy nemůžeme či nechceme použít celý regulátor PID. Nejpoužívanější z nich jsou v tab. 2.1.

Tabulka 2.1: Jednoduché regulátory

Regulátor	Zastoupení složky			Časová charakteristika	Přenos
	P	I	D		
P	ANO	NE	NE	$u(t) = k_p e(t)$	$C(s) = k_p$
I	NE	ANO	NE	$u(t) = k_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau$	$C(s) = \frac{k_I}{s}$
PI	ANO	ANO	NE	$u(t) = k_p e(t) + k_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau$	$C(s) = k_p + \frac{k_I}{s}$
PD	ANO	NE	ANO	$u(t) = k_p e(t) + k_D \frac{de(t)}{dt}$	$C(s) = k_p + k_D s$

2.2.2 Filtrace D složky

Výhodou derivační složky regulátorů PD a PID je její schopnost rychle reagovat na změny žádané hodnoty a na poruchy. To zároveň způsobuje potíže, protože zesiluje i vysokofrekvenční šумы a může tak být zdrojem nestability. Z tohoto důvodu a také proto, že v praxi je ideální D složka nerealizovatelná se derivační složka filtruje od vysokých frekvencí. To se zpravidla provádí filtrací celého regulátoru přidáním filtračního pólu k přenosu regulátoru, pro regulátor PID je tento způsob uveden v rovnici (2.7). Můžeme se setkat i s případem filtrace pouze D složky regulátoru viz (2.8). Je nezbytné, všimnout si rozdílu mezi oběma způsoby zápisu. Při použití stejných konstant jednotlivých částí regulátoru (k_p, k_I, k_D) i frekvence filtru (ω_f) se výsledný přenos regulátoru v obou případech liší. Aby nedocházelo k nedorozuměním, budeme nadále předpokládat první způsob filtrace.

$$C(s) = \frac{k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s}{\frac{s}{\omega_f} + 1} \quad (2.7)$$

$$C(s) = k_p + \frac{k_I}{s} + \frac{k_D s}{\frac{s}{\omega_f} + 1} \quad (2.8)$$

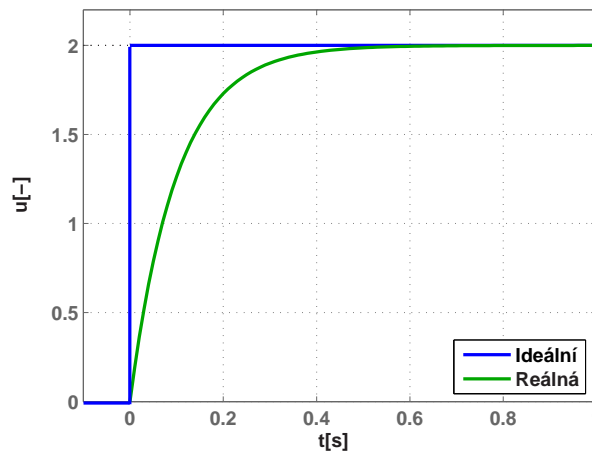
2.3 Příklady

Příklad 2.1: Nakreslete přechodovou charakteristiku ideálního P regulátoru s konstantnou $k_p = 2$ a porovnejte ji s přechodovou charakteristikou reálného P regulátoru, který má navíc časovou konstantu $\tau = 0,1$ s.

Řešení: K vykreslování přechodových charakteristik můžeme použít funkci `step`, která je běžnou součástí Matlabu (*Matlab*[online], <http://www.mathworks.com/>). Pro správné porovnání potřebujeme zjistit přenos regulátoru s časovou konstantou 0,1 sekunda. Časová konstanta se značí τ a je definována vztahem $\tau = \omega_f^{-1}$. K regulátoru se zapisuje ve tvaru $e^{-\frac{t}{\tau}}$. Po Laplacově transformaci dostaneme přenos reálného P regulátoru s časovou konstantou $\tau = 0,1$ s

$$C(s) = \frac{2}{0,1s + 1}.$$

Vykreslení obou přechodových charakteristik do společného grafu je na obr. 2.3



Obrázek 2.3: Přechodové charakteristiky ideálního a reálného P regulátoru

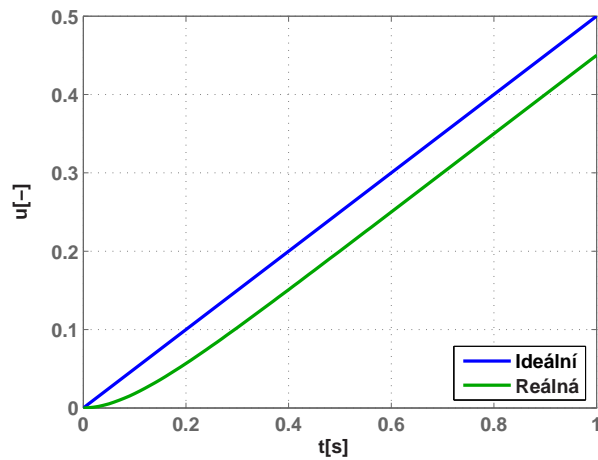
Na obr. 2.3 sami vyznačte konstanty k_p a τ . ✓

Příklad 2.2: Proveďte stejné porovnání jako v předchozím příkladě pro I regulátor s konstantami $k_i = 0,5$ a $\tau = 0,1$ s.

Řešení: Řešení tohoto příkladu je podobné jako řešení minulého příkladu. Výsledný přenos I regulátoru se zpožděním tedy bude

$$C(s) = \frac{0,5}{s} \frac{1}{0,1s + 1} \Rightarrow C(s) = \frac{0,5}{s(0,1s + 1)}.$$

Výsledné přechodové charakteristiky jsou na obr. 2.4.



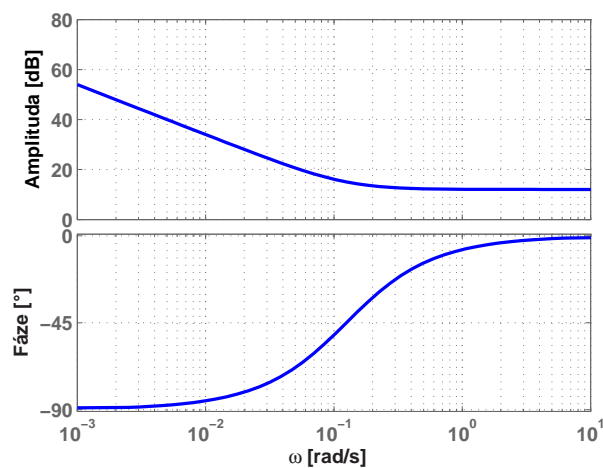
Obrázek 2.4: Přejchodové charakteristiky ideálního a reálného I regulátoru

Na obr. 2.4 sami vyznačte konstanty k_I a τ . ✓

Příklad 2.3: Nakreslete Bodeho frekvenční charakteristiku PI regulátoru s přenosem

$$C(s) = 4 + \frac{0,5}{s}.$$

Řešení: Kreslit frekvenční charakteristiky jsme se naučili v kapitole Frekvenční charakteristiky. Pro kontrolu můžeme použít funkci Matlabu `bode`. Výsledná frekvenční charakteristika je na obr. 2.5.



Obrázek 2.5: Bodeho frekvenční charakteristiky ideálního PI regulátoru

✓

2.4 Úlohy

Příklad 2.4: V regulační smyčce na obr. 2.1 odvoďte přenosy otevřené smyčky $L(s)$ a uzavřené smyčky $T(s)$. Odvoďte přenosovou matici $G(s)$, kde

$$\begin{bmatrix} e \\ u \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} w \\ d_u \\ n \end{bmatrix}.$$

Příklad 2.5: Odvoďte přenos žádané hodnoty na výstup soustavy regulační smyčky se dvěma stupni volnosti na obr. 2.2.

Příklad 2.6: Do regulační smyčky se dvěma stupni volnosti na obr. 2.2 vstupuje ještě porucha na vstupu soustavy a šum měření stejně jako na obr. 2.1. Odvoďte přenosy jednotlivých vstupů na jednotlivé výstupy. Výsledek je vhodné zapsat maticově.

Příklad 2.7: Pro ideální regulátor PI s přenosem

$$C(s) = k_P + \frac{k_I}{s}$$

napište stavový popis a navrhnete simulinkové zapojení tohoto regulátoru.

Příklad 2.8: Pro regulátor PD s přenosem

$$C(s) = \frac{k_P + k_D s}{\frac{s}{\omega_f} + 1}$$

napište stavový popis a navrhnete simulinkové zapojení tohoto regulátoru.

Příklad 2.9: Nakreslete přechodovou charakteristiku ideálního regulátoru a porovnejte ji s přechodovou charakteristikou reálného regulátoru (s časovou konstantou $\tau = 0,2$ s) pro regulátor PI s přenosem

$$C(s) = 2 + \frac{3}{s}.$$

Příklad 2.10: Pomocí asymptotických charakteristik nakreslete Bodeho frekvenční charakteristiky PD regulátoru s přenosem

$$C(s) = 5 + 0,2s$$

a následně i reálného PD regulátoru s časovou konstantou $\tau = 0,3$ s. Na charakteristikách vyznačte frekvenci ω_D a zesílení k_P a porovnejte tak ideální a reálný regulátor.

Příklad 2.11: Pomocí asymptotických charakteristik nakreslete Bodeho frekvenční charakteristiky PID regulátoru s přenosem

$$C(s) = 5 + \frac{0,1}{s} + 0,8s$$

a následně i reálného PID regulátoru s časovou konstantou $\tau = 0,5$ s. Na charakteristikách vyznačte frekvence ω_D , ω_I a zesílení k_p a porovnejte tak ideální a reálný regulátor.

Příklad 2.12: S využitím limitních vět o Laplaceově transformaci zjistěte hodnotu ustálené regulační odchylky (tj. pro $t \rightarrow \infty$) v regulační smyčce s regulátorem PD a regulovanou soustavou s přenosem ve tvaru

$$P(s) = \frac{b_0}{s(s + a_0)}$$

pro referenční signál typu jednotkový skok $w(t) = 1(t)$.

Příklad 2.13: S využitím limitních vět o Laplaceově transformaci zjistěte hodnotu ustálené regulační odchylky (tj. pro $t \rightarrow \infty$) v regulační smyčce regulátorem PI a regulovanou soustavou s přenosem ve tvaru

$$P(s) = \frac{s + b_0}{s + a_0}$$

pro referenční signál typu jednotkový skok $w(t) = 1(t)$.

Příklad 2.14: Odvoďte obecné pravidlo pro dosažení nulové ustálené regulační odchylky (tj. pro $t \rightarrow \infty$) v obecné regulační smyčce na obr. 2.1 pro referenční signál typu jednotkový skok $w(t) = 1(t)$.

Příklad 2.15: S využitím limitních vět o Laplaceově transformaci zjistěte hodnotu ustálené regulační odchylky (tj. pro $t \rightarrow \infty$) v obecné regulační smyčce na obr. 2.1 pro referenční signál typu jednotkový skok $w(t) = 1(t)$.

Příklad 2.16: Proved'te stejné odvození jako v příkladech 2.12, 2.13, 2.14 a 2.15, ovšem pro referenční signál typu rampa $w(t) = t$.

Příklad 2.17: Proved'te stejné odvození jako v příkladech 2.12, 2.13, 2.14 a 2.15, ovšem pro referenční signál typu parabola $w(t) = 0,5 t^2$.

Příklad 2.18: Proved'te stejné odvození jako v příkladech 2.12, 2.13, 2.14 a 2.15, ovšem pro referenční signál typu sinus $w(t) = \sin(2t)$.

Příklad 2.19: Pokud do regulační smyčky na obr. 2.1 připojíme skokovou poruchu $d_u(t)$, bude možné dosáhnout nulové regulační odchylky s P regulátorem a regulovanou soustavou s přenosem

$$P(s) = \frac{b_0}{s(s + a_0)}.$$

Odpověď zdůvodněte.

Příklad 2.20: Pokud do regulační smyčky na obr. 2.1 připojíme skokovou poruchu $d_u(t)$, bude možné dosáhnout nulové regulační odchylky s PI regulátorem a regulovanou soustavou s přenosem

$$P(s) = \frac{s + b_0}{s + a_0}$$

Odpověď zdůvodněte.

Příklad 2.21: Pro rovnice přenosu PID regulátorů (2.7) a (2.8) z úvodu této kapitoly porovnejte jednotlivé konstanty regulátorů. Konstanty v druhé rovnici pište pro přehlednost s apostrofem: k'_p , k'_I a k'_D .

Příklad 2.22: Pro rovnice přenosu PID regulátorů (2.4) a (2.5) z úvodu této kapitoly zjistěte vztahy mezi jednotlivými konstantami k_p , k_I , k_D a K , T_I , T_D .

Příklad 2.23: Pro rovnice přenosu PID regulátorů (2.4) a (2.6) z úvodu této kapitoly zjistěte vztahy mezi jednotlivými konstantami k_p , k_I , k_D a K , T_I , T_D .

Příklad 2.24: Přenos PID regulátoru se dá také zapsat ve tvaru

$$C(s) = \frac{k_D (s + \omega_I) (s + \omega_D)}{s}.$$

Porovnejte tento tvar s tvarem uvedeným v úvodu kapitoly (2.4) a zjistěte vztahy mezi jednotlivými konstantami k_p , k_I , k_D a ω_I , ω_D .

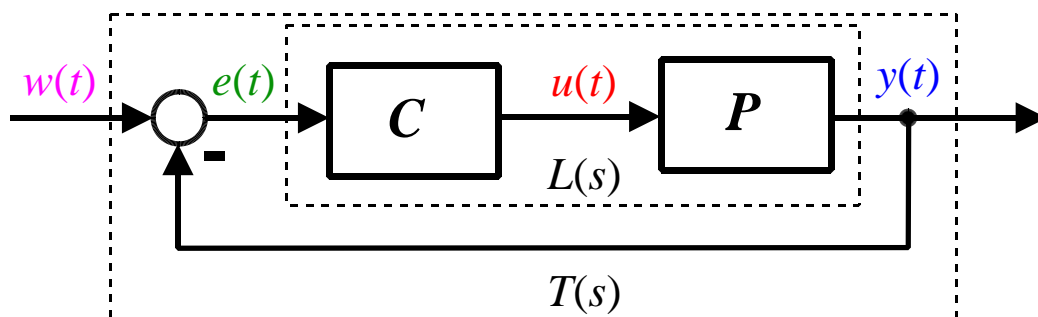
Kapitola 3

Frekvenční metody návrhu regulátorů

Frekvenční metody návrhu regulátorů se snaží upravit frekvenční charakteristiku otevřené smyčky $L(s)$ tak, aby výsledná regulační uzavřená smyčka byla stabilní. Mezi $L(s)$ a $T(s)$ existuje jednoznačný vztah (2.3).

Frekvenční metody návrhu regulátorů jsou však vhodné pouze pro některé soustavy. Pracovně by se daly nazvat „slušné soustavy“. Tyto soustavy jsou v otevřené smyčce stabilní nebo na mezi stability a proto je možné pro tyto soustavy zredukovat Nyquistovo kritérium stability na amplitudovou a fázovou bezpečnost otevřené smyčky. Více bude vysvětleno v kapitole Nyquistovo kritérium stability.

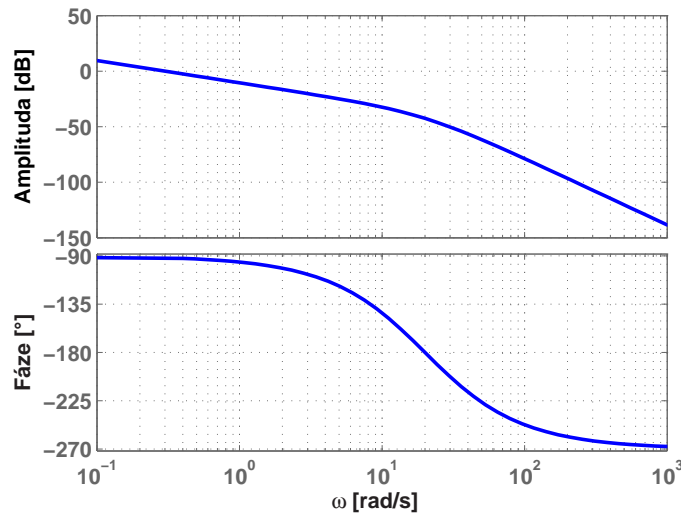
Při návrhu regulátorů frekvenčními metodami budeme uvažovat zapojení regulační smyčky na obr. 3.1. Jednotlivé veličiny jsou popsány v kap. 2, přičemž ve všech příkladech budeme předpokládat poruchu $d_u(t)$ i šum měření $n(t)$ nulové.



Obrázek 3.1: Regulační smyčka

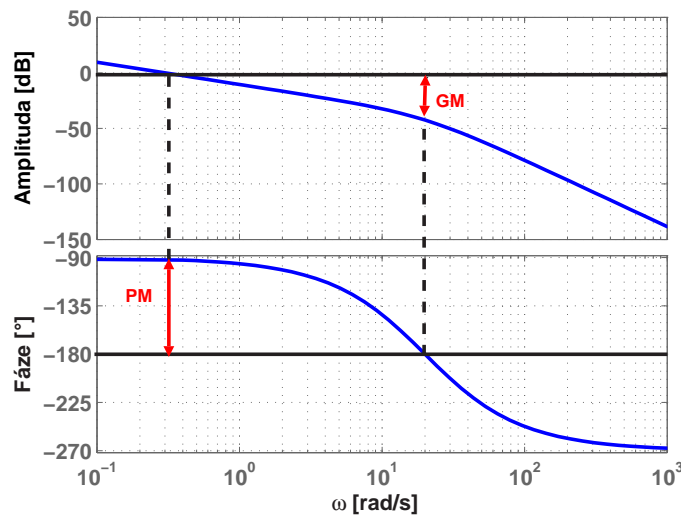
3.1 Příklady

Příklad 3.1: Z frekvenční charakteristiky na obr. 3.2 určete fázovou a amplitudovou bezpečnost neznámé soustavy s přenosem $P(s)$.



Obrázek 3.2: Bodeho frekvenční charakteristika přenosu $P(s)$

Řešení: Na frekvenční charakteristice nalezeneme body, ve kterých protíná fázová charakteristika fázi -180° a amplitudová charakteristika amplitudu 0 dB.

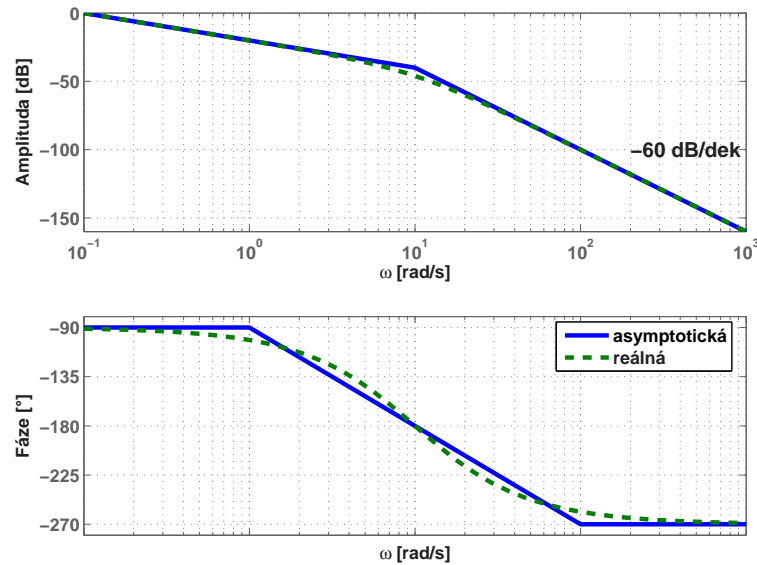


Obrázek 3.3: Bodeho frekvenční charakteristiky přenosu $P(s)$ s vyznačenou amplitudovou a fázovou bezpečností

Příklad 3.2: Na Bodeho frekvenčních charakteristikách navrhnete graficky ideální PD regulátor pro soustavu s přenosem

$$P(s) = \frac{500}{s(s + 0,1)(s + 8)}.$$

Řešení: Nejprve si nakreslíme asymptotické frekvenční charakteriky přenosu soustavy $P(s)$.



Obrázek 3.4: Bodeho frekvenční charakteristiky přenosu $P(s)$

Dále vycházíme z dřívějších poznatků o PD regulátoru. Na frekvenci ω_D zvyšuje fázi otevřené smyčky o 45° a amplitudu o $20 \log(k_p) + 3\text{dB}$. Nyní můžeme pro zvolenou hodnotu fázové bezpečnosti PM přesně určit kritickou fázi

$$\varphi = -180^\circ - 45^\circ + \text{PM}.$$

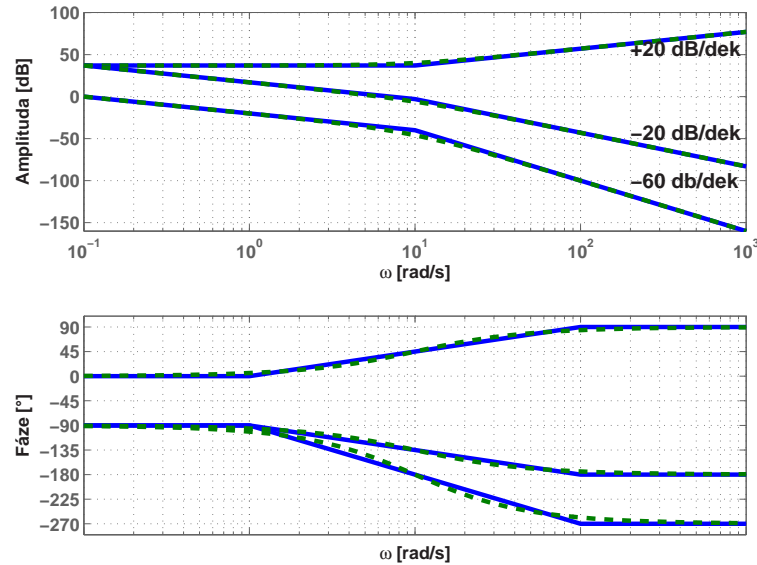
Z průsečíku kritické fáze s fázovou charakteristikou odečteme z grafu kritickou frekvenci ω_C . V tomto příkladě volíme frekvenci regulátoru $\omega_D = \omega_C$ a pokusíme se co nejpřesněji z grafu odečíst zesílení systému na této frekvenci $|P(j\omega_D)|$. Zesílení regulátoru k_p volíme tak, aby platilo

$$|P(j\omega_D)| + 20 \log(k_p) + 3\text{dB} = 0\text{dB}.$$

Nyní známe konstanty regulátoru ω_D a k_p , tudíž stačí dopočítat konstantu k_D a získáme přenos regulátoru

$$C(s) = k_p + k_D s = 70,8 + 7,08s$$

Na obr. 3.5 jsem vykreslil asymptotické frekvenční charakteristiky soustavy, regulátoru a jejich sériového spojení do otevřené smyčky.



Obrázek 3.5: Bodeho frekvenční charakteristiky

✓

Příklad 3.3: Navrhnete ideální PD regulátor pro systém s přenosem

$$P(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+20)}.$$

Řešení: Přenos ideálního PD regulátoru je

$$C(s) = k_P + k_D s = k_D \left(s + \frac{k_P}{k_D} \right) = k_D (s + \omega_D), \quad \omega_D = \frac{k_P}{k_D}. \quad (3.1)$$

Parametr ω_D , zlomovou frekvenci PD regulátoru, volíme tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí ω_{PM} , na níž budeme měřit fázovou bezpečnost výsledného přenosu otevřené smyčky $L(s)$, tedy zvolíme $\omega_D = \omega_{PM}$. Tato frekvence se také někdy označuje jako kritická ω_k nebo ω_c . Na této frekvenci zvýší PD člen fázi otevřené regulační smyčky $L(s)$ o 45° .

$$\arg \{L(j\omega_D)\} = \arg \{P(j\omega_D)\} + \arg \{C(j\omega_D)\} = \arg \{P(j\omega_D)\} + 45^\circ.$$

Fázová bezpečnost PM je definována jako

$$\arg \{L(j\omega_D)\} = -180^\circ + PM.$$

Kombinací obou předchozích vztahů získáme

$$\arg \{P(j\omega_D)\} = -180^\circ + \text{PM} - 45^\circ. \quad (3.2)$$

Odtud získáme ω_D výpočtem nebo odečtením z Bodeho frekvenčních charakteristik.

Nyní určíme druhý parametr PD regulátoru z podmínky, že pokud je ω_D frekvence, na které se odečítá fázová bezpečnost, musí na ní zesílení otevřené smyčky $L(j\omega_D)$ být jednotkové. Tedy

$$\begin{aligned} |L(j\omega_D)| &= |C(j\omega_D)| |P(j\omega_D)| = \\ &= |k_D(j\omega_D + \omega_D)| |P(j\omega_D)| = \\ &= |k_D| |(j\omega_D + \omega_D)| |P(j\omega_D)| = \\ &= k_D \omega_D \sqrt{2} |P(j\omega_D)| = 1. \end{aligned}$$

Úpravou tohoto vzorce získáme vztah pro výpočet k_D a s využitím vzorce pro výpočet ω_D (3.1) získáme i vztah pro výpočet k_P

$$k_D = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} |P(j\omega_D)|} \quad (3.3)$$

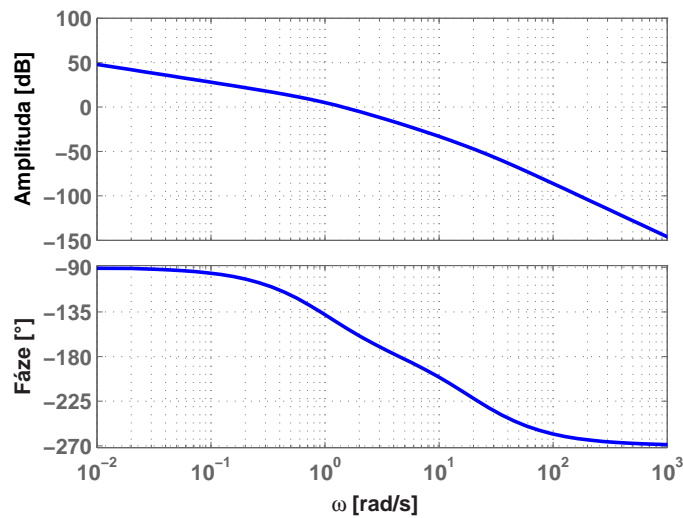
$$k_P = \frac{1}{\sqrt{2} |P(j\omega_D)|}. \quad (3.4)$$

Nyní zvolíme například fázovou bezpečnost $\text{PM} = 60^\circ$ a dosadíme ji do vztahu (3.2), pak fáze soustavy $P(s)$ vyjde na frekvenci ω_D

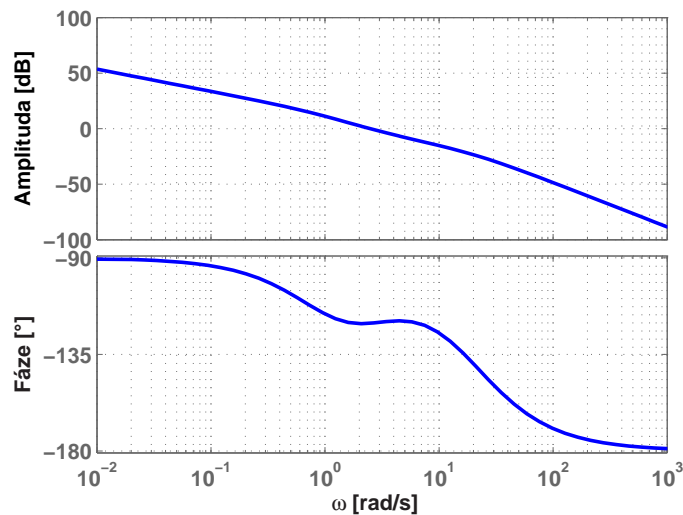
$$\arg \{P(j\omega_D)\} = -165^\circ.$$

Neznámou frekvenci ω_D tedy najdeme na frekvenční charakteristice řízeného systému $P(s)$ v místě, kde jeho fáze prochází -165° . Pro zvolený systém, jehož Bodeho frekvenční charakteristiky jsou vykresleny na obr. 3.6, vychází $\omega_D \doteq 2,5 \text{ rad s}^{-1}$.

Zesílení $|P(j\omega_D)|$ opět odečteme z obr. 3.6 hodnotu $|P(j\omega_D)|_{\text{dB}} = -8,7 \text{ dB}$, tedy $|P(j\omega_D)| \doteq 0,37$. Po dosazení do (3.4) vyjde $k_P \doteq 1,91$ a ze vztahu (3.3) vyjde $k_D \doteq 0,76$.

Obrázek 3.6: Bodeho frekvenční charakteristiky soustavy $P(s)$

Navržený regulátor zapojíme do regulační smyčky. Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(s)$ jsou na obr. 3.7.

Obrázek 3.7: Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(s)$

V tomto příkladu jsme si ukázali postup na výpočet jednotlivých konstant ideálního regulátoru PD. Pro jiné typy regulátorů budou vzorce jiné, ovšem postup pro jejich získání bude analogický s tímto. Tedy zvolíme-li $\omega_D = \omega_C$, budou vzorce pro výpočet PD

regulátoru následující.

$$C(s) = k_D(s + \omega_D), \quad \omega_D = \frac{k_P}{k_D}, \quad k_D = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} |P(j\omega_D)|}, \quad k_P = \frac{1}{\sqrt{2} |P(j\omega_D)|} \quad \checkmark$$

Příklad 3.4: Pro soustavu z příkladu 3.3

$$P(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+20)}$$

navrhnete PD regulátor s filtrací. Zvolte frekvenci filtru $\omega_f = 10 \omega_D$. Konstanty regulátoru k_P a k_D zvolte shodně jako v minulém příkladě a vynesete do jednoho obrázku srovnání frekvenčních charakteristik ideálního regulátoru a regulátoru s filtrací.

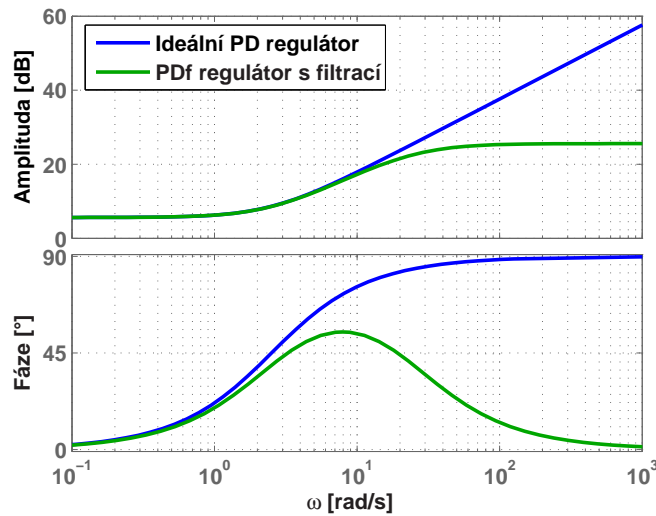
Řešení: V příkladu 3.3 jsme si ukázali jak vypočítat konstanty PD regulátoru tvarováním frekvenčních charakteristik otevřené regulační smyčky. Ovšem z kap. 2.2 víme, že takový regulátor je nerealizovatelný a je nutné jej doplnit vhodnou filtrací. Takový PD regulátor s filtrací má přenos

$$C(s) = \frac{k_P + k_D s}{\frac{s}{\omega_f} + 1} \quad (3.6)$$

a po dosazení ω_f ze zadání příkladu dostaneme vztah

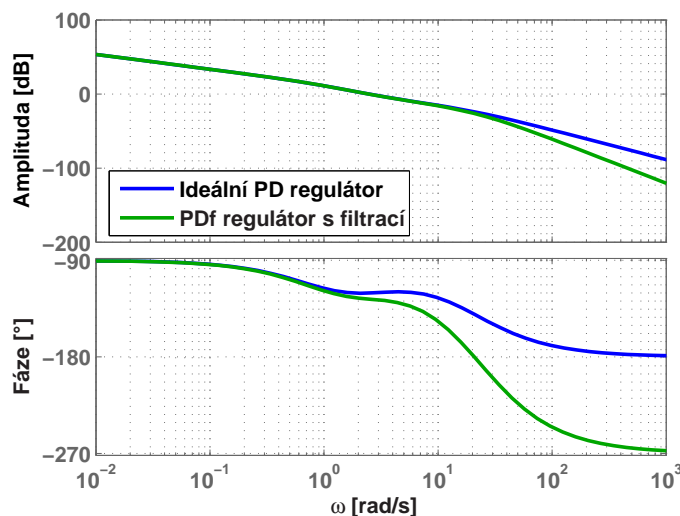
$$C(s) = \frac{k_P + k_D s}{10\omega_D + 1}. \quad (3.7)$$

Z předchozího příkladu známe konstanty regulátoru $k_P \doteq 1,91$ a $k_D \doteq 0,76$. K vynesení frekvenční charakteristiky opět můžeme použít Matlab a funkci `bode`. Výsledek našeho srovnání je na následujícím obrázku.

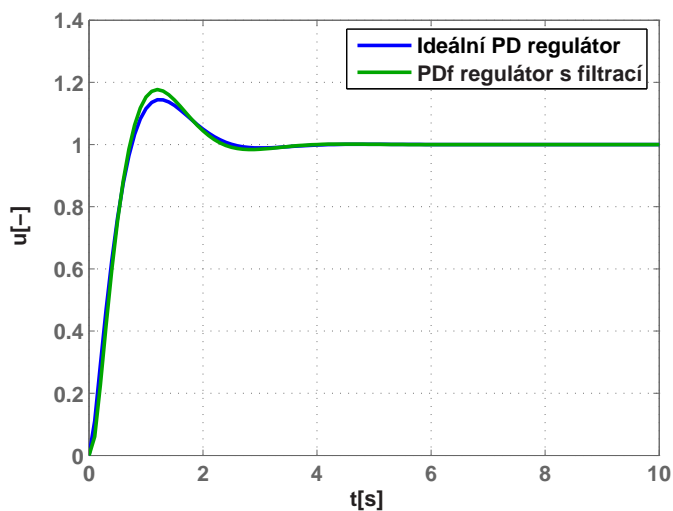


Obrázek 3.8: Bodeho frekvenční charakteristiky ideálního PD regulátoru a PDf regulátoru s filtrací

Z obr. 3.8 je vidět, že filtrace prakticky neovlivňuje přenos regulátoru až do frekvence ω_D . Vyšší frekvence jsou oproti regulátoru bez filtrace ztlumeny. Pro kontrolu účinku filtrace na kvalitu regulace jsem si zobrazil porovnání Bodeho frekvenčních charakteristik otevřené regulační smyčky po zapojení ideálního regulátoru a regulátoru s filtrací na obr. 3.9 a stejné srovnání na přechodové charakteristice uzavřené regulační smyčky na obr. 3.10.



Obrázek 3.9: Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(s)$



Obrázek 3.10: Přechodové charakteristiky uzavřené regulační smyčky

✓

3.2 Úlohy

Příklad 3.5: Pomocí frekvenčních metod navrhnete PD regulátor pro soustavu s přenosem

$$P(s) = \frac{20}{(s+5)(s+10)}$$

tak, aby hodnota ustálené regulační odchylky byla rovna nebo menší než 2%.

Příklad 3.6: Pomocí frekvenčních metod navrhnete regulátor pro soustavu s přenosem

$$P(s) = \frac{3}{(s+1)^2}$$

tak, aby hodnota ustálené regulační odchylky byla rovna 0.

Příklad 3.7: Pomocí frekvenčních metod navrhnete P regulátor pro soustavu s přenosem

$$P(s) = \frac{200}{(s+0.5)(s+10)^2}$$

tak, aby hodnota ustálené regulační odchylky byla menší než 5%.

Příklad 3.8: Pro soustavu s přenosem

$$P(s) = \frac{50}{(s+5)^2(s+10)}$$

navrhnete frekvenčními metodami dva PD regulátory tak, aby hodnota ustálené regulační odchylky byla rovna 5% a 15%. Nakreslete frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky a průběh výstupu systému pro referenční signál $w(t) = 1(t)$, určete překmit výstupní veličiny, hodnotu příslušné fázové bezpečnosti a dobu ustálení veličiny pro pásmo 2%.

Příklad 3.9: Pro soustavu s přenosem

$$P(s) = \frac{6}{(s+2)(s+30)}$$

navrhnete takový regulátor tak, aby výsledný regulační obvod měl nulovou regulační odchylku na skok řídicí veličiny.

Příklad 3.10: Pro soustavu s přenosem

$$P(s) = \frac{1}{(s+4)(s+67)}$$

navrhnete frekvenčními metodami regulátory P, PI, PDf a PIDf tak, aby hodnota hodnota překmitu výstupní veličiny byla menší než 10%. Do společného grafu vyneste průběhy výstupu systému pro referenční signál $w(t) = 1(t)$ pro jednotlivé regulátory, určete překmit výstupní veličiny, ustálenou hodnotu regulační odchylky, hodnotu příslušné fázové bezpečnosti a dobu ustálení výstupní veličiny pro pásmo 2%. Zamyslete se, jaký vliv má volba typu regulátoru na kvalitu regulace.

Příklad 3.11: Pro systém s přenosem

$$P(s) = \frac{60}{(s+1)(s+4)(s+10)}$$

navrhnete frekvenční metodou regulátory typu PD s filtrací pro hodnoty fázové bezpečnosti PM v intervalu $\langle 0, 90 \rangle$. Pro tyto hodnoty vypočítejte příslušné konstanty regulátoru a zobrazte reakci zpětnovazebního obvodu na referenční signál $w(t) = 1(t)$. Zobrazte průběh odpovídajícího akčního zásahu, Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené a uzavřené smyčky a polohu pólů uzavřené smyčky (vždy do jednoho obrázku), určete překmit výstupní veličiny, ustálenou hodnotu regulační odchylky a dobu ustálení výstupní veličiny pro pásmo 2%. Vhodně interpretujte výsledky vašich pokusů a zodpovězte otázku, jak se mění účinek regulátoru v závislosti na změně fázové bezpečnosti.

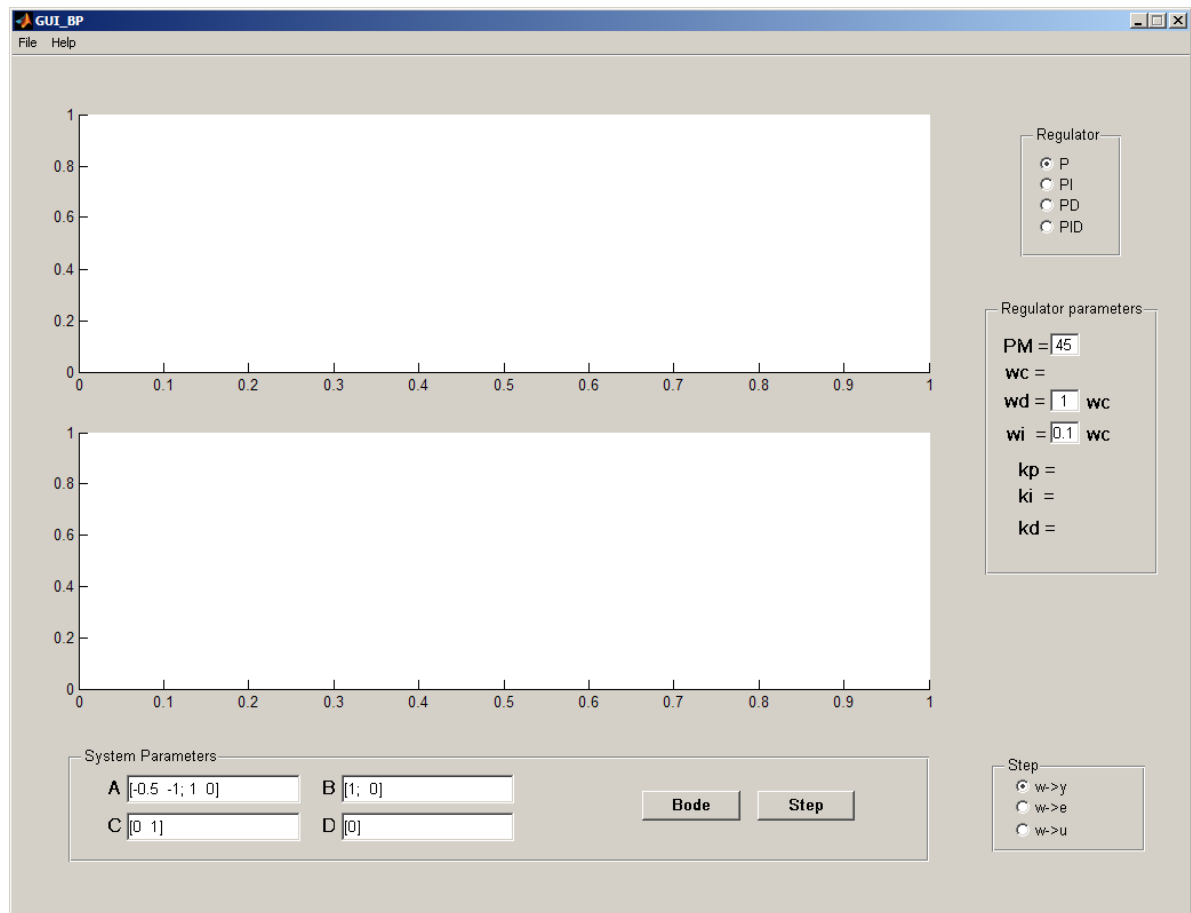
Příklad 3.12: Pro servomotor s výstupem úhlu natočení hřídele s přenosem

$$P(s) = \frac{8}{s(s+5)^2}$$

navrhněte frekvenčními metodami P, PI, PD a PID regulátor pro hodnoty fázové bezpečnosti PM v intervalu $\langle 0, 90 \rangle$. Nakreslete frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky, průběh výstupu systému pro referenční signál $w(t) = 1(t)$, průběh odpovídajícího akčního zásahu, Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené a uzavřené smyčky a polohu pólů uzavřené smyčky (vždy do jednoho obrázku), překmit výstupní veličiny, ustálenou hodnotu regulační odchylky a dobu ustálení výstupní veličiny pro pásmo 2%. Pokuste se popsat všechny možné souvislosti mezi těmito parametry navzájem a mezi nimi, polohou pólů uzavřené smyčky a průběhem akčního zásahu. Zamyslete se, jaký vliv má na tyto parametry volba typu regulátoru.

GUI

Tato aplikace slouží k usnadnění návrhu regulátorů frekvenčními metodami. Podrobnější popis funkcí a použití naleznete v helpu aplikace. Na následujícím obrázku je snímek grafického rozhraní aplikace.



Obrázek 3.11: Grafické rozhraní aplikace

Výsledky neřešených úloh

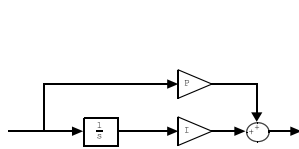
Řešení úloh z kapitoly 2 Regulační smyčka

2.4: $L(s) = CP$, $T(s) = \frac{CP}{1+CP}$, $G(s) = \begin{bmatrix} 1 & -P & CP \\ C & -CP & -C \\ CP & P & -CP \end{bmatrix} \frac{1}{1+CP}$; 2.5: $\frac{Y(s)}{W(s)} =$

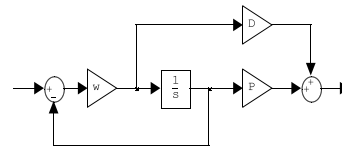
$\frac{PC_1}{1-PC_2}$; 2.6: $\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & -P & -PC_2 \\ PC_1 & P & PC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ d_u \\ n \end{bmatrix} \frac{1}{1+PC_2}$; 2.7: $A = 0, B = 1, C =$

$k_I, D = k_P$, schéma obr. 3.12(a); 2.8: $A = \omega_f, B = 1, C = k_P - \omega_f k_D, D = k_D$, schéma obr. 3.12(b);

2.9: viz obr. 3.13(a); 2.10: viz obr. 3.13(b); 2.11: viz obr. 3.13(c); 2.12: $e(\infty) = 0$; 2.13: $e(\infty) = 0$; 2.14: Soustava regulátoru a systému musí mít aspoň jeden pól v nule; 2.15: $e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1+CP} \right)$; 2.16: $e(\infty) = k$, $e(\infty) = k$, Soustava musí mít aspoň dva póly v nule, $e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \left(\frac{1}{1+CP} \right)$; 2.17: $e(\infty) = \infty$, $e(\infty) = \infty$, Soustava musí mít aspoň 3 póly v nule, $e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} \left(\frac{1}{1+CP} \right)$; 2.18: $e(\infty) = \sin(t \cdot k)$, $e(\infty) = \sin(t \cdot k)$, Soustava musí být schopna generovat sinusový signál při nulové odchylce, $e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2s}{s^2+4} \left(\frac{1}{1+CP} \right)$; 2.19: nelze; 2.20: lze; 2.21: $k_P = k'_P + \frac{k'_I}{\omega'_f}$, $k_I = k'_I$, $k_D = k'_D + \frac{k'_P}{\omega'_f}$; 2.22: $k_P = K + K \frac{T_D}{T_I}$, $k_I = \frac{K}{T_I}$, $k_D = KT_D$; 2.23: $k_P = K$, $k_I = \frac{K}{T_I}$, $k_D = KT_D$; 2.24: $k_P = D(\omega_I + \omega_D)$, $k_I = D\omega_I\omega_D$, $k_D = D$;

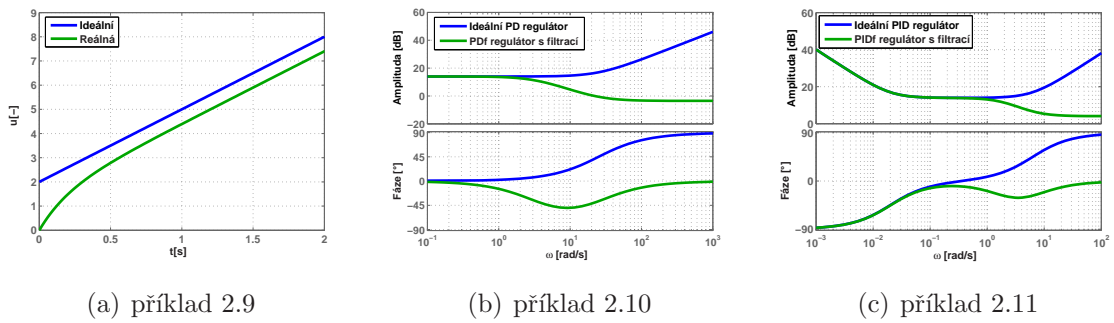


(a) příklad 2.7



(b) příklad 2.8

Obrázek 3.12: Simulinková zapojení



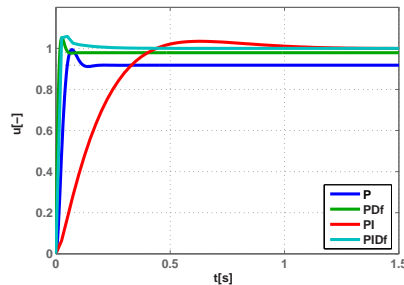
Obrázek 3.13: Charakteristiky

Řešení úloh z kapitoly 3 Frekvenční metody návrhu

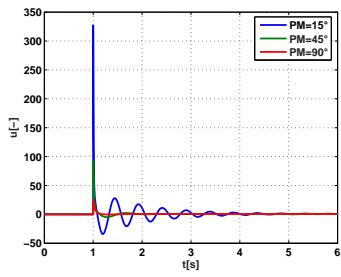
3.5: $C(s) = 121,5 + 2,1s$; 3.6: $C(s) = 0,48 + \frac{0,48}{s}$; 3.7: $C(s) = 5$; 3.8: a) $C(s) = 95 + 5,33s$
 b) $C(s) = 28,3 + 2,59s$; 3.9: $C(s) = 29,6 + \frac{231,5}{s}$; 3.10: viz obr. 3.14; 3.11: Charakteristiky
 viz obr. 3.15, ostatní hodnoty v tab. 3.1; 3.12: řešení je analogické s příkladem 3.11;

Tabulka 3.1: příklad 3.11

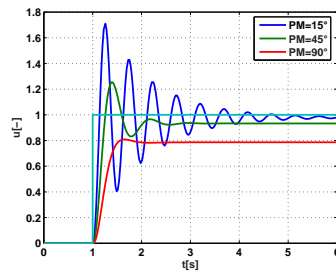
PM	15°	45°	90°
$T(s)$	$\frac{32,7 + 2,57s}{127 + 1}$	$\frac{9,3 + 1,26s}{74,1 + 1}$	$\frac{2,4 + 0,69s}{35,3 + 1}$
$e(\infty)$	2%	6,8%	21,3%
OC	75%	31%	3%
t_s	3,7s	1,3s	0,8s



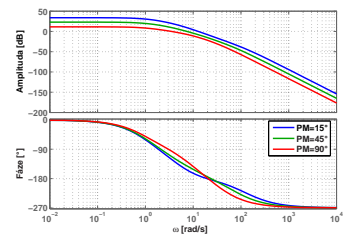
Obrázek 3.14: Příklad 3.10



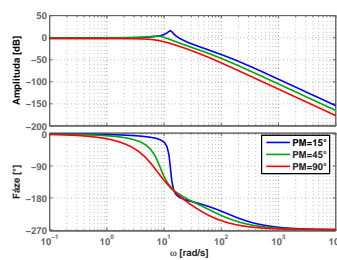
(a) Akční zásah



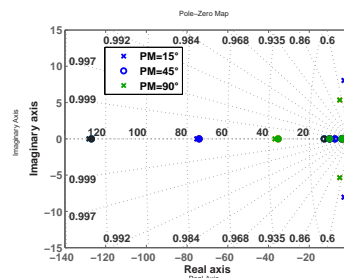
(b) Přechodové charakteristiky



(c) Bodeho frekvenční charakteristiky otevřené smyčky



(d) Bodeho frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky



(e) Poloha pólů

Obrázek 3.15: Příklad 3.11

Závěr

Cílem mé práce bylo vytvořit sadu řešených a neřešených příkladů, které by měly sloužit k podpoře výuky řídicí techniky. Během tvorby těchto příkladů jsem se pokusil zaměřit na problémy, na které by mohli studenti narazit během studia probírané látky a ty vysvětlit, případně rovnou názorně vyřešit. Na konci každé kapitoly jsem uvedl seznam neřešených příkladů, které studentům poslouží k procvičení probrané látky. Klíč k těmto příkladům jsem uvedl v závěru práce.

Nad rámec zadání jsem vytvořil v prostředí Matlab program, který mohou studenti využít k usnadnění návrhu regulátorů frekvenčními metodami.

Literatura

Matlab[online] (<http://www.mathworks.com/>). [cit. 2008-01-17].

FRANKLIN, G. F., POWELL, J. D. a EMAMI-NAEINI, A. (2002), *Feedback Control of Dynamic Systems*, Prentice-Hall.

HUGH, J. (2004), *Dynamic System Modeling and Control*.

LEWIS, F. L. (1992), *Applied Optimal Control and Estimation*, Prentice-Hall.

Příloha A

Obsah přiloženého CD

K této práci je přiloženo CD, na kterém jsou uloženy zdrojové kódy.

- Adresář BP2008: Vlastní text bakalářské práce ve formátu pdf
- Adresář GUI: GUI pro Matlab pro návrh PID regulátorů frekvenčními metodami