ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA ŘÍDICÍ TECHNIKY

# BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

## Návrh PID regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním

Praha, 2010

Autor: Přemysl Šesták

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Přemysl Šesták**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (bakalářský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: **Návrh PID regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s procedurami pro návrh PID regulátorů implementovanými na katedře v prostředí Matlab zajišťující předepsanou amplitudovou a fázovou bezpečnost a minimalizujícími kriterium založené na těchto hodnotách.
2. Doplňte tyto algoritmy o možnost uvažovat systémy s dopravním zpožděním a vytvořte GUI v Matlabu umožňující tento návrh..
3. Porovnejte výše zmíněné metody s klasickými metodami řízení systémů s dopravním zpožděním.

Seznam odborné literatury:

[1] G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini: Feedback Control of Dynamic Systems. Prentice Hall, 2006
[2] K. Jonáš: GUI pro návrh PID regulátorů. Bakalářská práce, katedra řídicí techniky, FEL ČVUT v Praze, 2008
[3] T. Jindra: Optimální nastavení PID regulátoru. Bakalářská práce, katedra řídicí techniky, FEL ČVUT v Praze, 2009
[4] V. Trnka: Řízení systémů s dopravním zpožděním. Bakalářská práce, katedra řídicí techniky, FEL ČVUT v Praze, 2008

Vedoucí: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2010/2011

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta elektrotechnická
L.S.

doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 2. 12. 2009

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne..... ….....

podpis

# Poděkování

Chtěl bych touto cestou poděkovat vedoucímu bakalářské práce Ing. Petru Huškovi, Ph.D za podnětné poznámky k řešené problematice i k samotnému textu této práce.

# Abstrakt

Praktickým cílem této práce je vytvoření funkcí v prostředí Matlab pro návrh PID regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním a poté funkce implementovat do existujícího GUI. Návrhy PID regulátorů vycházejí z požadavků na fázovou nebo amplitudovou bezpečnost a jsou realizovány pomocí frekvenčních metod návrhu. Samotné dopravní zpoždění je podrobně popsáno a je uvedeno několik metod pro návrh systémů zatížených dopravním zpožděním. Uživatelské prostředí dává možnost vybrat vhodné parametry regulátoru a zároveň vykresluje výsledky vybraných regulátorů.

Závěrem jsou vyhodnoceny možnosti regulace dané vlastním návrhem a běžnými metodami návrhu.

Klíčová slova: *PID, regulace, dopravní zpoždění, amplitudová bezpečnost, fázová bezpečnost, frekvenční metoda, frekvenční charakteristiky*

# Abstract

Practical purpose of this work is to create functions in Matlab for the design of PID controllers for systems with time delay and then implement functions to an existing GUI. The PID controller based on the requirements of the phase or amplitude margins are realized by frequency design methods. Time delay and several methods for designing systems loaded with time delay are described in this thesis. Grafic user interface makes it possible to choose appropriate parameters of the controller and also draws results of the selected controllers.

Finally, the own design and standard design methods are evaluated according to quality of regulation.



Keywords: *PID, regulation, time delay, phase margin, amplitude margin, frequency design method, frequency characteristics*

# Obsah

Seznam ilustrací....VI
Seznam tabulek....VII

Úvod....1
Teoretický popis....2
2.1 Zpětná vazba a prvky systému....2
2.2 PID regulátory....4
2.2.1 PI regulátor....4
2.2.2 PD regulátor....5
2.3 Dopravní zpoždění....7
2.3.1 Zpětná vazba s dopravním zpožděním....9
2.3.2 Aproximace....10
2.3.3 Smithův prediktor....11
Princip návrhu regulátorů....12
3.1 Frekvenční metoda návrhu....12
3.1.1 Gain margin....12
3.1.2 Phase margin....13
3.2 Tvarování otevřené smyčky pomocí tvarovací bodu....14
3.2.1 Určení tvarovacího bodu....15
3.2.2 Parametrická křivka....16
Vlastní návrh a implementace do GUI....17
4.1 Návrh PI regulátoru....17
4.1.1 Separace konstant $k_I$ a $k_P$....17
4.1.2 Rozsah frekvencí pro PI....19
4.2 Návrh PD regulátoru....21
4.2.1 Separace konstant $k_D$ a $k_P$....21
4.2.2 Rozsah frekvencí pro PD....23
4.3 Grafické uživatelské prostředí....25
Porovnání výsledků z GUI s dalšími metodami....26

5.1 Výběr regulátorů z GUI....26
5.1 Popis testovacích soustav a návrhových metod....28
5.1.1 Testovací přenosy....28
5.1.2 Testované metody....30
5.2 Porovnání výsledků....30
5.2.1 Soustava s různou dobou zpoždění....31
5.2.2 Astatická soustava....34
Závěr....36
Literatura....38
Příloha A....39

# Seznam ilustrací

Obrázek 1: Zpětnovazební zapojení.....2
Obrázek 2: Přechodová charakteristika PI regulátoru.....4
Obrázek 3: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika PI regulátoru + asymptoty.....5
Obrázek 4: Přechodová charakteristika PD regulátoru.....6
Obrázek 5: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika PD regulátoru + asymptoty.....6
Obrázek 6: Přechodová charakteristika dopravního zpoždění pro hodnotu $T_D$ = 1s.....7
Obrázek 7: Amplitudová a fázová frekv. char. dopravního zpoždění pro hodnotu $T_D$ = 1 s.....8
Obrázek 8: Přechodová charakteristika aproximovaného dopravního zpoždění 2. řádem.....10
Obrázek 9: Smithův prediktor.....11
Obrázek 10: Bodeho charakteristika s vyznačením GM a PM.....13
Obrázek 11: Nyquistova charakteristika s vyznačením GM a PM.....14
Obrázek 12: Tvarovací body vyplývající z PM a GM.....15
Obrázek 13: Příklad parametrické křivky.....16
Obrázek 14: Vzhled grafického uživatelského prostředí.....25
Obrázek 15: Parametrická křivka s naznačeným výběrem regulátorů.....26
Obrázek 16: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s různou volbou regulátorů.....26
Obrázek 17: Rovina $k_I$ - $k_P$ se zvýrazněnými výběry konstant.....27
Obrázek 18: Rovina $k_D$ - $k_P$ se zvýrazněnými výběry konstant.....27
Obrázek 19: Určení doby dopravního zpoždění a doby náběhu.....28
Obrázek 20: Konstanty PI regulátoru v param. křivce pro soustavu s $T_D$ = 0,5s .....31
Obrázek 21: Přechodové char. pro soustavu s $T_D$ = 0,5s a poruchou d(t) = 0,1 v t = 25s.....31
Obrázek 22: Konstanty PI regulátoru v param. křivce pro soustavu s $T_D$ = 2s .....32
Obrázek 23: Přechodové char. pro soustavu s $T_D$ = 2s a poruchou d(t) = 0,1 v t = 40s.....32
Obrázek 24: Konstanty PI regulátoru v param. křivce pro soustavu s $T_D$ = 10s.....33
Obrázek 25: Přechodové char. pro soustavu s $T_D$ = 10s a poruchou d(t) = 0,1 v t = 75s.....33
Obrázek 26: Konstanty PD regulátoru v param. křivce pro astatickou soustavu $T_D$ = 0,3s.....34
Obrázek 27: Přech. char. pro astatickou soustavu s $T_D$ = 0,3s a poruchou d(t) = 0,1 v t = 20s 34
Obrázek 28: Konstanty PD regulátoru v param. křivce pro astatickou soustavu $T_D$ = 3s.....35
Obrázek 29: Přech. char. pro astatickou soustavu s $T_D$ = 3s a poruchou d(t) = 0,1 v t = 40s. . .35

# Seznam tabulek

Tabulka 1: Hodnoty dopravního zpoždění s ohledem na regulovatelnost soustavy .....29
Tabulka 2: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro různě zpožďovanou soustavu ( $T_D$ = 0,5s).....31
Tabulka 3: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro různě zpožďovanou soustavu ( $T_D$ = 2s).....32
Tabulka 4: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro různě zpožďovanou soustavu ( $T_D$ = 10s).....33
Tabulka 5: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro astatickou soustavu ($T_D$ = 0,3s).....34
Tabulka 6: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro astatickou soustavu ($T_D$ = 3s).....35

# Kapitola 1

## Úvod

Moderní automatizovaná doba si žádá, aby systémy a procesy vyvinuté člověkem pracovaly bez velkého uživatelského zásahu dlouhou dobu a spolehlivě. Pro takovéto základní účely slouží regulátory, nejběžnější a nejpoužívanější jsou PID regulátory, sdružující následující tři složky: Proporcionální – Integrační – Derivační. Z názvu dílčích složek vyplývají akce, které PID regulátory provádějí s regulační odchylkou neboli rozdílem vstupní požadované hodnoty a výstupní hodnoty systému.

Dopravní zpoždění je jev, jenž se obecně chápe jako nežádoucí. Ve vztahu k soustavě, která má vstupy a výstupy, by mohlo být dopravní zpoždění popsáno jako situace, kdy probíhá změna vstupních hodnot bez okamžité reakce hodnot výstupních.

Cílem mé bakalářské práce bude návrh regulátorů spojitých systémů zatížených dopravím zpožděním, především s ohledem na regulaci pomocí PID regulátorů. Pro návrh budu vycházet z frekvenčních metod. Získané znalosti následně aplikuji na rozšíření stávajícího uživatelského prostředí, v němž bude možno zvolit, jestli uživatel chce zadat systém obsahující dopravní zpoždění či nikoliv.

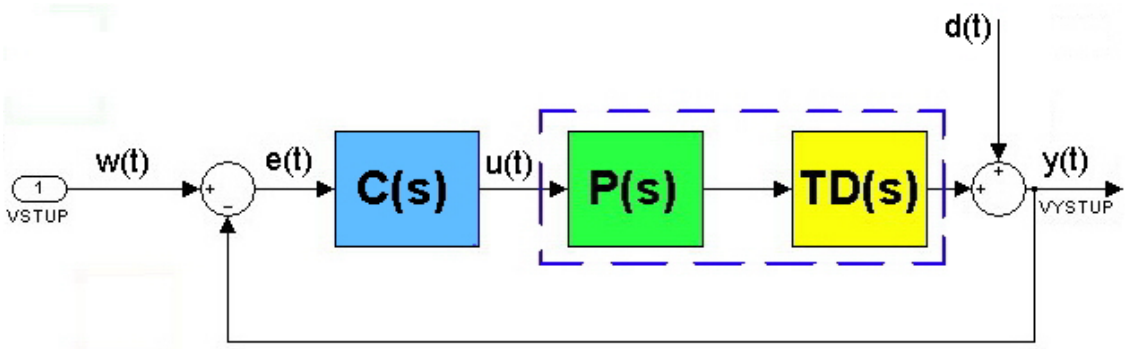
V úvodní časti zanalyzuji běžné způsoby návrhu PID regulátorů pomocí kritérií amplitudové a fázové bezpečnosti. Dále popíši princip dopravního zpoždění, vlastnosti a metody pro návrh regulátorů soustav s dopravním zpožděním. Vše zakončím porovnáním mého návrhu s běžnými metodami návrhu PID regulátorů a zmíním praktickou implementaci GUI.

# Kapitola 2

## Teoretický popis

### 2.1 Zpětná vazba a prvky systému

Abychom se mohli bavit o soustavách, regulátorech a zpožděních, je třeba si definovat základní vlastnosti zúčastněných prvků. V mém případě se budu zajímat o tři níže uvedené bloky. Přičemž bloky *P(s)* a *TD(s)* se obvykle chápou jako jeden celek.




*Obrázek 1: Zpětnovazební zapojení*

Začneme popisem časově proměnných veličin, ze kterých získáme chování jednotlivých bloků:

$$w(t) - \textit{vstupní signál do systému}$$
$$e(t) - \textit{regulační odchylka}$$
$$u(t) - \textit{akční zásah do soustavy}$$
$$y(t) - \textit{výstupní signál ze systému}$$
$$d(t) - \textit{porucha na výstupu systému}$$

Hlavním blokem je *P(s)* nebo-li regulovaná soustava zadaná jako přenos

$$P(s)=\frac{Y(s)}{U(s)} \quad . \tag{2.1}$$

Regulátor je prvek, který zpracovává odchylku vstupního od výstupního signálu a vytváří vstupní signál do soustavy. Přenos získáme následujícím způsobem

$$C(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=\frac{U(s)}{W(s)-Y(s)} \quad . \tag{2.2}$$

Posledním a nejdůležitějším prvkem pro tuto bakalářskou práci je blok dopravního zpoždění, který bude podrobně rozebrán v dalších kapitolách. Přenos dopravního zpoždění určuje výraz

$$TD(s)=e^{-sT_D} \quad , \tag{2.3}$$

kde proměnná $T_D$ je velikost zpoždění.

Přenos otevřené smyčky je dán součinem všech dílčích přenosů, označuje se *L(s)*

$$L(s)=C(s)P(s)TD(s) \quad . \tag{2.4}$$

Důležitější je přenos uzavřené smyčky, označuje se jako *T(s)*, přičemž mezi *T(s)* a *L(s)* existuje jednoznačný vztah

$$T(s)=\frac{Y(s)}{W(s)}=\frac{L(s)}{1+L(s)} \quad . \tag{2.5}$$

## 2.2 PID regulátory

Regulátory patřící k nejběžnějším a nejpoužívanějším již několik desítek let. Jejich jednoduchost spočívá v použití tří složek: P & I & D. Každá ze složek má svoji funkci, podle které získala název.

Je teoreticky možné použít libovolnou kombinaci těchto složek, ale v praxi se využívají především ty, které mají v základu P. Podrobně se zaměřím pouze na PI a PD.

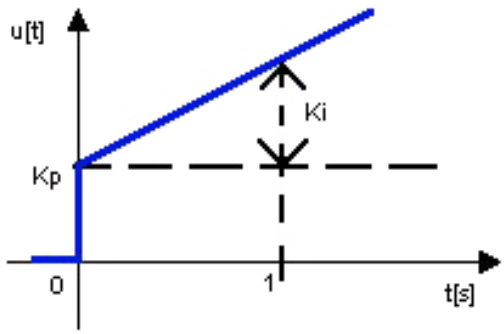
### 2.2.1 PI regulátor

První uvedený regulátor kombinuje zesílení a integraci regulační odchylky. Přenos je dán součtem dvou částí

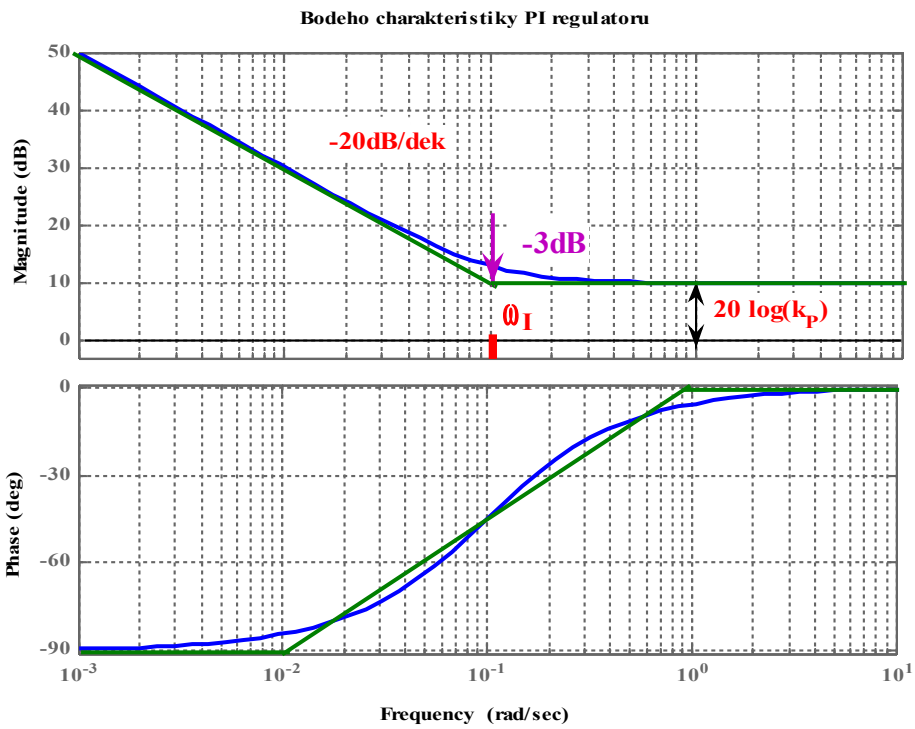
$$C_{PI}(s)=k_P+\frac{k_I}{s}=\frac{k_P s+k_I}{s}=k_P\frac{(s+\omega_I)}{s} \quad . \tag{2.6}$$

U PI regulátoru se snažíme o návrh vhodných konstant $k_P$ a $k_I$ , popřípadě vhodné zlomové frekvence $\omega_I$, která se získá jako poměr $k_I$ / $k_P$ .

Chování regulátoru v časové i frekvenční oblasti detailně popisují obrázky 2 a 3.




*Obrázek 2: Přechodová charakteristika PI regulátoru*




*Obrázek 3: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika PI regulátoru + asymptoty*

PI regulátor je důležitý pro odstranění regulační odchylky od požadované vstupní hodnoty, na nízkých frekvencích snižuje fázi systému a prodlužuje dobu regulace. Fázový rozsah je od -90° do 0°.

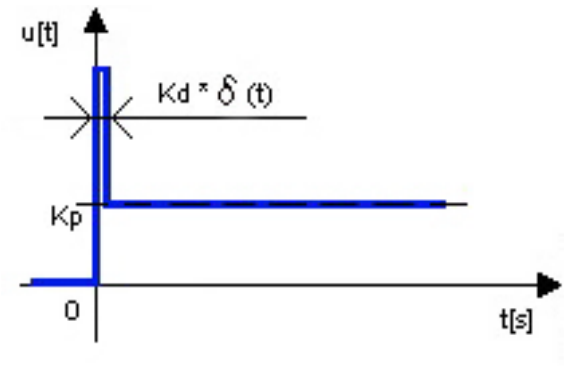
### 2.2.2 PD regulátor

Druhým používaným regulátorem je PD. Kombinuje zesílení a derivaci regulační odchylky. I zde je přenos dán součtem dvou částí

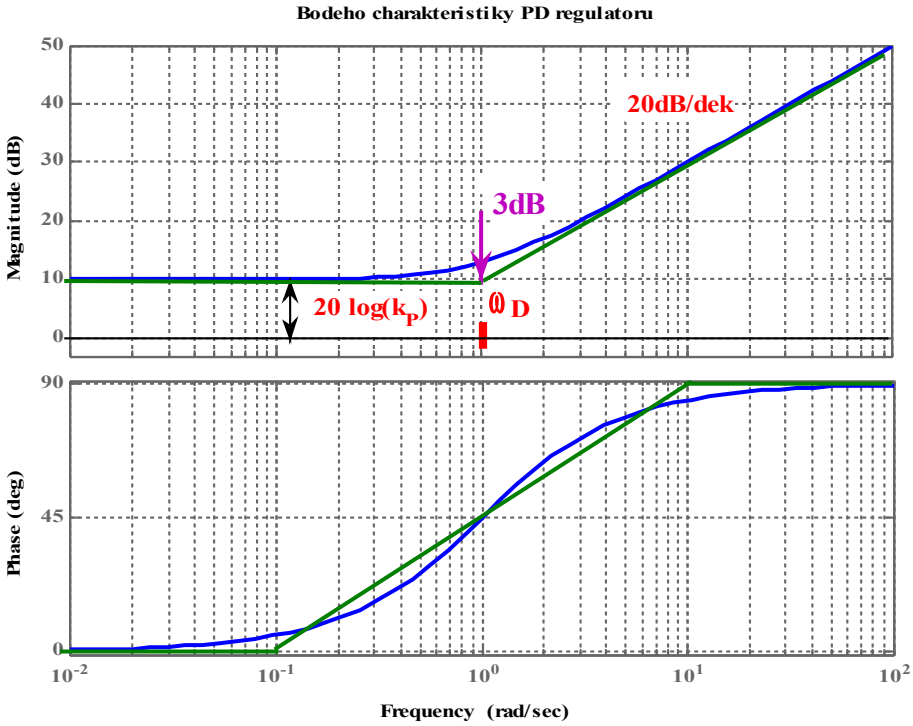
$$C_{PD}(s) = k_P + k_D s = k_D(s + \omega_D) \quad . \tag{2.7}$$

Při návrhu se určují konstanty $k_P$ a $k_D$ , respektive zlomová frekvence $\omega_D = k_P / k_D$ .

Detailní chování PD regulátoru je popsáno na obrázcích 4 a 5.




*Obrázek 4: Přechodová charakteristika PD regulátoru*




*Obrázek 5: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika PD regulátor + asymptoty*

Derivační člen by v reálném světě způsoboval nežádoucí zesilování šumu a velké akční zásahy do soustavy. Z praktického hlediskanavíc nelze ani čistou derivaci realizovat, proto se používá PD regulátor s filtrem

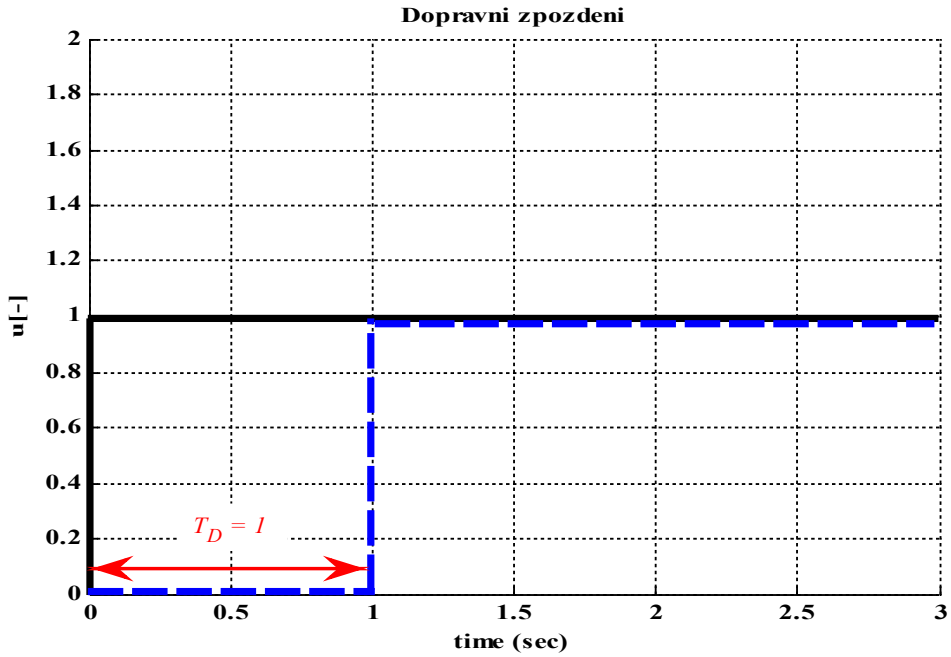
$$C_{PDf}(s)=k_D\frac{(s+\omega_D)}{\frac{s}{\omega_F}+1} \quad . \tag{2.8}$$

Filtrační složka přidá do přenosu regulátoru pól, který by měl být větší než nula. Frekvenční charakteristika PD regulátoru proto bude mít další zlom (na frekvenci $\omega_F$), tím se zamezí působení vysokých frekvencí.

## 2.3 Dopravní zpoždění

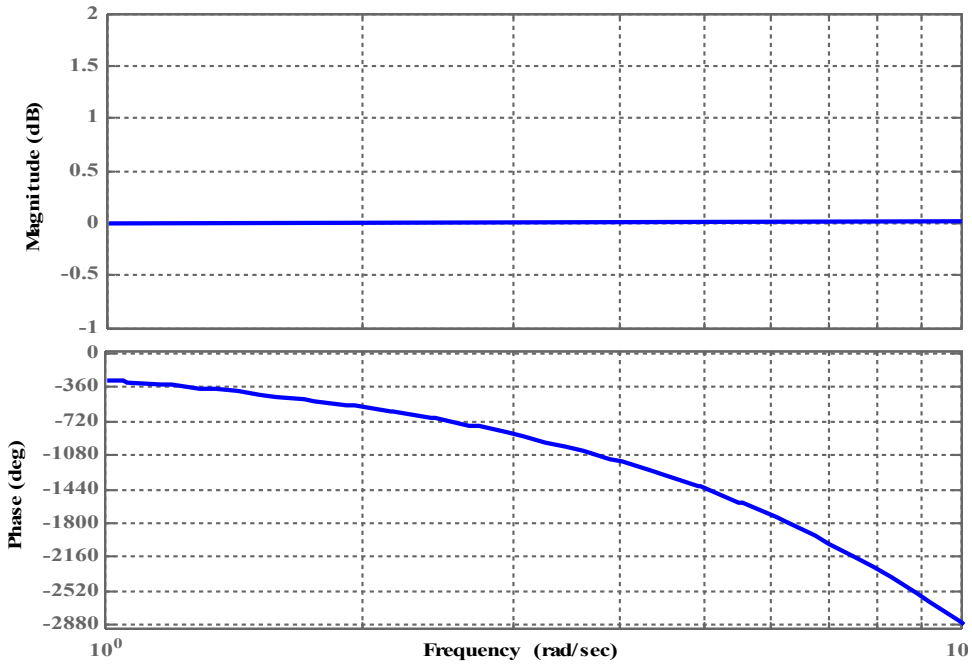
Stěžejním prvkem pro tuto práci je právě dopravní zpoždění. Uvedu jeho vlastnosti a metody návrhu regulátorů pro soustavy zahrnující popsané zpoždění.

Jak již bylo zmíněno v úvodu, tento jev označuje skutečnost, kdy změna na vstupu soustavy ovlivní výstup až po nějaké době, označované jako $T_D$ (obrázek 6).




*Obrázek 6: Přechodová charakteristika dopravního zpoždění pro hodnotu $T_D = 1$*

Dopravní zpoždění se projevuje zvětšováním fáze soustavy nad všechny meze. Fázová frekvenční charakteristika (obrázek 7) nejlépe znázorňuje zvětšující se fázi.




*Obrázek 7: Amplitudová a fázová frekv. char. dopravního zpoždění pro hodnotu $T_D$ = 1 s*

Zápis přenosu dopravního zpoždění odpovídá exponenciále viz. vztah (2.3). Při použití substituce za operátor *s*, *kde s = jω* získáme komplexní exponenciálu

$$TD(j\omega)=e^{-j\omega T_D} \quad . \tag{2.9}$$

Tento přenos můžeme rozložit na goniometrické funkce v komplexním oboru

$$TD(j\omega)=e^{-j\omega T_D}=\cos(\omega T_D)-j\sin(\omega T_D) \quad . \tag{2.10}$$

### 2.3.1 Zpětná vazba s dopravním zpožděním

Přenos uzavřené smyčky je již uveden ve vztahu (2.5). Pokud si rozepíšeme jednotlivé části vztahu *L(s)*, obdržíme následující výraz pro přenos uzavřené smyčky

$$T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)}=\frac{C(s)P(s)e^{-sT_D}}{1+C(s)P(s)e^{-sT_D}} \quad . \tag{2.11}$$

Charakteristický polynom *p(s)* má tvar

$$p(s)=a(s)\,p(s)+b(s)q(s)e^{-sT_D} \quad , \tag{2.12}$$

kde

$$C(s)=\frac{q(s)}{p(s)} \quad a \quad P(s)=\frac{b(s)}{a(s)} \quad .$$

V charakteristickém polynomu se objeví exponenciála respektive goniometrické interpretace exponenciály dle vztahu (2.10). Pak se již nejedná o klasický polynom, ale o kvazipolynom. „Charakteristický kvazipolynom“ má nekonečně mnoho kořenů a tedy pólů systému. Způsobem, jak omezit počet pólů, může být aproximace dopravního zpoždění.

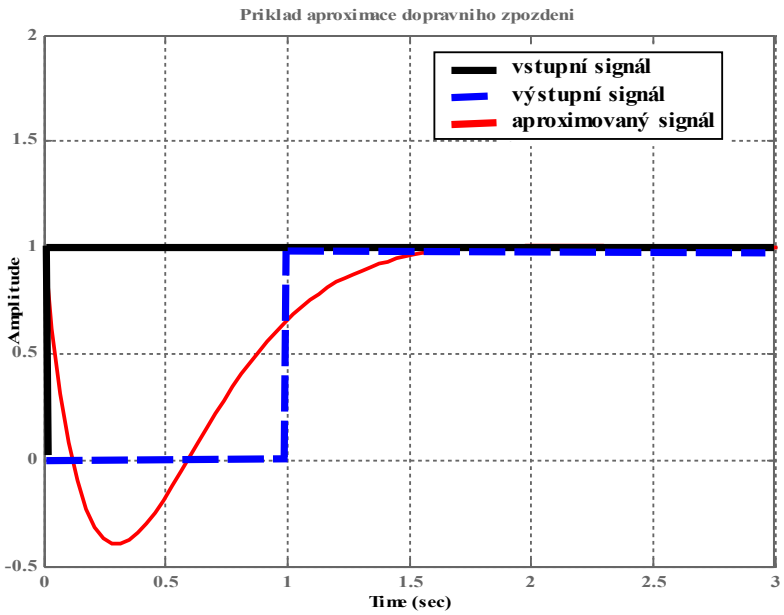
### 2.3.2 Aproximace

Základní metodou pro práci s dopravním zpožděním je jeho aproximace. Existuje několik typů aproximací vhodných pro komplexní exponenciálu, nejvhodnější je Padého aproximace. Při aplikaci této aproximace se nahrazuje dopravní zpoždění přenosem, který má konečný řád, jenž je daný řádem aproximace. Zápis má tvar

$$e^{-sT_D} = \frac{e^{-s\frac{T_D}{2}}}{e^{s\frac{T_D}{2}}} \approx \frac{1 - s\frac{T_D}{2} + \ldots\ldots + \frac{(-1)^n \left(s\frac{T_D}{2}\right)^n}{n!}}{1 + s\frac{T_D}{2} + \ldots\ldots + \frac{(-1)^n \left(s\frac{T_D}{2}\right)^n}{n!}} \quad , \tag{2.13}$$

kde $n$ určuje řád aproximace a $T_D$ je velikost dopravního zpoždění. Úprava je to nenáročná (v Matlabu příkazem *pade(TD(s),řád aproximace)*), ale jako každá aproximace způsobuje chyby. Čím vyšší řád aproximace uvažujeme, tím lépe jsme schopni sledovat původní průběh.

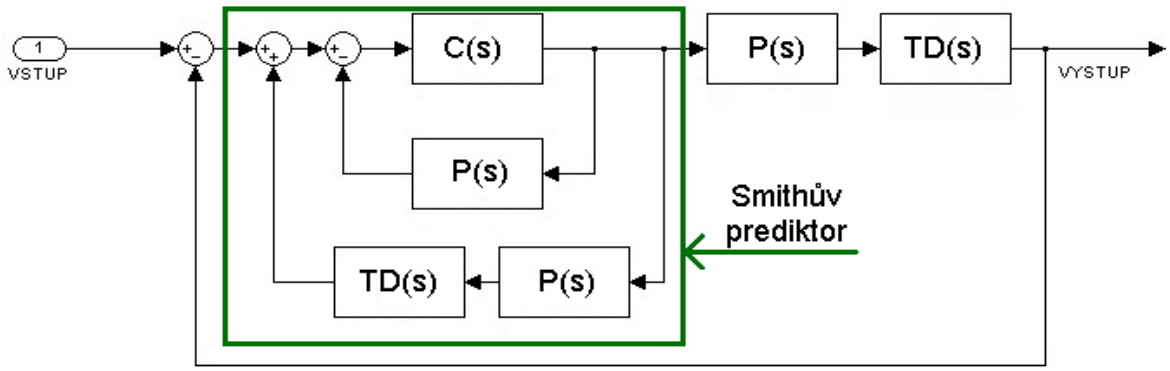
V praktické implementaci se budu snažit aproximaci vyhnout a nezanášet si chyby do vlastní metody návrhu regulátorů.




*Obrázek 8: Přechodová charakteristika aproximovaného dopravního zpoždění 2. řádem*

### 2.3.3 Smithův prediktor

Další přímou metodou na odstranění dopravního zpoždění z charakteristického polynomu je využití Smithova prediktoru. Základní myšlenkou je použití speciálního zapojení regulátoru, soustavy a dopravního zpoždění tak, aby se „problémové“ dopravní zpoždění vyrušilo. Potom je možno navrhovat regulátor běžnými metodami bez ohledu na vliv dopravního zpoždění. Podrobněji je problém nastíněn na následujícím obrázku.




*Obrázek 9: Smithův prediktor*

Pokud vyřešíme pomocí algebry blokových schémat označený Smithův prediktor z obrázku 9, dostaneme následující výsledný přenos (viz. literatura [5])

$$C_{SMITH}(s)=\frac{C(s)}{1+C(s)\,[\,P(s)-P(s)TD(s)\,]} \quad . \tag{2.14}$$

Uvedená dopravní zpoždění se vzájemně ve vnější a střední vazbě vyruší a uplatní se pouze vnitřní vazba, která zpoždění neobsahuje. Po této úpravě již charakteristický polynom dopravní zpoždění neobsahuje:

$$T(s)=\frac{C_{SMITH}(s)P(s)e^{-sT_D}}{1+C_{SMITH}(s)P(s)e^{-sT_D}}=\ldots=\frac{C(s)P(s)e^{-sT_D}}{1+C(s)P(s)} \quad . \tag{2.15}$$

Problémem při praktickém návrhu Smithova prediktoru je přesná znalost hodnoty dopravního zpoždění. Pokud by se hodnoty dopravních zpoždění ve střední a vnější zpětné vazbě nerovnaly, vedlo by to k nepříjemným chybám.

# Kapitola 3

# Princip návrhu regulátorů

## *3.1 Frekvenční metoda návrhu*

Frekvenční metody návrhu regulátorů PID se používají především tehdy, známe-li přesný přenos regulované soustavy. Jejich hlavním cílem je upravit frekvenční charakteristiku otevřené smyčky *L(s)* tak, aby chrakteristika uzavřené smyčky *T(s)* splňovala námi požadovaný průběh. Požadovaný průběh definujeme pomocí dvou parametrů. Prvním je amplitudová bezpečnost *GM [dB]* (gain margin) a druhým fázová bezpečnost *PM [°]* (phase margin).

### 3.1.1 Gain margin

Udává hodnotu, jak moc můžeme zvětšit zesílení v přímé větvi, než se zpětnovazební systém dostane na mez stability. Klíčovým místem v Nyquistově charakteristice je bod o souřadnicích [-1 + 0j]. Pokud charakteristika protíná přesně onen klíčový bod, vrací zpětná vazba veškerou energii zpět na vstup a soustava se dostane na mez stability. Při překročení hodnoty -1 je soustava nestabilní. Naší snahou bude dostat charakteristiku uzavřené smyčky do rozmezí 0 až -1 na reálné ose. Velikost *GM [-]* udává výraz

$$GM = \frac{1}{\left|L(j\omega_{GM})\right|} \quad . \tag{3.1}$$

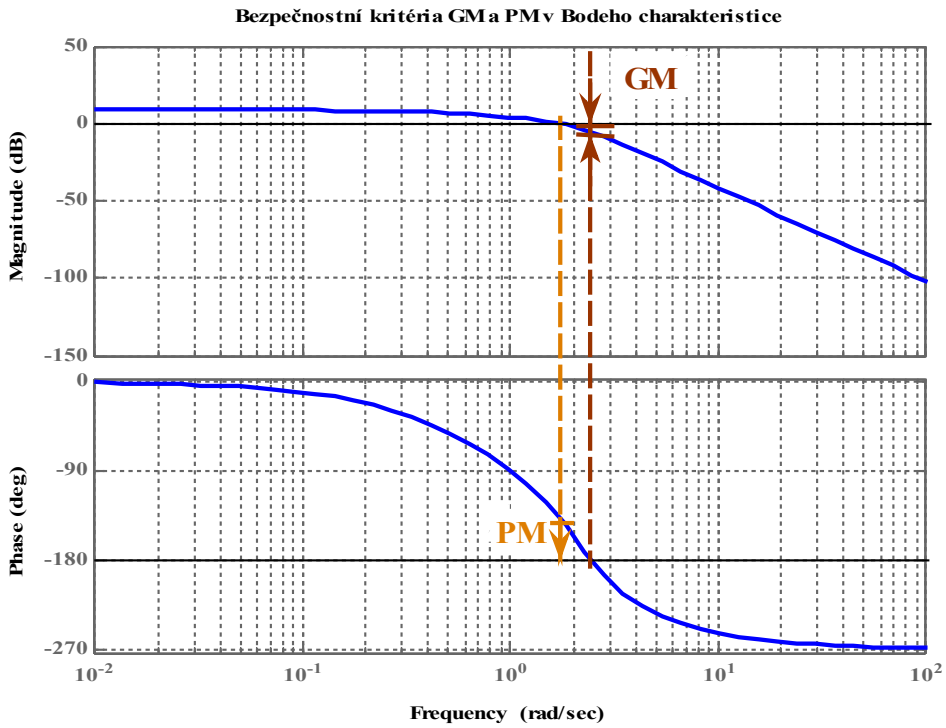
Ve vztahu (3.1) představuje hodnota $\omega_{GM}$ frekvenci, kde platí $arg(L(j\omega_{GM})) = -180°$. Amplitudová bezpečnost by měla být v ideálním případě nekonečně velká.

### 3.1.2 Phase margin

*PM* je bezpečnostní parametr zaměřený na fázi soustavy a určuje jak moc může soustava fázově zpozdit signál v otevřené smyčce, než se fáze otočí na -180°. V ten okamžik je veškerý výstupní signál přiváděn na vstup pomocí zpětné vazby a systém je na mezi stability. Fázová bezpečnost je definována vztahem

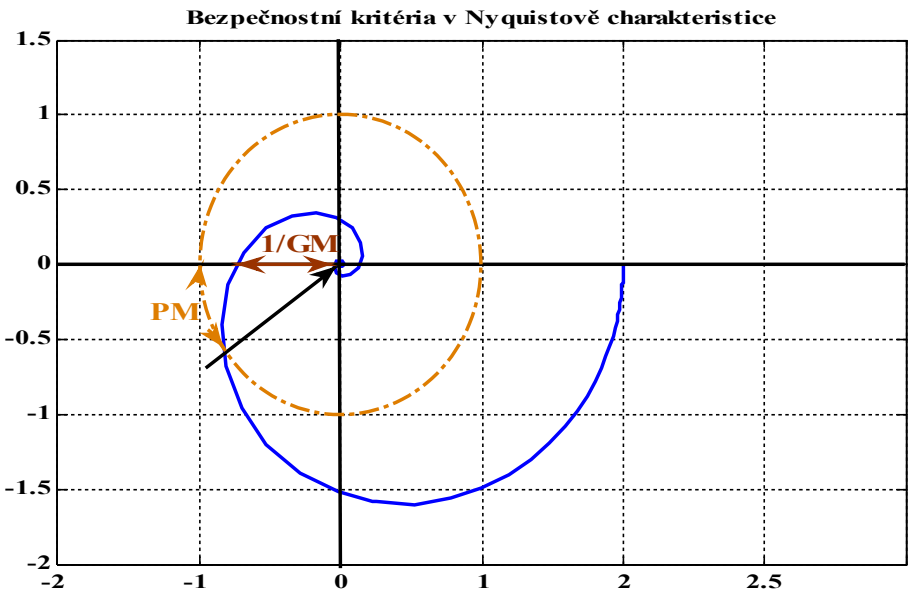
$$PM = 180° + arg(L(j\omega_{PM}))\ [°] \quad , \tag{3.2}$$

kde hodnota $\omega_{PM}$ je frekvence, při níž dostáváme $|L(j\omega_{PM})| = 0dB = 1$. Hodnota *PM* se běžně volí v rozmezí 45° až 90°. Obrázek 10 znázorňuje Bodeho frekvenční charakteristiku s vyznačenými hodnotami pro obě bezpečnostní kritéria.




*Obrázek 10: Bodeho charakteristika s vyznačením GM a PM*

Grafické znázornění *PM* a *GM* je také uvedeno na obrázku 11 v Nyquistově charakteristice.




*Obrázek 11: Nyquistova charakteristika s vyznačením GM a PM*

## 3.2 Tvarování otevřené smyčky pomocí tvarovací bodu

V roce 1994 zveřejnili Z. Shafiei a A.T. Shenton metodu pro frekvenční návrh PID regulátorů [7], která využívá tvarovací bod k úpravě frekvenční charakteristiky otevřené smyčky. Princip je takový, že známe tvarovací bod v Nyquistově charakteristice a požadujeme, aby charakteristika otevřené smyčky procházela právě tímto tvarovacím bodem. Tvarovací bod je určen jedním ze dvou uvedených bezpečnostních kritérií. V okamžiku, kdy zaručíme při návrhu protnutí tvarovacího bodu a charakteristiky otevřené smyčky, splníme tak fázovou nebo amplitudovou bezpečnost.

### 3.2.1 Určení tvarovacího bodu

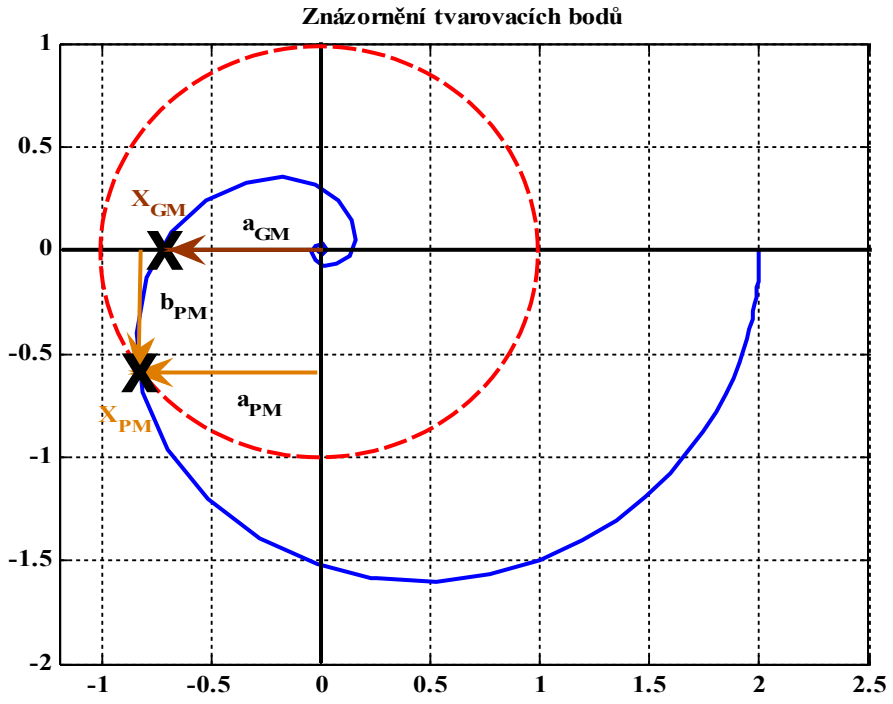
Na začátku návrhu známe požadovaná bezpečnostní kritéria a potřebujeme z nich získat jejich souřadnice v komplexní rovině. Ze zadané fázové bezpečnosti *PM* (obrázek 11) určíme souřadnice tvarovacího bodu odpovídající požadované hodnotě jako

$$X_{PM} = a_{PM} + jb_{PM} = -\cos(PM) - j\sin(PM) \quad . \tag{3.3}$$

Podobným způsobem získáme tvarovací bod ze zadané amplitudové bezpečnosti *GM*

$$X_{GM} = a_{GM} + jb_{GM} = \frac{-1}{GM} + j0 \quad . \tag{3.4}$$

Grafické znázornění je na obrázku 12.



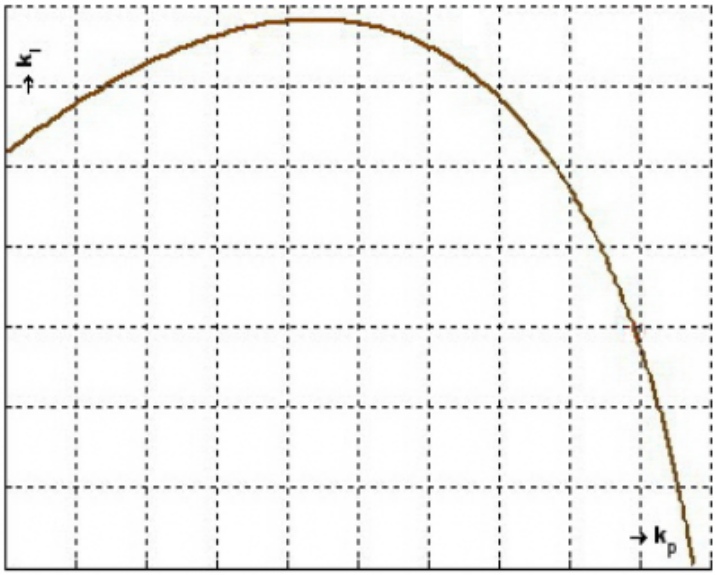

*Obrázek 12: Tvarovací body vyplývající z PM a GM*

### 3.2.2 Parametrická křivka

Výstupem praktického návrhu bude parametrická křivka, kde na osách budou vyneseny konstanty $k_P$ a $k_I$, respektive $k_P$ a $k_D$. Parametrem křivky bude frekvence $\omega_{GM}$ $(\omega_{PM})$. Při těchto frekvencích charakteristika otevřené smyčky splňuje zadané bezpečnostní kritérium, respektive protíná tvarovací bod. Důvod pro použití parametrické křivky spočívá v tom, že lze vypočítat více kombinací konstant regulátorů a z těch si zvolit vhodný regulátor. Samotný návrh zaručí, že všechny regulátory získané z parametrické křivky budou splňovat *PM* nebo *GM*.

Jelikož se konstanty regulátorů uvádějí jako kladné hodnoty, bude také pro osy parametrické křivky platit omezení

$$(k_D)\, k_I, k_P \geq 0 \quad . \tag{3.5}$$




*Obrázek 13: Příklad parametrické křivky*

# Kapitola 4

# Vlastní návrh a implementace do GUI

V této části se zaměřím na samotný výpočet regulátorů. Návrh bude proveden podle frekvenční metody zmíněné v kapitole 3. Regulátor je určen konstantami $k_P$ a $k_I$ nebo $k_P$ a $k_D$. Snaha bude nalézt uspořádané vektory obsahující konstanty zvoleného regulátoru. Výsledné vektory budou vykresleny jako parametrická křivka s parametrem $\omega_{GM}$ $(\omega_{PM})$. Rozsah frekvence $\omega_{GM}$ $(\omega_{PM})$ určím podle vlastností regulátoru a soustavy.

Návrh je rozdělen do dvou částí, v první se vyseparují konstanty hledaného regulátoru a ve druhé se určí rozsah přípustných frekvencí. Pro určování frekvencí je třeba připomenout, že se návrh provádí podle zadané fázové či amplitudové bezpečnosti. Z toho plynou jistá omezení spojená s řádem regulované soustavy, např.: pro první a druhý řád nikdy nesplníme zadanou *GM*. Podobných omezení je více, a proto pro jednoduchost popíši návrh minimálně pro 3. řád soustavy bez astatismu, který umožní splnit obě bezpečnostní kritéria.

## *4.1 Návrh PI regulátoru*

### 4.1.1 Separace konstant $k_I$ a $k_p$

Ze zadané fázové nebo amplitudové bezpečnosti si vypočteme souřadnice tvarovacího bodu dle vztahů (3.3) a (3.4). Pro přehlednost si reálné a imaginární souřadnice libovolného tvarovacího bodu označíme jako *a* a *b*.

Máme zadanou známou soustavu přenosem obsahující dopravní zpoždění:

$$P(s)=\frac{c_0 s^m + c_1 s^{(m-1)} + \ldots + c_{(m-1)} s + c_m}{s^n + d_1 s^{(n-1)} + \ldots + d_{(n-1)} s + d_n} e^{-sT_D} \quad . \tag{4.1}$$

Základní rovnice pro přenos *L(s)* obsahující PI regulátor a zadanou soustavu je

$$L(s)=\frac{k_P s+k_I}{s}P(s)=a+jb \quad , \tag{4.2}$$

kde $a + jb$ je tvarovací bod. Po úpravě a substituci operátoru $s$ za $j\omega$ dostáváme vztah obsahující proměnnou $\omega$

$$j\omega k_P+k_I=R(\omega)+jI(\omega) \quad , \tag{4.3}$$

kde $R(\omega)$ a $I(\omega)$ jsou reálné a imaginární části výrazu

$$R(\omega)+jI(\omega)=j\omega(a+jb)/P(j\omega) \quad . \tag{4.4}$$

Víme, že pro splnění rovnosti dvou komplexních čísel se jejich reálné a imaginární části musejí rovnat. Proto ze vztahu (4.3) dostáváme výrazy pro konstanty PI regulátoru

$$k_P=\frac{I(\omega)}{\omega} \tag{4.5}$$

$$k_I=R(\omega) \quad . \tag{4.6}$$

Dosazením frekvence $\omega$ do vztahů (4.5) a (4.6) dostaneme konstanty regulátoru PI. Frekvenci dosazujeme z určitého rozsahu, pro který je zaručeno splnění bezpečnostních kritérií.

### 4.1.2 Rozsah frekvencí pro PI

Nalezneme hodnotu pro minimální *($\omega_{MIN}$)* a maximální *($\omega_{MAX}$)* možnou frekvenci a tento prostor si vyplníme hodnotami s vhodným krokováním. Z teoretického úvodu víme, že PI regulátor má fázový rozsah od -90° do 0° a na této skutečnosti založíme hledání rozsahu frekvencí. Některé úvahy pro rozsah frekvencí jsou uvedeny v literatuře [2].

**Frekvence $\omega_{MIN}$ pro zadané *PM***

Regulátor PI má pro malé frekvence fázi -90°. To znamená, že při zapojení k soustavě posune fázi soustavy na požadovanou *PM* až z odchylky +90°. Lépe popisuje situaci rovnice

$$\alpha = -180° + PM + 90° \quad , \tag{4.7}$$

kde $\alpha$ je maximální hodnota fáze, kterou může mít otevřená smyčka při zadané *PM*. Rovnice (4.7) vychází z definice fázové bezpečnosti (3.2) rozšířené o maximální možné posunutí fáze, které bude kompenzovat PI regulátor. Existují dva způsoby jak nalézt $\omega_{MIN}$ splňující rovnici

$$\alpha = arg(P(j\omega_{MIN})) \quad . \tag{4.8}$$

První způsob je matematický výpočet ze vztahu

$$tg(\alpha)\,Real(P(j\omega_{MIN})) - Imag(P(j\omega_{MIN})) = 0 \quad . \tag{4.9}$$

Části rovnice (4.9) *Real(P(j$\omega_{MIN}$))* a *Imag(P(j$\omega_{MIN}$))* znázorňují rozdělení přenosu *P(jω)* na reálnou a imaginární část. Uvedená rovnice je polynomiální a hledáme vhodné kořeny $\omega_{MIN}$. Problém nastává ve chvíli, kdy máme soustavu s dopravním zpožděním. Vztah (2.10) popisuje dopravní zpoždění jako goniometrické funkce, které změní polynomiální rovnici na kvazipolynomiální. Běžným způsobem (např.: v Matlabu příkazem *roots*) není možné řešit tuto kvazipolynomiální rovnici a proto se využije druhý způsob nalezení $\omega_{MIN}$.

Druhý způsob je grafická metoda. Známe úhel $\alpha$, který je nejhorší přípustný pro dodržení známé *PM*. Vykreslíme si Nyquistovu charakteristiku soustavy $P(j\omega)$, určíme místo kde má fázi rovnou úhlu $\alpha$ (splněn vztah (4.8)) a odečteme frekvenci v tom místě. Odečtená frekvence bude hledaná $\omega_{MIN}$.

Je patrné, že úhel $\alpha$ v případě hledání $\omega_{MIN}$ bude pro PI vždy ve IV. kvadrantu.

**Frekvence $\omega_{MIN}$ pro zadané *GM***

Z definice amplitudové bezpečnosti víme, že leží na záporné reálné ose. Rovnici určující maximální možný úhel $\alpha$ přepíšeme jako

$$\alpha = -180° + 0° + 90° \quad , \tag{4.10}$$

kde *GM* nemá žádný fázový přírůstek. Úhel $\alpha$ bude pro hledání $\omega_{MIN}$ při zadané *GM* vždy roven -90°. Z této úvahy plyne vztah

$$Real(P(j\omega_{MIN})) = 0 \quad , \tag{4.11}$$

kde $Real(P(j\omega_{MIN}))$ je opět reálná část přenosu $P(j\omega)$. Zaručíme-li reálnou část přenosu nulovou, bude imaginární část pro malé frekvence nenulová. Pro splnění $\alpha = -90°$ požaduje právě nenulovou imaginární část přenosu. Nalezení hodnoty $\omega_{MIN}$ svěříme jako ve všech ostatních případech grafické metodě.

**Frekvence $\omega_{MAX}$ pro zadané *PM***

Způsob je totožný jako pro minimální frekvenci, pouze přírůstek PI regulátoru je 0° v oblasti velkých frekvencí. Rovnice pro úhel $\alpha$ bude mít v tomto případě tvar

$$\alpha = -180° + PM + 0° \quad . \tag{4.12}$$

Úhlu $\alpha$ bude nyní odpovídat část charakteristiky soustavy ve III. kvadrantu.

**Frekvence $\omega_{MAX}$ pro zadané *GM***

Regulátor PI nepřidá žádný úhel k fázi soustavy a bod charakteristiky $P(j\omega)$ musí ležet přímo na reálné ose, respektive musí být nulová imaginární část přenosu $P(j\omega)$

$$Imag(P(j\omega_{MAX}))=0 \quad . \tag{4.13}$$

Dále se v hledání frekvence $\omega_{MAX}$ nic nemění a využijeme grafickou metodu pro nalezení maximální možné frekvence.

## 4.2 Návrh PD regulátoru

### 4.2.1 Separace konstant $k_D$ a $k_p$

Navrhujeme opět regulátor na základě zadaných bezpečnostních kritérií. Výpočet tvarovacích bodů zůstává totožný s návrhem pro PI regulátor. Přenosu otevřené smyčky odpovídá pro PD regulátor přenos

$$L(s)=(k_P+k_D s)P(s)=a+jb \quad . \tag{4.14}$$

Po substituci operátoru $s$ za $j\omega$ a úpravě dostaneme dvě rovnice popisující hledané konstanty regulátoru

$$k_D=\frac{I(\omega)}{\omega} \tag{4.15}$$

$$k_P=R(\omega) \quad . \tag{4.16}$$

Potom $R(\omega)$ a $I(\omega)$ jsou reálné a imaginární části výrazu $(a+jb)/P(j\omega)$.

Poznámka k praktickému návrhu:

Do uživatelského prostředí byl implementován filtr pro PD regulátor. Pro jednoduchost a malý vliv na samotný návrh byl použit filtr s následujícími parametry viz. literatura [2].

Přenos filtru má tvar 1. řádu

$$F(s)=\frac{1}{\frac{s}{\omega_F}+1} \quad , \tag{4.17}$$

kde $\omega_F$ je 10ti násobek frekvence, při které se určuje *PM* nebo *GM*. Při této úvaze lze zjistit, že frekvenční charakteristiky filtru mají pro desetinu $\omega_F$ $(\omega_{GM} = \omega_F/10)$ zesílení rovné *0dB* a fázi zpožděnou o *-5,7°*. Takto zvolený filtr nebude zásadně ovlivňovat regulovaný systém. Pro přesnost ve fázi stačí upravit tvarující body o *+5,7°*:

$$a_{PM+F} - jb_{PM+F} = -\cos(PM+5{,}7) - j\sin(PM+5{,}7) \tag{4.18}$$

$$\begin{bmatrix} a_{GM+F} \\ b_{GM+F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(5{,}7°) & -\sin(5{,}7°) \\ \sin(5{,}7°) & \cos(5{,}7°) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{GM} \\ d_{GM} \end{bmatrix} \quad . \tag{4.19}$$

Hodnoty souřadnic $a_{PM+F}$ , $a_{GM+F}$ , $b_{GM+F}$ , $b_{PM+F}$ jsou nové tvarovací body po korekci. Pro přepočet tvarovacího bodu dle zadané *GM* je použita transformační matice, protože *GM* se posune působením filtru kolem počátku souřadnic o *-5,7°*. Hodnoty $c_{GM}$ a $d_{GM}$ jsou souřadnice tvarujícího bodu posunutého oproti záporné reálné ose:

$$c_{GM} + j\,d_{GM} = \frac{-1}{GM} + j\,0 \quad . \tag{4.20}$$

Žádné jiné změny použití takto navrženého filtru nepřináší. Pokud máme vyseparované konstanty pro regulátor s filtrem nebo bez, je možno přistoupit k hledání vhodného rozsahu frekvencí $\omega$.

### 4.2.2 Rozsah frekvencí pro PD

Cílem je opět nalézt krajní hodnoty rozsahu vhodných frekvencí $<\omega_{MIN}\ ;\ \omega_{MAX}>$ a proložit dostatečným množstvím hodnot. Fázový rozsah PD regulátoru je 0° až 90°.

**Frekvence $\omega_{MIN}$ pro zadané *PM***

V případě minimálních frekvencí má PD regulátor nulový fázový přírůstek:

$$\alpha = -180° + PM + 0° \quad . \tag{4.21}$$

Úhel α symbolizuje maximální možnou odchylku fáze oproti zadané *PM*. Postup získání hodnoty $\omega_{MIN}$ zůstává stejný jako u předešlých možností. Vhodnější je použití grafické metody a odečtení minimální frekvence při $arg(P(j\omega_{MIN})) = \alpha$.

**Frekvence $\omega_{MIN}$ pro zadané *GM***

Amplitudová bezpečnost je určena na záporné reálné ose a PD ragulátor nepřidá žádnou fázi k fázi soustavy. Potom charakteristika soustavy musí protínat zápornou reálnou osu respektive imaginární část přenosu $P(j\omega)$ musí být nulová

$$I(P(j\omega_{MIN})) = 0 \quad . \tag{4.22}$$

Při zápisu pomocí úhlu musí platit $\alpha = -180°$.

**Frekvence $\omega_{MAX}$ pro zadané *PM***

Platí, že PD regulátor pro vysoké frekvence předbíhá fázi o 90°. Maximální možný úhel, aby bylo ještě splněno zadané *PM* určíme jako

$$\alpha = -180° + PM - 90° \quad . \tag{4.23}$$

Úhel $\alpha$ může nabývat pouze hodnoty z II. kvadrantu.

**Frekvence $\omega_{MAX}$ pro zadané *GM***

Pro maximální frekvenci a splnění zadané *GM* při použití PD regulátoru stačí, aby charakteristika procházela kladnou imaginární osou, respektive reálná složka přenosu byla nulová.

$$R(P(j\omega_{MAX}))=0 \quad . \tag{4.24}$$

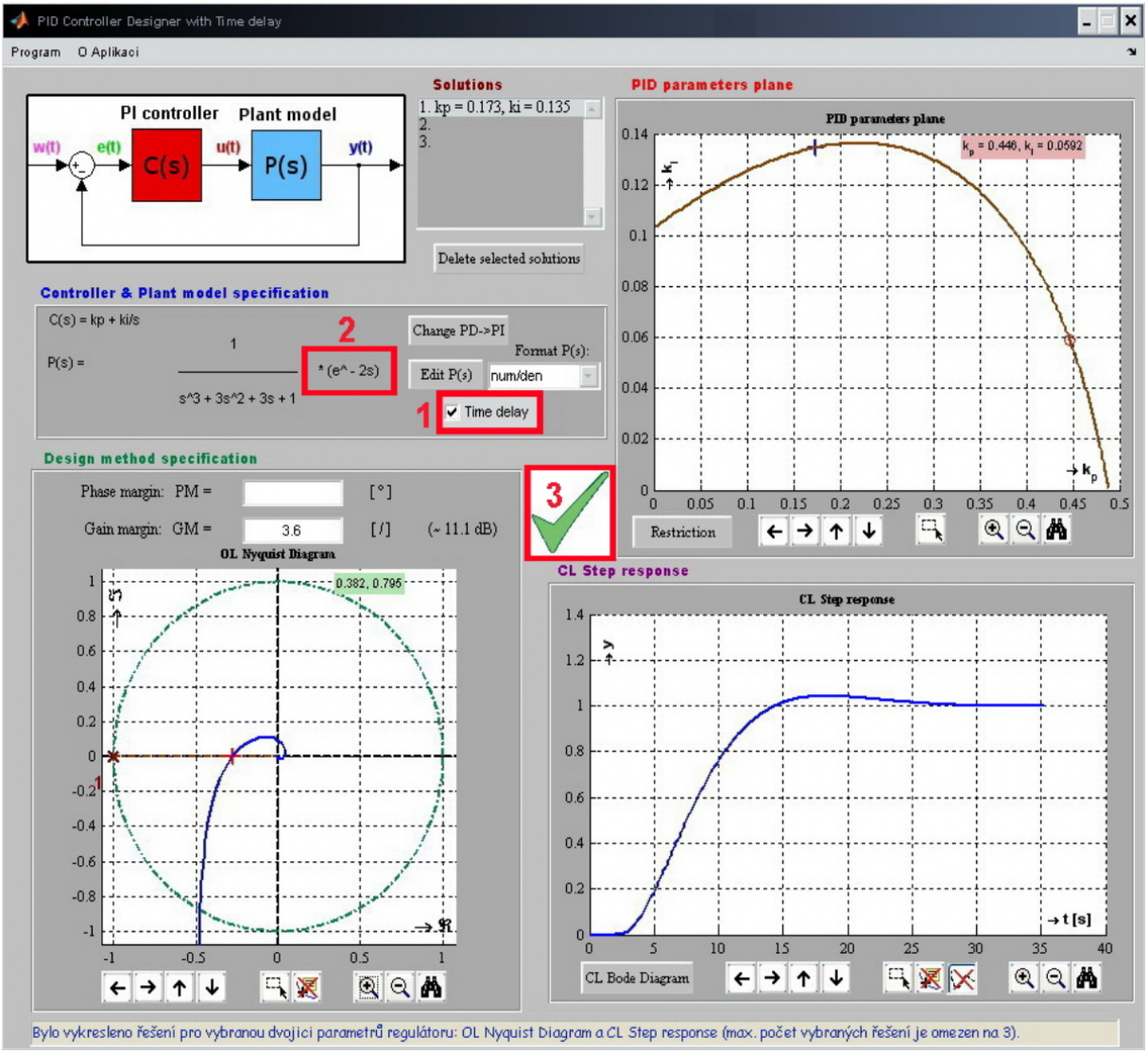
Potom je úhel $\alpha = -270°$ a opět aplikujeme nejlépe grafickou metodu pro nalezení potřebné krajní frekvence jako u všech předchozích případů.

V té chvíli máme všechny potřebné informace a můžeme vyčíslit rovnice pro $k_D$ a $k_P$.

## 4.3 Grafické uživatelské prostředí

Samotný návrh GUI vychází ze starší verze mého předchůdce [2]. Mým cílem bylo zanechat grafický vzhled co nejvíce podobný starší verzi, maximálně doplnit o menší úpravy. Hlavní náplň tak spočívala v implementaci veškeré výpočetní a návrhové logiky podle výše popsaného návrhu.

Vizuální úpravy jsou znázorněny na obrázku 14 červeným obdélníkem. Check box „Time delay“ (1) udává příznak, zda chceme dopravní zpoždění, či nikoliv. V závislosti na tomto příznaku se mění dialogové okno pro zadání soustavy a vypsaný přenos se rozšiřuje o exponenciální část (2). Třetí zvýrazněná část indikuje, zda je GUI zaneprázdněné. Při výpočtu nového návrhu se (3) mění na symbol přesýpacích hodin.




*Obrázek 14: Vzhled grafického uživatelského prostředí*

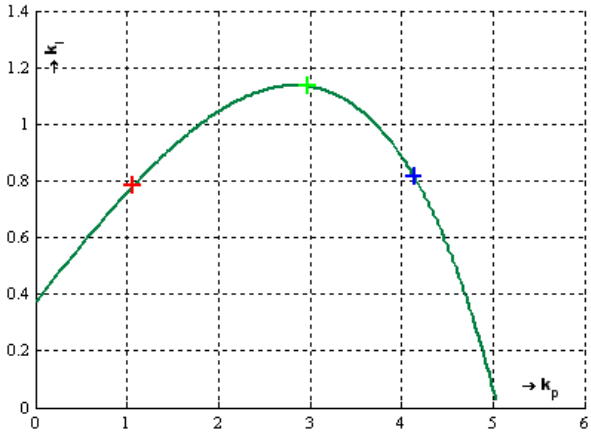
# Kapitola 5

## Porovnání výsledků z GUI s dalšími metodami

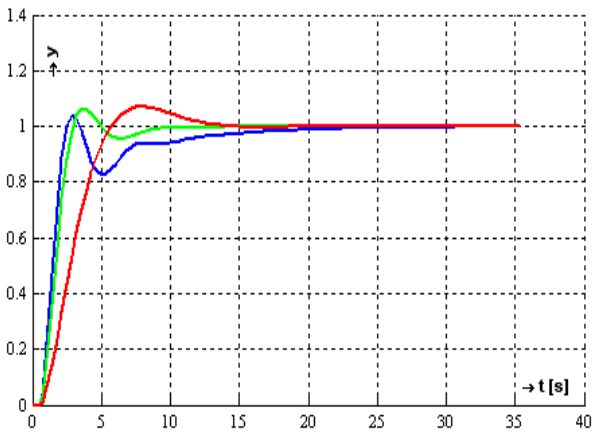
V této kapitole porovnám různé možnosti návrhu regulátorů pro několik názorných přenosů. Doporučím místa pro volbu regulátorů dle parametrické křivky a popíši jednotlivé testovací přenosy i důvod jejich volby.

### 5.1 Výběr regulátorů z GUI

Jak již bylo zmíněno, výstupem uživatelského prostředí je parametrická křivka v rovině hodnot konstant hledaného regulátoru. Každý ze zvolených regulátorů splní zadané bezpečnostní kritérium, ale jednotlivé volby regulátorů se budou lišit v překmitu a době náběhu uzavřené smyčky. Bohužel, žádné exaktní určení nejvhodnější volby neexistuje. Proto se pokusím doporučit vhodné oblasti výběru konstant na základě pozorování.

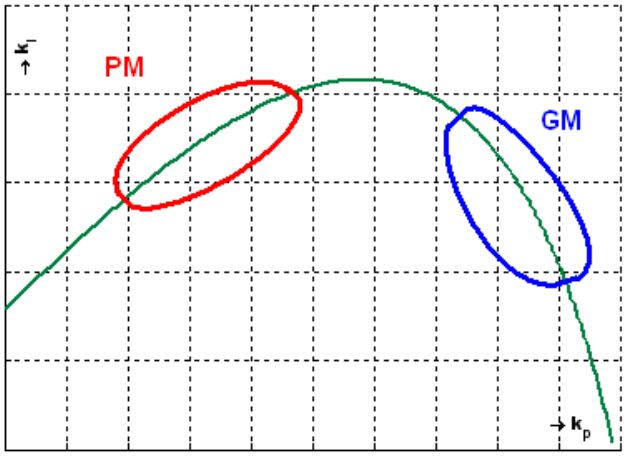



*Obrázek 15: Parametrická křivka s naznačeným výběrem regulátorů*

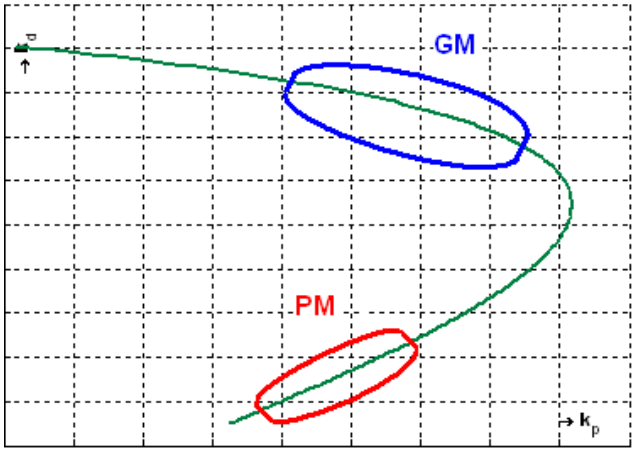



*Obrázek 16: Přechodová charekteristika uzavřené smyčky s různou volbou regulátorů*

Výchozím kritériem pro pozorování byla hodnota překmitu uzavřené smyčky. Zvýrazněné úseky parametrické křivky na obrázcích 17 a 18 popisují, pro jaké z bezpečnostních kritérií nejlépe zvolit konstanty regulátoru, aby přechodová charakteristika uzavřené smyčky co nejméně překmitla. Pozorované soustavy byly 3. řádu.




*Obrázek 17: Rovina $k_I$ - $k_P$ se zvýrazněnými výběry konstant*




*Obrázek 18: Rovina $k_D$ - $k_P$ se zvýrazněnými výběry konstant*

## 5.2 Popis testovacích soustav a návrhových metod

### 5.2.1 Testovací přenosy

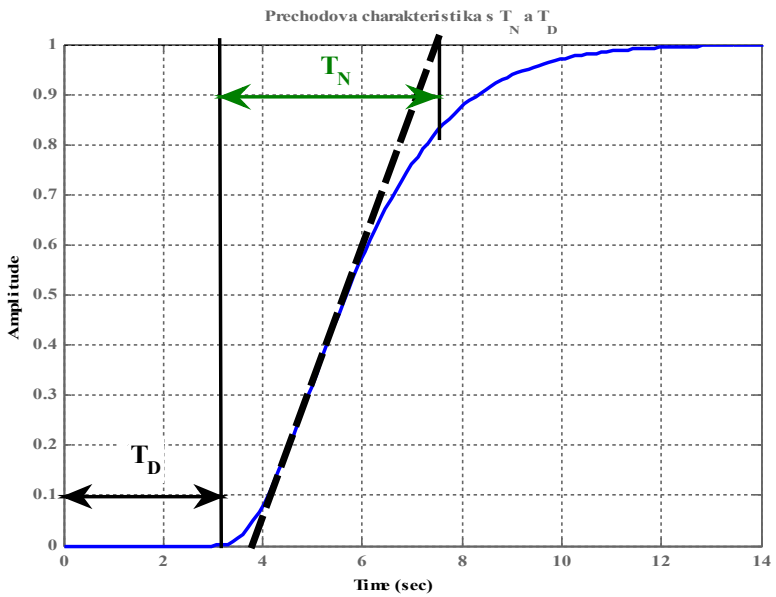
Vybrány byly dvě reprezentativní soustavy vystihující různé situace, které můžou nastat u reálných soustav.

- Soustava s různou dobou zpoždění:

  Přenos soustavy obsahuje trojnásobný pól v -1 s proměnným dopravním zpožděním

$$P(s)=\frac{1}{s^3+3s^2+3s+1}e^{-T_D s} \quad . \tag{5.1}$$

Proměnná $T_D$ bude mít hodnoty *0,5s* , *2s* , *10s*. Důvod pro takto zvolené hodnoty zpoždění je ten, že obtížnost regulace soustavy je závislá na velikosti dopravního zpoždění a době náběhu [6]. Doba náběhu se určí podle obrázku 19.




*Obrázek 19: Určení doby dopravního zpoždění a doby náběhu*

Špatně regulovatelné soustavy jsou takové, které mají

$$T_D > \frac{T_N}{2} \quad . \tag{5.2}$$

Zvolená soustava má $T_N/2 \approx 2{,}15$. Potom zvolené hodnoty zpoždění vystihnou dobře i špatně regulovatelnou soustavu.

| $T_D$ | ><= | $T_N/2$ |
|---|---|---|
| 0,5 | << | 2,15 |
| 2 | < | 2,15 |
| 10 | >> | 2,15 |

*Tabulka 1: Hodnoty dopravního zpoždění s ohledem na regulovatelnost soustavy*

- <u>Astatická soustava:</u>

  Zvolený přenos obsahuje astatismus 1. řádu a má tvar:

$$P(s) = \frac{2}{s(s+2)(s+2)(s+1)} e^{-T_D s} \tag{5.3}$$

I zde budou voleny různé hodnoty dopravního zpoždění $T_D$ ( *0,3s a 3s* ). Astatická soustava s dopravním zpožděním může představovat například servo řízené na velké vzdálenosti [4].

### 5.2.2 Testované metody

- Popsaná frekvenční metoda implementovaná v GUI

- Smithův prediktor popsaný v části 2.3.3

- Metoda GMK - geometrická místa kořenů popsaná v [1]

  Pro GMK byla použita Padeho aproximace dopravního zpoždění (4. řád).

Zvolené a předvedené regulátory jsou vybrány na základě hodnoty překmitu *OS [%]*. Pro každou soustavu byla zvolena pevná hodnota překmitu a podle té byl vybrán vhodný regulátor a jeho konstanty.

Druhým parametrem pro srovnání je doba regulace $T_r$ *[s]*. Doba regulace je klíčová pro určení kvality regulátorů, protože se zvětšující se dobou zpoždění se zvětšuje i doba regulace. Definovaná je jako doba od začátku regulace do okamžiku ustálení na ±5% vstupní hodnoty.

Každý testovaný příklad je navíc zatížen poruchou *d(t)* na výstupu (obrázek 1). Porucha se projeví v okamžiku, kdy se výstup systému vhodně ustálí.

## 5.3 Porovnání výsledků

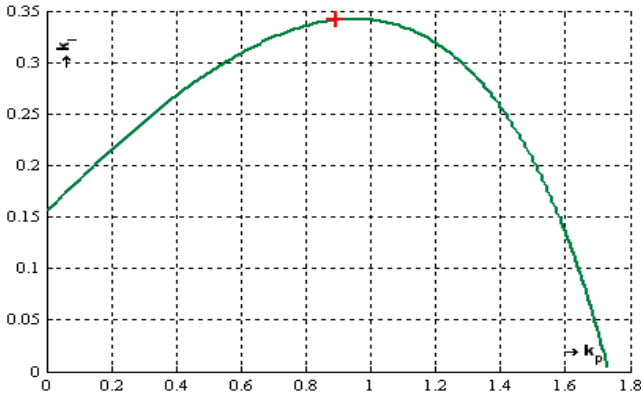
Pro porovnání výsledků jsou zvoleny oba dva druhy regulátorů podle obou bezpečnostních kritérií. První uvedená soustava (přenos (5.1)) je regulována PI regulátorem podle fázové bezpečnosti. Na druhou soustavu (přenos (5.3)) je aplikován PD regulátor navrhnutý podle amplitudové bezpečnosti. U zvolených regulátorů navrhnutých pomocí frekvenčních metod dle GUI jsou uvedeny i parametrické křivky, které uvádějí místo volby konstant regulátoru.

### 5.3.1 Soustava s různou dobou zpoždění

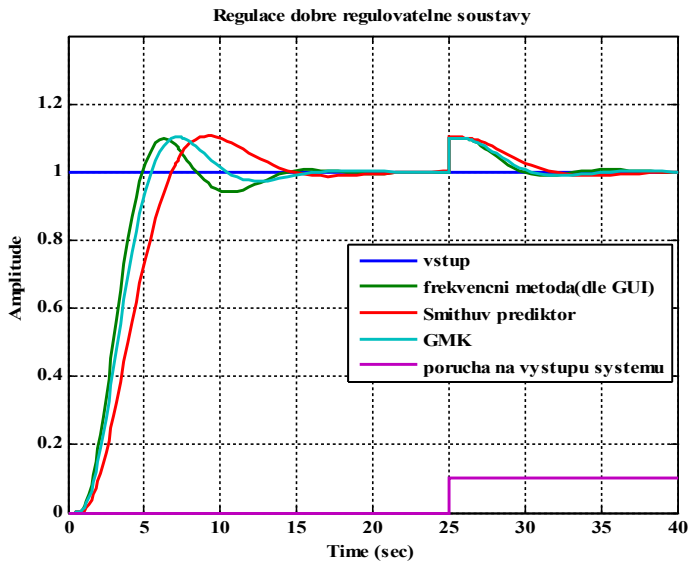
Dopravní zpoždění $T_D = 0{,}5s$.

| $P(s)=\frac{1}{s^3+3s^2+3s+1}e^{-0.5s}$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Metoda: PI regulátor | $k_P$ | $k_I$ | $T_r$ [s] | OS [%] | PM [°] |
| Frekv. metody (dle GUI) | 0,89 | 0,34 | 10,5 | 9,5% | 60 |
| Smithův prediktor | 0,35 | 0,33 | 13,2 | 10,0% | -- |
| GMK | 0,66 | 0,33 | 14,5 | 10,0% | -- |

*Tabulka 2: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro různě zpožďovanou soustavu ($T_D = 0{,}5s$)*




*Obrázek 20: Konstanty PI regulátoru v param. křivce pro soustavu s $T_D = 0{,}5s$*

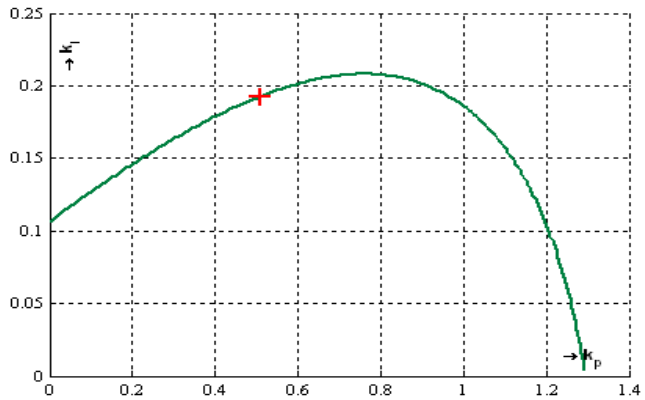



*Obrázek 21: Přechodové char. pro soustavu s $T_D = 0{,}5s$ a poruchou $d(t) = 0{,}1$ v $t = 25s$*

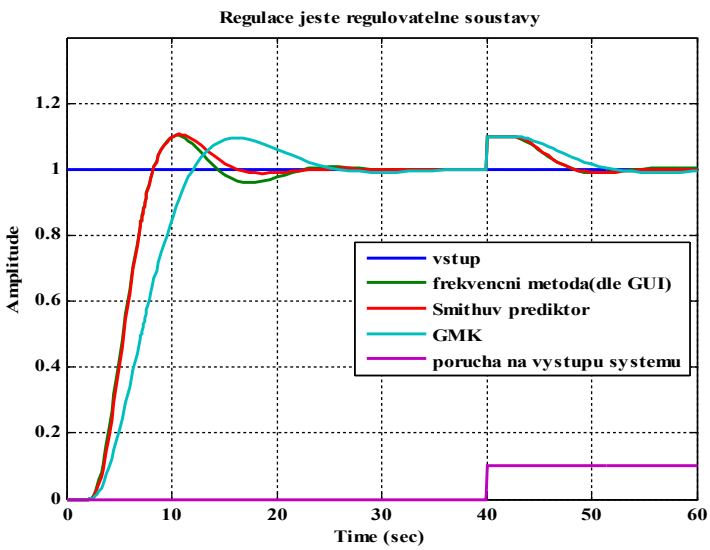
Dopravní zpoždění $T_D = 2s$.

| $P(s)=\frac{1}{s^3+3s^2+3s+1}e^{-2s}$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Metoda: PI regulátor | $k_P$ | $k_I$ | $T_r$ [s] | OS [%] | PM [°] |
| Frekv. metody (dle GUI) | 0,51 | 0,19 | 18 | 10,0% | 60 |
| Smithův prediktor | 0,35 | 0,33 | 13 | 10,0% | -- |
| GMK | 0,18 | 0,15 | 22 | 9,0% | -- |

*Tabulka 3: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro různě zpožďovanou soustavu ($T_D = 2s$)*




*Obrázek 22: Konstanty PI regulátoru v param. křivce pro soustavu s $T_D = 2s$*

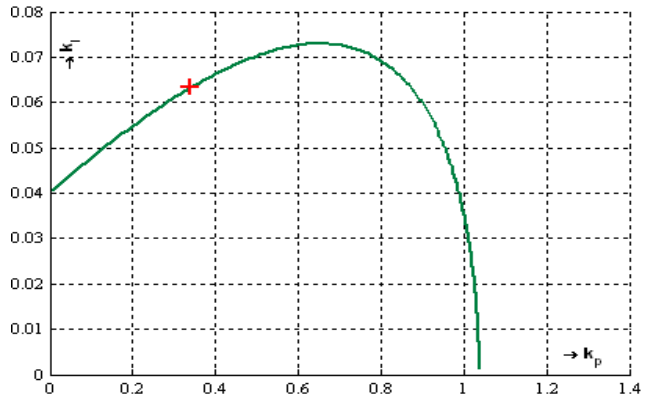



*Obrázek 23: Přechodové char. pro soustavu s $T_D = 2s$ a poruchou $d(t) = 0,1$ v $t = 40s$*

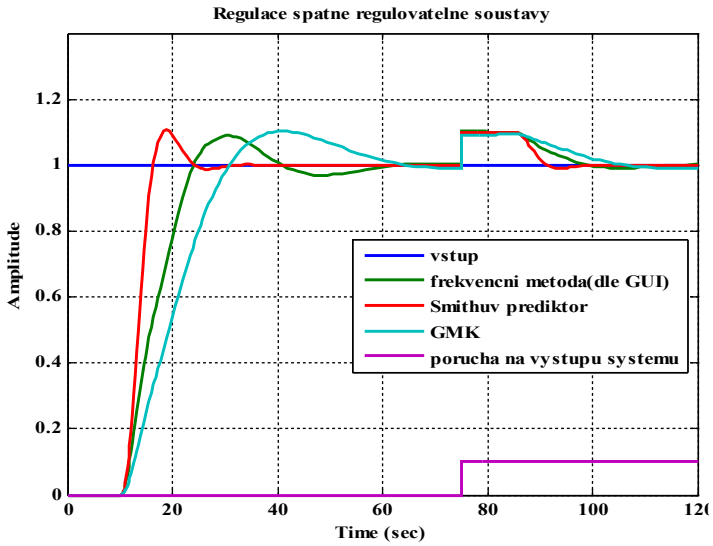
Dopravní zpoždění $T_D = 10s$.

| $P(s)=\frac{1}{s^3+3s^2+3s+1}e^{-10s}$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Metoda: PI regulátor | $k_P$ | $k_I$ | $T_r$ [s] | OS [%] | PM [°] |
| Frekv. metody (dle GUI) | 0,34 | 0,06 | 36 | 8,0% | 60 |
| Smithův prediktor | 0,35 | 0,33 | 21 | 10,0% | -- |
| GMK | 0,15 | 0,05 | 53 | 10,0% | -- |

*Tabulka 4: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro různě zpožďovanou soustavu ($T_D = 10s$)*




*Obrázek 24: Konstanty PI regulátoru v param. křivce pro soustavu s $T_D = 10s$*



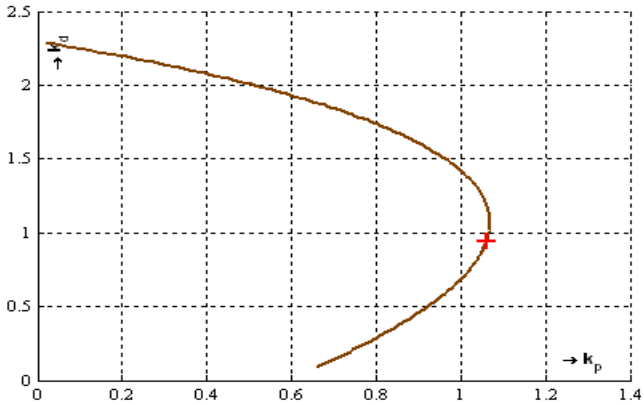

*Obrázek 25: Přechodové char. pro soustavu s $T_D = 10s$ a poruchou $d(t) = 0,1$ v $t = 75s$*

### 5.3.2 Astatická soustava

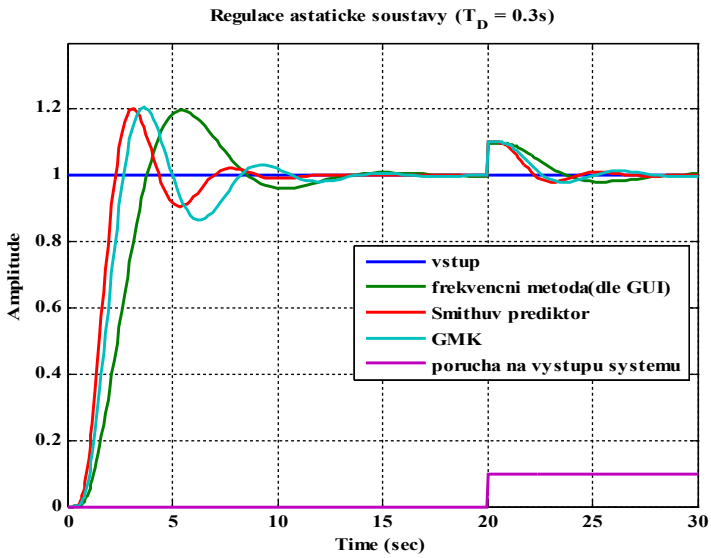
Dopravní zpoždění $T_D = 0{,}3s$.

| $P(s)=\frac{2}{s(s+2)(s+2)(s+1)}e^{-0{,}3s}$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Metoda: PD regulátor | $k_P$ | $k_D$ | $T_f$ | $T_r$ [s] | OS [%] | GM [dB] |
| Frekv. metody (dle GUI) | 1,06 | 0,94 | 0,09 | 10 | 20% | 10 |
| Smithův prediktor | 1,84 | 3,05 | 0,05 | 7 | 20% | -- |
| GMK | 1,2 | 2,41 | 0,13 | 6 | 21% | -- |

*Tabulka 5: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro astatickou soustavu ($T_D = 0{,}3s$)*




*Obrázek 26: Konstanty PD regulátoru v param. křivce pro astatickou soustavu $T_D = 0{,}3s$*

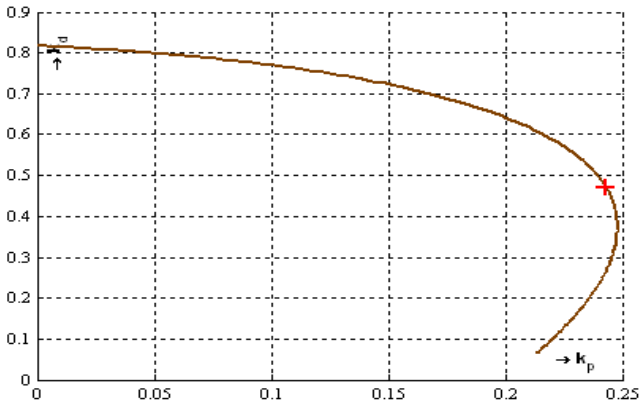



*Obrázek 27: Přech. char. pro astatickou soustavu s $T_D = 0{,}3s$ a poruchou $d(t) = 0{,}1$ v $t = 20s$*

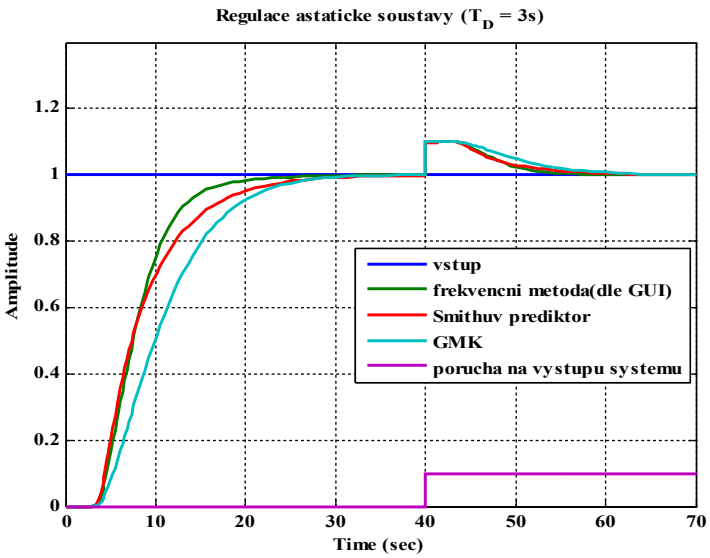
Dopravní zpoždění $T_D = 3s$.

| $P(s)=\frac{2}{s(s+2)(s+2)(s+1)}e^{-3s}$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Metoda: PD regulátor | $k_P$ | $k_D$ | $T_f$ | $T_r$ [s] | OS [%] | GM [dB] |
| Frekv. metody (dle GUI) | 0,24 | 0,47 | 0,22 | 15 | 0,0% | 10 |
| Smithův prediktor | 0,33 | 0,46 | 0,05 | 20 | 0,0% | -- |
| GMK | 0,18 | 0,18 | 0,2 | 22 | 0,0% | -- |

*Tabulka 6: Parametry regulátorů a přechodových charakteristik pro astatickou soustavu ($T_D = 3s$)*




*Obrázek 28: Konstanty PD regulátoru v param. křivce pro astatickou soustavu $T_D = 3s$*




*Obrázek 29: Přech. char. pro astatickou soustavu s $T_D = 3s$ a poruchou $d(t) = 0,1$ v $t = 40s$*

# Kapitola 6

## Závěr

Podařilo se mi splnit hlavní cíl celé práce, čímž bylo vytvoření a naimplementování algoritmů pro řešení popsaného problému. Výhoda frekvenčních metod návrhu a celé implementace spočívá ve striktním splnění tvarovacích bodů určených zadanými bezpečnostními kritérii. Na druhou stranu disponuje tato metoda jistou nevýhodou. Při uvažování typicky velké hodnoty dopravního zpoždění v kombinaci s určitou soustavou a určitou hodnotou bezpečnostního kritéria, splní charakteristika uzavřené smyčky tvarovací bod. Avšak díky spirálovitému tvaru Nyquistovi charakteristiky soustavy s dopravním zpožděním může dojít k překročení -1 na záporné reálné ose. Výsledný systém je pak nestabilní. Bohužel se nedají přesně určit parametry, při kterých tento stav může nastat.

Praktickými příklady jsem dokázal, že nejlepším způsobem pro regulaci soustavy s dopravním zpožděním je Smithův prediktor. Měl nejlepší výsledky pro různě zpožďovanou i astatickou soustavu. To bylo dáno především přesnou znalostí hodnoty zpoždění, které je pro správnou funkci Smithova prediktoru zásadní. Frekvenční metody a GMK dosahovaly podobných výsledků u dobře regulovatelných soustav. U všech příkladů jsou uvedeny obrázky s volbou konstant regulátoru v parametrické křivce. Uvedené obrázky potvrzují doporučená místa hledání konstant regulátorů (obrázky 17 a 18) s ohledem na překmit.

Dále se potvrdilo, že při velikosti dopravního zpoždění překračující polovinu doby náběhu je doba regulace dlouhá (netýká se Smithova prediktoru). Nejhůře z takto testovaného extrému vyšla metoda GMK.

Všechny testované přenosy a metody návrhu regulátorů byly zatíženy poruchou a z obdržených výsledků je vidět, že nejlépe se s poruchou vypořádala frekvenční metoda a Smithův prediktor.

# ZÁVĚR

Na konec je třeba zmínit skutečnost, že návrh je proveden pouze pro PD a PI, nikoliv však pro PID regulátor. Důvod je takový, že pro plnohodnotný PID regulátor bychom museli získávat tři hodnoty z trojrozměrné parametrické křivky a její vytvoření by bylo velmi komplikované. Snazší by bylo svázat jednu konstantu PID regulátoru podmínkou, která by nějak omezovala možný rozsah parametrické křivky regulátoru. Návrh by byl v tom případě neúplný.

# Literatura


[1] G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini: Feedback Control of Dynamic Systems. Prentice Hall, 2006

[2] Karel Jonáš: GUI pro návrh PID regulátorů. Bakalářská práce, katedra řídící techniky, FEL ČVUT v Praze, 2008

[3] Tomáš Jindra: Optimální nastavení PID regulátoru. Bakalářská práce, katedra řídící techniky, FEL ČVUT v Praze, 2009

[4] Václav Trnka: Řízení systémů s dopravním zpožděním. Bakalářská práce, katedra řídící techniky, FEL ČVUT v Praze, 2008

[5] Michael Šebek: Přednášky předmětu SRI, FEL ČVUT v Praze, 2009

[6] Milan Kučera, Miloš Schlegel: Regulátor systémů s dopravním zpožděním, Automatizace č. 2, ročník 52., únor 2009

[7] Z. Shafiei, A.T. Shenton: Frequency-domain Design of PID Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay, Brief paper, 1997

# Příloha A

## Obsah přiloženého CD

Text: Složka obsahující bakalářskou práci

Navrh_PID_dopr_zp:

design_codes: veškeré výpočetní a návrhové kódy

gui_codes: testování vstupů a položka „O aplikaci“

icons: ikony tlačítek v GUI

images: obrázky vyskytující se v GUI

Navrh_PID_dopr_zp.m

Navrh_PID_dopr_zp.fig