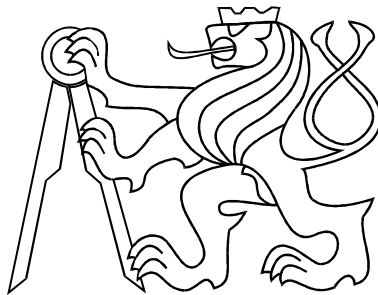


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Ladění regulátorů v pokročilých strategiích
řízení

Praha, 2010

Autor: Bc. Petr Procházka

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou (bakalářskou) práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne _____

podpis

Poděkování

Děkuji především vedoucímu své diplomové práce Prof.Ing.Vladimíru Havlenovi, CSc. za veškeré náměty a cenné rady. Dále pak děkuji Ing.Jaroslavovi Pekařovi, Ph.D. za poskytnutí informací k modelu parního přehříváku. V neposlední řadě děkuji své rodině za podporu při studiu.

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je nalézt a implementovat vhodné metody pro automatické ladění PID regulátorů pro kaskádní systémy. Tyto metody budou pak aplikovány na model reálného systému parního přehříváku a bude analyzována jejich robustní stabilita. Metody budou implementovány jako funkce pro program Matlab. Řízení parního přehříváku bude simulováno pomocí programu Simulink.

Abstract

The goal of this diploma thesis is to find out and implement tuning methods for automatic tuning of the PID controllers for the cascade control systems. These methods will be applied to model of the real system. The real system will be super heater. Analysis of the robust stability will be realized next. The methods will be implemented as functions for Matlab. Regulation of the super heater will be simulated by Simulink.

vložit originální zadání!!!!!!!!!!!!

Obsah

| | |
|------------------------------------------------------------------|-----------|
| Seznam obrázků | ix |
| Seznam tabulek | xi |
| 1 Úvod | 1 |
| 2 Kaskádní řízení | 3 |
| 2.1 Úvod | 3 |
| 2.2 Blokové schéma | 3 |
| 2.3 Volba sekundárně měřených veličin | 5 |
| 2.4 Regulátory | 6 |
| 2.4.1 Základní struktury PID regulátoru | 6 |
| 2.4.2 Limitace derivační složky | 7 |
| 2.4.3 Použití více stupňů volnosti | 7 |
| 2.5 Příklad použití | 8 |
| 3 Metody ladění | 9 |
| 3.1 Metody aproximace | 9 |
| 3.1.1 Metody aproximace modelem FOPDT | 9 |
| 3.1.1.1 Metoda oblastí (Area method) | 9 |
| 3.1.1.2 Robustní identifikace FOPDT z přechodové charakteristiky | 10 |
| 3.1.1.3 Frekvenční FOPDT aproximace | 12 |
| 3.1.1.4 Příklad aproximace | 12 |
| 3.1.1.5 Aproximace systémů s integrátorem | 14 |
| 3.1.1.6 Příklad aproximace systému s integrátorem | 14 |
| 3.1.2 Metody aproximace modelem SOPDT | 15 |
| 3.1.2.1 Frekvenční SOPDT aproximace | 16 |
| 3.1.2.2 Příklad | 16 |

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.2 | Gamma Tuning | 17 |
| 3.2.1 | γ -ladění | 18 |
| 3.2.2 | Aproximace sekundárního systému | 19 |
| 3.2.3 | Ladění sekundárního regulátoru | 19 |
| 3.2.3.1 | Ladění pro úlohu servomechanismu | 19 |
| 3.2.3.2 | Ladění pro úlohu regulace | 20 |
| 3.2.3.3 | Gamma ladění | 20 |
| 3.2.4 | Redukce modelu pro primární regulátor | 21 |
| 3.2.5 | Ladění primárního regulátoru | 21 |
| 3.2.6 | Příklad | 22 |
| 3.2.7 | Modifikace | 24 |
| 3.2.7.1 | IMC-Chien PID ladění | 25 |
| 3.2.7.2 | IMC-Mac PID ladění | 25 |
| 3.2.7.3 | Honeywell PID ladění | 25 |
| 3.2.7.4 | Closed-Loop Specified PID ladění | 25 |
| 3.2.7.5 | Určení nejvhodnějších pravidel | 26 |
| 3.2.8 | Srovnání originální a modifikované metody | 28 |
| 3.3 | Ladění kaskády na základě loop-shapingu H_∞ a optimalizace | 30 |
| 3.3.1 | Loop-shaping H_∞ | 30 |
| 3.3.2 | PID ladění na základě loop-shaping H_∞ | 31 |
| 3.3.2.1 | PID ladění pro stabilní procesy | 31 |
| 3.3.2.2 | PID ladění pro procesy s integrátorem | 32 |
| 3.3.3 | Optimalizace parametru λ | 33 |
| 3.3.4 | Ladění kaskády | 35 |
| 3.3.5 | Příklad | 36 |
| 3.4 | Ladění kaskády pomocí fixace frekvenčního pásma | 39 |
| 3.4.1 | Frekvenčního pásma uzavřené zpětnovazební smyčky | 40 |
| 3.4.2 | Maximální frekvenční pásma | 40 |
| 3.4.3 | Postup ladění | 41 |
| 3.4.4 | Ladění kaskády | 42 |
| 3.4.5 | Příklad | 43 |
| 4 | Řízení parního přehříváku | 48 |
| 4.1 | Popis systému | 48 |
| 4.2 | Linearizované modely | 49 |

| | | |
|----------|-------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.2.1 | Model přehříváku | 49 |
| 4.2.2 | Model vstřikovače | 50 |
| 4.3 | Řízení kaskádního systému | 50 |
| 4.3.1 | Uspořádání | 50 |
| 4.3.2 | Ladění regulátorů | 51 |
| 4.3.3 | Ladění pro různé pracovní body | 55 |
| 4.4 | Analýza robustní stability | 57 |
| 4.4.1 | Model neurčitosti | 57 |
| 4.4.2 | Neurčitost vnitřní smyčky | 58 |
| 4.4.3 | Neurčitost vnější smyčky | 58 |
| 4.4.4 | Analýza robustní stability kaskádního systému | 61 |
| 4.4.5 | Robustně stabilní naladění pomocí Bandwith Tuning | 61 |
| 5 | Závěr | 64 |
| | Literatura | 67 |
| A | Obsah příloženého CD | I |

Seznam obrázků

| | | |
|------|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1 | Kaskádní řízení - obecné blokové schéma | 4 |
| 2.2 | Kaskádní řízení - SISO blokové schéma | 4 |
| 2.3 | Kaskádní řízení - dvě smyčky | 5 |
| 2.4 | Regulátor se dvěma stupni volnosti | 7 |
| 2.5 | Řízení polohy - stejnosměrný motor | 8 |
| 3.1 | Určení oblasti A_0 z přechodové charakteristiky | 10 |
| 3.2 | Přechodová charakteristika systému a aproximovaných modelů | 13 |
| 3.3 | Bodeho frekvenční charakteristika systému a aproximovaných modelů | 14 |
| 3.4 | Přechodová charakteristika systému a aproximovaných modelů | 15 |
| 3.5 | Bodeho frekvenční charakteristika systému a aproximovaných modelů | 15 |
| 3.6 | Přechodová charakteristika systému a modelu SOPDT | 17 |
| 3.7 | Bodeho frekvenční charakteristika systému a modelu SOPDT | 17 |
| 3.8 | Gamma Tuning - sledování reference | 23 |
| 3.9 | Gamma Tuning - akční zásahy | 24 |
| 3.10 | Nejvhodnější pravidla pro úlohu sledování reference (převzato z [9]) | 27 |
| 3.11 | Nejvhodnější pravidla pro úlohu kompenzace poruchy (převzato z [9]) | 27 |
| 3.12 | Srovnání - výstup kaskády | 28 |
| 3.13 | Srovnání - akční zásah primárního regulátoru | 29 |
| 3.14 | Srovnání - akční zásah sekundárního regulátoru | 29 |
| 3.15 | Sledování reference | 37 |
| 3.16 | Akční zásah regulátoru 3 | 38 |
| 3.17 | Akční zásah regulátoru 2 | 38 |
| 3.18 | Akční zásah regulátoru 1 | 39 |
| 3.19 | Postup algoritmu ladění | 41 |
| 3.20 | Frekvenční charakteristiky citlivostních funkcí | 43 |
| 3.21 | Citlivostní funkce před a po minimalizaci | 44 |

| | | |
|------|-----------------------------------------------------------------------|----|
| 3.22 | Porovnání časových charakteristik před minimalizací a po ní | 45 |
| 3.23 | Výstup kaskády při sledování reference | 45 |
| 3.24 | Akční zásah regulátoru 3 | 46 |
| 3.25 | Akční zásah regulátoru 2 | 46 |
| 3.26 | Akční zásah regulátoru 1 | 47 |
| 4.1 | Simulinkový model parního přehříváku | 49 |
| 4.2 | Přechodové charakteristiky lineárních modelů | 50 |
| 4.3 | Uspořádání kaskádního systému | 51 |
| 4.4 | Teplota výstupní páry přehříváku | 52 |
| 4.5 | Akční zásah primárního regulátoru | 53 |
| 4.6 | Akční zásah sekundárního regulátoru | 53 |
| 4.7 | Průběh parametru σ | 54 |
| 4.8 | Teplota páry na výstupu přehříváku při změnách σ | 54 |
| 4.9 | Zpětnovazební systém s aditivním modelem neurčitosti | 57 |
| 4.10 | Frekvenční profil W_{2GT} | 59 |
| 4.11 | Frekvenční profil W_{2LS} | 60 |
| 4.12 | Frekvenční profil W_{2BW} | 60 |
| 4.13 | Frekvenční profil W_{2BW} | 62 |
| 4.14 | Výstup kaskádního systému | 62 |
| 4.15 | Akční zásah primárního regulátoru | 63 |
| 4.16 | Akční zásah sekundárního regulátoru | 63 |

Seznam tabulek

| | | |
|-----|------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1 | Parametry pro optimální PID regulátor pro úlohu servomechanismu . . . | 20 |
| 3.2 | Parametry pro optimální PID regulátor pro úlohu regulace | 20 |
| 3.3 | Parametry pro γ -ladění | 21 |
| 3.4 | PID parametry pro vnitřní smyčku | 22 |
| 3.5 | PID parametry pro vnější smyčku | 22 |
| 3.6 | PID parametry pro systém jako celek | 23 |
| 3.7 | Parametry PID regulátorů | 37 |
| 3.8 | Parametry PID regulátorů | 43 |
| 4.1 | Veličiny parního přehříváku | 48 |
| 4.2 | Parametry sekundárního PID regulátorů přehříváku | 52 |
| 4.3 | Parametry primárního PID regulátorů přehříváku | 52 |
| 4.4 | Ladění primárního regulátoru pro různé pracovní body - Gamma Tuning | 55 |
| 4.5 | Ladění primárního regulátoru pro různé pracovní body - LS Tuning . . . | 56 |
| 4.6 | Ladění primárního regulátoru pro různé pracovní body - Bandwith Tuning | 56 |
| 4.7 | Parametry regulátorů nového naladění | 61 |

Kapitola 1

Úvod

Jak už samotný název napovídá, tato diplomová práce se zabývá laděním regulátorů v pokročilejších strategiích řízení. Cílem diplomové práce je nejdříve zmapovat možnosti ladění regulátorů v těchto strukturách a na základě současných výsledků stanovit metodiku ladění. Výsledné metody budou pak otestovány na řízení modelu reálného procesu a bude provedena analýza robustnosti daných metod. Metody a pomocné funkce budou implementovány v programu Matlab. U metod bude kladen důraz pro použití na širokou škálu procesů a na automatické ladění.

Složitější strategie řízení jsou komplexnější struktury, které vylepšují chování řídicího systému nebo vzniknou použitím hierarchického rozvrstvení řídicího systému. Pokročilých strategií je mnoho, ale nejpoužívanější (v průmyslu) jsou hlavně dvě: Feedforward řízení a Kaskádní řízení. Více o pokročilejších strategiích řízení lze nalézt v [2, strana 273].

Při návrhu metod ladění jsem se zaměřil na kaskádní řízení, protože se jedná o velmi praktickou a používanou strukturu v průmyslu. Dalším důvodem pro vyvíjení metod pro kaskádní strukturu byly již publikované poznatky v odborných člancích.

Při volbě typu regulátorů pro kaskádní systémy padla volba na PID regulátory. Tyto regulátory jsou stále většinou zastoupeny při řízení procesů v průmyslu. Dalším důvodem je existence mnoha ladících metod a postupů pro tyto regulátory. Tato volba vedla však také k určitým omezením - PID regulátor má omezený počet stupňů volnosti a možnosti ladění jsou omezeny právě strukturou PID regulátoru.

V kapitole 2 je nejdříve představena idea kaskádního řízení. Dále je ukázáno blokové schéma v obecném případě a pak v případech speciálních. V této kapitole je také doporučena volba sekundárně měřených veličin. V závěru kapitoly jsou pak zmíněny používané struktury PID regulátoru a je ukázán typický příklad použití kaskádního řízení.

V následující kapitole 3 jsou pak již popsány metody ladění kaskádních systémů. Na

začátku kapitoly jsou uvedeny aproximační metody pro aproximaci složitých systému jednoduchými modely prvního a druhého řádu. Tyto aproximace jsou využívány jednotlivými metodami. Následuje metoda ladění kaskády Gamma Tuning. Tato metoda byla vybrána mezi již publikovanými metodami a implementována. Slouží jako srovnávací metoda pro kaskádní systémy s dvěma smyčkami. V dalším kroku byla originální metoda modifikována použitím složitějšího modelu pro ladění primárního regulátoru.

Další implementovanou metodou v kapitole 3 je metoda Ladění kaskády na základě „Loop-shapingu H_∞ “ a optimalizace („Loop-shaping Tuning“). Metoda vychází z publikovaného ladění PID regulátorů použitím „Loop-shaping H_∞ “. Toto ladění dává k dispozici ladicí parametr. Tento parametr je optimalizován z několika z hledisek a takto optimalizované ladění je použito pro ladění celého kaskádního řízení. Ladění je zobecněno na obecný kaskádní systém (dvě a více smyček).

Poslední metodou v kapitole 3 je metoda Ladění kaskády pomocí fixace frekvenčního pásma. Idea tohoto ladění je v nalezení regulátoru, se kterým uzavřená smyčka bude mít požadované frekvenční pásmo. Následně se pak konstanty regulátoru optimalizují z hlediska minimalizace H_∞ normy některé z funkcí uzavřené smyčky. Takto je pak laděna celá kaskáda směrem z vnitřní smyčky k vnější smyčce. Stejně jako předchozí metoda je tato metoda určena pro obecný kaskádní systém.

Metody implementované a popsané v kapitole 3 jsou pak použity k řízení modelu reálného systému parního přehříváku (Super Heateru). Výsledky simulací na tomto systému jsou umístěny v kapitole 4. Na začátku této kapitoly je nejdříve popsán systém parního přehříváku a určeny linearizované modely. Poté je provedena simulace řízení pomocí regulátorů laděných pomocí výše uvedených metod a provedeno srovnání výsledků. Také je provedeno určení parametrů regulátorů pro jednotlivé pracovní body a modely („Gain Scheduling“) jednotlivými metodami. Na závěr kapitoly je provedena analýza robustní stability systému s regulátory laděnými pomocí daných metod.

Kapitola 2

Kaskádní řízení

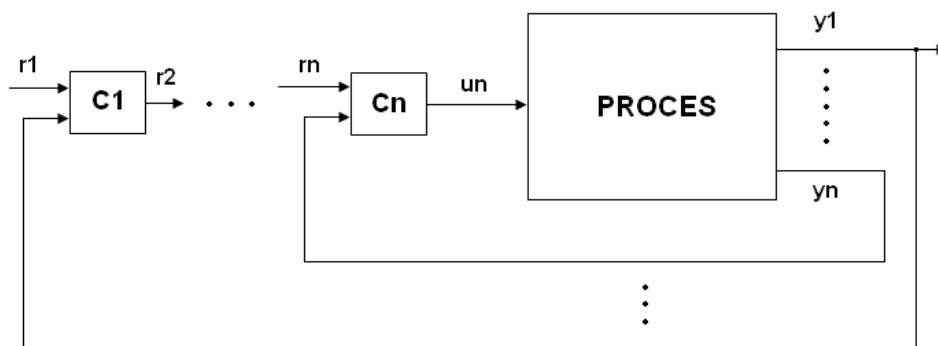
2.1 Úvod

Kaskádní řízení je jednou ze složitějších struktur řízení. Může být použito všude, kde je možnost měřit více veličin (nejen výstupní) a kde je jedna akční veličina. Výhoda spočívá v tom, že měřený signál má rychlejší odezvu než výstupní signál, může být tak použit k rychlejší kompenzaci poruchy. Další výhodou měření více veličin a jejich řízení je možnost jejich omezení. Použití této struktury přináší avšak nutnost ladění dvou a více regulátorů.

2.2 Blokové schéma

Na obrázku 2.1 vidíme obecné schéma kaskádního řízení. Vstupní veličina do procesu je jedna, výstupních veličin je n . Výstup y_1 je řízená veličina, ostatní výstupy jsou měřené veličiny. Řízení zde obstarává n regulátorů obecně s dvěma stupni volnosti. Kromě vnitřního regulátoru je výstupem regulátoru reference pro další regulátor. Výstupem vnitřního regulátoru je akční veličina do soustavy. V tomto uspořádání se jedná o SI/MO (Single Input/Multiple Output) systém s přenosovou maticí:

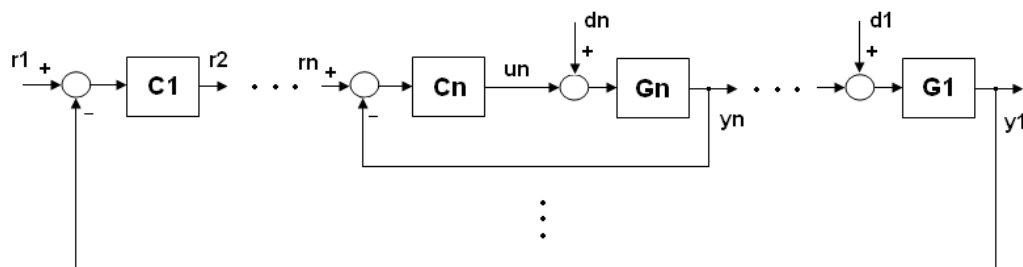
$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_1(s) \\ \vdots \\ G_n(s) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$



Obrázek 2.1: Kaskádní řízení - obecné blokové schéma

Častěji používané blokové schéma vidíme na obrázku 2.2, kde se celý proces dekomponuje na sériově řazené SI/SO systémy. Toto uspořádání dobře odděluje návrh jednotlivých regulátorů. Je tak možné při návrhu postupovat od vnitřní smyčky k vnější smyčce. Celý systém má při tomto uspořádání následující přenosovou matici:

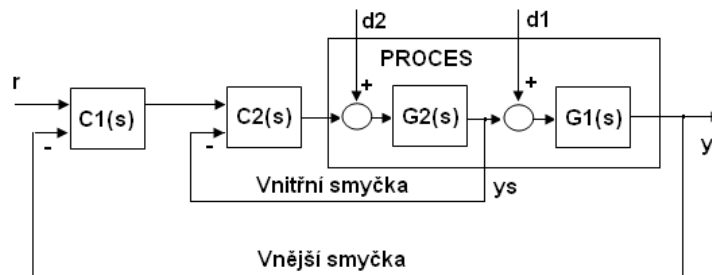
$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_n(s) \cdots G_2(s) G_1(s) \\ G_n(s) \cdots G_2(s) \\ \vdots \\ G_n(s) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$



Obrázek 2.2: Kaskádní řízení - SISO blokové schéma

Na obrázku 2.3 vidíme blokové schéma kaskádního řízení v případě, že jsou použity dvě smyčky. Jedná se o speciální případ, kdy kromě výstupní veličiny můžeme měřit další vnitřní signál. Soustavu zde dekomponujeme na dvě části $G(s) = G_2(s)G_1(s)$, sekundární (vnitřní) systém $G_2(s)$ a primární (vnější) systém $G_1(s)$. Výstupem sekundárního systému je pak měřená veličina, výstupem primárního výstupní veličina. Výstup sekundárního

systemu reaguje podstatně rychleji než výstup primárního a je využit pro kompenzaci poruchy vstupující do sekundárního systému. Díky tomu se tato porucha na výstupu primárního systému nemusí vůbec projevit.



Obrázek 2.3: Kaskádní řízení - dvě smyčky

Kolem sekundárního systému je uzavřena zpětná vazba a je použit regulátor sekundární smyčky, který zde bude sloužit jako sekundární regulátor. Jeho vstupem je výstup primárního regulátoru. Tato smyčka se nazývá vnitřní smyčka a může zde být použito agresivnější řízení. Kolem celé soustavy je pak uzavřena vnější zpětná vazba a řízení zde obstarává primární regulátor.

2.3 Volba sekundárně měřených veličin

Hlavní vliv na úspěšné použití kaskádní struktury má volba sekundárně měřených veličin, nejčastěji jedné sekundární veličiny. Naší snahou by mělo být co nejtěsnější uzavření poruch do vnitřní smyčky, aby většina působících poruch působila ve vnitřní smyčce. Zároveň bychom měli volit sekundární veličinu tak, aby její odezva byla mnohem rychlejší než u primární veličiny.

Další možné použití kaskádního řízení je omezování vnitřních veličin, sekundárně měřené veličiny se zde řídí za účelem omezování jejich amplitud.

Pro úspěšný návrh jsou uváděny následující pravidla:

- Mezi primární a sekundární měřenou veličinou by měla být dobře definovaná vazba
- Podstatné poruchy by měly působit hlavně ve vnitřní smyčce

- Vnitřní smyčka by měla být rychlejší než vnější - poměr časových konstant primárního a sekundárního systému T_p/T_s by se měl pohybovat mezi 5 až 10, nejhůře však 3. Jako časovou konstantu lze použít dobu náběhu T_p nebo dobu ustálení T_s .
- Ve vnitřní smyčce by mělo být možné použít vyšší zesílení regulátoru
- Vnitřní smyčka by měla citlivě reagovat na všechny změny - vnitřní systém by neměl obsahovat velké dopravní zpoždění

2.4 Regulátory

Jako regulátor pro řízení smyček kaskádních systémů bude využit regulátor PID (Proporcionálně-Integračně-Derivační). Tento typ regulátoru je stále hojně v průmyslu využíván pro svoji jednoduchou implementaci a také proto, že pro něj existuje mnoho ladících postupů.

2.4.1 Základní struktury PID regulátoru

Základní verzi PID algoritmu je verze reprezentovaná rovnicí:

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.3)$$

Kde $e(t)$ je regulační odchylka a $u(t)$ je akční veličina regulátoru. Tuto rovnici v časové oblasti PID algoritmu lze také reprezentovat přenosovou funkcí:

$$C(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (2.4)$$

Tato reprezentace se nazývá neinteragující forma PID regulátoru. Další častou reprezentací je tzv. interagující forma:

$$C'(s) = K' \left(1 + \frac{1}{sT'_i} \right) (1 + sT'_d) \quad (2.5)$$

Reprezentace se nazývá interagující kvůli tomu, že derivační konstanta T'_d ovlivňuje integrační složku regulátoru. Převod mezi interagující verzí a neinteragující je následující:

$$\begin{aligned} K &= K' \frac{T'_i + T'_d}{T'_i} \\ T_i &= T'_i + T'_d \\ T_d &= \frac{T'_i T'_d}{T'_i + T'_d} \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.4.2 Limitace derivační složky

Předchozí struktury nejsou moc vhodné pro praktické využití. Přenos regulátorů není ryzí, derivační složka bez limitace je velmi náchylná k vysokofrekvenčnímu šumu, který zesiluje. Z praktického hlediska se pak k derivační složce zařazuje filtr. V dalších kapitolách budou metody ladění využívat následující struktury PID regulátoru s filtrem:

$$\text{PID1} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \left(\frac{T_d s + 1}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right) \quad (2.7)$$

$$\text{PID2} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right) \quad (2.8)$$

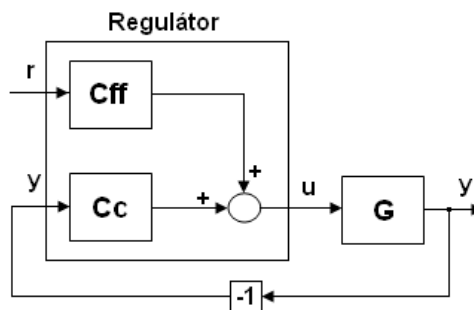
$$\text{PID3} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \left(\frac{1}{T_f s + 1} \right) \quad (2.9)$$

Parametr filtru N se obvykle volí $N = 10$.

2.4.3 Použití více stupňů volnosti

Předchozí struktury PID regulátoru byly struktury takzvaně s jedním stupněm volnosti. Vstupem těchto regulátorů je samotná regulační odchylka $e = r - y$.

Flexibilnější struktura využívá jako vstup referenci r a výstup řízeného procesu y . Tato struktura umožňuje definovat různé přenosy pro přenos reference na akční veličinu a pro přenos řízené veličiny na akční veličinu. Tato struktura regulátoru se nazývá struktura se dvěma stupni volnosti. Blokové schéma je na obrázku 2.4.



Obrázek 2.4: Regulátor se dvěma stupni volnosti

Přenos reference r na akční veličinu u je následující:

$$C_{ff} = K \left(b + \frac{1}{sT_i} + csT_d \right) \quad (2.10)$$

Přenos řízené veličiny y na akční veličinu u je:

$$C_c = K \left(+ + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (2.11)$$

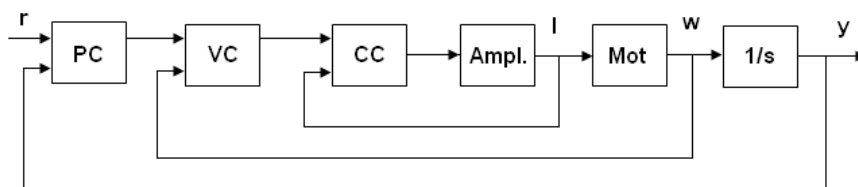
Parametr c se obvykle volí $c = 0$, v přenosu reference tedy nepoužíváme derivační složku. Reference se ve většině případů mění skokově a tudíž není derivační složka žádaná.

Regulátor s $b = 0$ a $c = 0$ se nazývá I-PD regulátor. Regulátor s $b = 1$ a $c = 0$ se pak nazývá PI-D regulátor.

2.5 Příklad použití

Typickým případem, kdy se používá kaskádní řízení, je použití rychlostní smyčky u mechanických systémů nebo použití vazby od průtoku v chemických procesech.

Příklad na použití kaskádního řízení můžeme najít v [2, strana 280]. Jedná se o řízení polohy hřídele stejnosměrného motoru. Blokové schéma vidíme na obrázku 2.5. Celý systém má tři vnořené smyčky, to znamená, že kromě měření úhlu natočení hřídele (polohy) měříme také proud a úhlovou rychlost hřídele. Nejrychlejší smyčka je proudová smyčka, kde je řídíme výstupní proud zesilovače. Tato smyčka také slouží k omezení velikosti proudu. Následuje smyčka pro řízení úhlové rychlosti, ta je řízena regulátorem úhlové rychlosti. Jako poslední je pak polohová smyčka s polohovým regulátorem. Toto uspořádání umožňuje velmi přesné polohování.



Obrázek 2.5: Řízení polohy - stejnosměrný motor

Kapitola 3

Metody ladění

3.1 Metody aproximace

3.1.1 Metody aproximace modelem FOPDT

FOPDT (First Order Plus Dead Time) je tříparametrový model prvního řádu, který je charakterizován parametry K, T a L . Jedná se o statické zesílení, časovou konstantu a dopravní zpoždění. Přenos pak vypadá následovně

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls}. \quad (3.1)$$

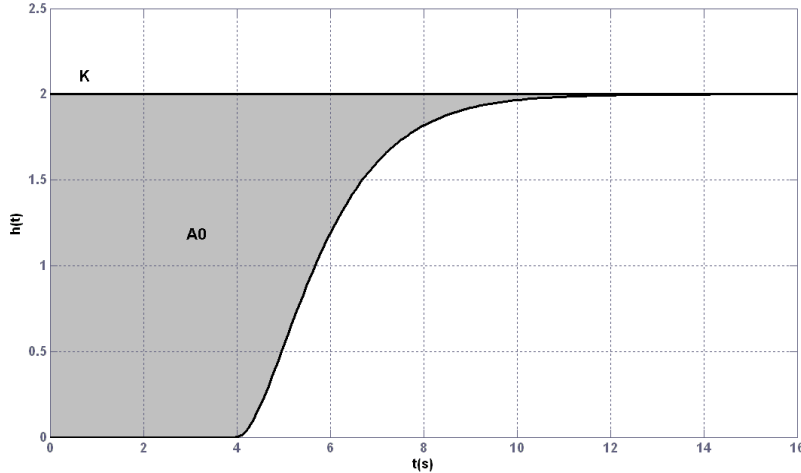
Tímto modelem jsou často aproximovány stabilní modely vyšších řádů, dynamika na vyšších frekvencích je aproximována pomocí časové konstanty T a dopravního zpoždění L . Pro tento model existuje mnoho metod pro naladění PID regulátoru a proto je často používán. V následovně uvedených metodách ladění kaskády se ho využívá a proto jsem implementoval různé metody pro aproximaci tímto modelem.

3.1.1.1 Metoda oblastí (Area method)

Tato metoda je uvedena v [2, strana 24]. Vychází z přechodové charakteristiky, což je odezva soustavy na jednotkový skok. Podmínkou je monotónní přechodová charakteristika. Nejdříve je nutné získat statické zesílení K a obsah oblasti A_0 , která je vidět na příkladu přechodové charakteristiky na obrázku 3.1. Tato oblast je definována

$$A_0 = \int_0^{\infty} (h(\infty) - h(t)) dt. \quad (3.2)$$

Následně pak vypočítáme časovou konstantu $T_{AR} = \frac{A_0}{K}$. Tuto konstantu využijeme k

Obrázek 3.1: Určení oblasti A_0 z přechodové charakteristiky

výpočtu další oblasti A_1 :

$$A_1 = \int_0^{T_{AR}} h(t) dt = \int_0^T K \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) dt = KT e^{-1} \quad (3.3)$$

Časovou konstantu T pak určíme

$$T = \frac{eA_1}{K} \quad (3.4)$$

a dopravní zpoždění

$$L = T_{AR} - T = \frac{A_0}{K} - \frac{eA_1}{K}. \quad (3.5)$$

Tato metoda je implementována ve funkci *getFOPDT* v souboru *getFOPDT.m*.

3.1.1.2 Robustní identifikace FOPDT z přechodové charakteristiky

Tato metoda pochází z [5]. Stejně jako předchozí metoda využívá k identifikaci přechodovou charakteristiku. Metoda vychází z předpokladu, že odezva na jednotkový skok pro systém s přenosem (3.1) bude pro čas $t \geq L$

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{(t-L)}{T}}\right) + e(t), \quad t \geq L, \quad (3.6)$$

kde $e(t)$ je bílý šum. Tuto rovnici můžeme přepsat:

$$e^{-\frac{(t-L)}{T}} = 1 - \frac{y(t)}{K} + \frac{e(t)}{K} \quad (3.7)$$

Integrovaním $y(t)$ v rovnici 3.6 od $t = 0$ do $t = \tau$ ($\tau \geq L$) dostáváme:

$$\int_0^{\tau} y(t) dt = \left[K \left(t + T e^{\frac{-(t-L)}{T}} \right) \right]_L^{\tau} + \int_0^{\tau} e(t) dt \quad (3.8)$$

Použitím rovnice 3.7 a $y(L) = 0$ můžeme psát:

$$\int_0^{\tau} y(t) dt = K \left[\tau - L - T \frac{y(\tau)}{K} \right] + [Te(t)]_L^{\tau} + \int_0^{\tau} e(t) dt \quad (3.9)$$

Z této rovnice následovně vyplývá

$$\begin{bmatrix} y(\tau) & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ L \end{bmatrix} = K\tau - A(\tau) + \delta(\tau), \quad \tau \geq L, \quad (3.10)$$

$A(\tau)$ je oblast pod přechodovou charakteristikou systému a $\delta(\tau)$ je integrál šumu měření charakteristiky.

$$\begin{aligned} A(\tau) &= \int_0^{\tau} y(t) dt, \\ \delta(\tau) &= [Te(t)]_L^{\tau} + \int_0^{\tau} e(t) dt. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Další postup spočívá nejdříve v určení statického zesílení K a navzorkování odezvy systému na jednotkový skok. Pro jednotlivé vzorky pro čas $t \geq L$ můžeme dle rovnice (3.6) sestavit soustavu rovnic

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} + \mathbf{\Delta} \quad \text{pro } \tau \geq L, \quad (3.12)$$

kde

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} T \\ L \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} y[kT_s] & K \\ y[(k+1)T_s] & K \\ \vdots & \vdots \\ y[(n+1)T_s] & K \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} Kt[kT_s] - A[kT_s] \\ Kt[(k+1)T_s] - A[(k+1)T_s] \\ \vdots \\ Kt[(n+1)T_s] - A[(n+1)T_s] \end{bmatrix}, \\ \mathbf{\Delta} &= \begin{bmatrix} \delta[kT_s] \\ \delta[(k+1)T_s] \\ \vdots \\ \delta[(n+1)T_s] \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

T_s je vzorkovací perioda a $kT_s \geq L$. Odhad parametrů x dostaneme použitím standardní metody nejmenších čtverců. Odhad je pak dán jako

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (3.14)$$

Tato metoda je stejně jako předchozí implementována ve funkci *getFOPDT* v souboru *getFOPDT.m*.

3.1.1.3 Frekvenční FOPDT aproximace

Postup této aproximace je uveden v [12]. Vychází z předpokladu, že u systému, který chceme aproximovat modelem FOPDT známe jeho přenosovou funkci $G_m(s)$ a jeho frekvenční charakteristiku.

Nejdříve se určí statické zesílení K jako

$$K = G_m(0) \quad (3.15)$$

Časová konstanta T se spočítá použitím metody nejmenších čtverců na rovnici

$$T = \frac{\sqrt{K^2 - |G_m(j\omega_i)|^2}}{|G_m(j\omega_i)|\omega_i} \quad 0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots \leq \omega_c \quad (3.16)$$

kde ω_c je kritická frekvence, tedy frekvence pro kterou $|G_m(j\omega_c)| = 1$ a ω_i jsou frekvence rovnoměrně rozmístěné od 0 do ω_c . Pokud kritická frekvence neexistuje (rovnice $|G_m(j\omega_c)| = 1$ nemá řešení), pak je frekvence ω_c zvolena jako frekvence, pro kterou platí $|G_m(j\omega_c)| = |G_m(0)| - 3dB$.

Dopravní zpoždění se pak určí s využitím podmínky, že fáze $G_m(j\omega_c)$ má být stejná jako fáze $G(j\omega_c)$ FOPDT modelu, z čehož vyplývá

$$L = -\frac{\arg G_m(j\omega_c) + \arctan(\omega_c T)}{\omega_c} \quad (3.17)$$

Výhodou této metody aproximace je to, že poskytuje dobrou aproximaci v celém frekvenčním pásmu redukovaného systému (tedy pro frekvence od 0 do ω_c).

3.1.1.4 Příklad aproximace

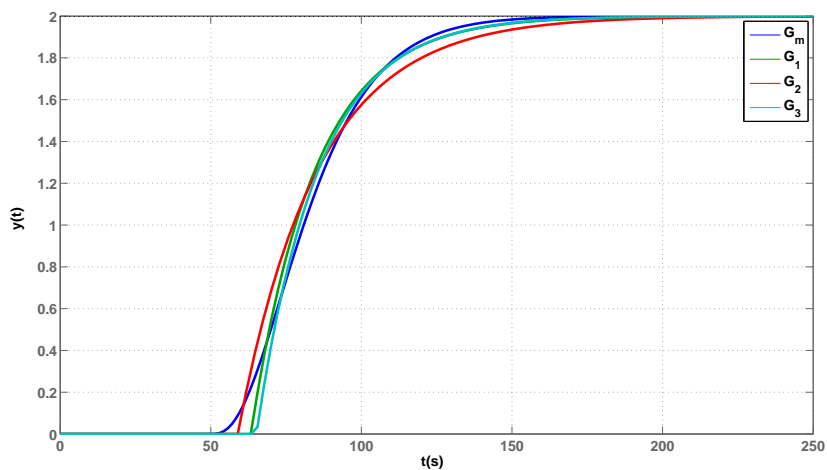
Jako příklad pro metody FOPDT aproximace bude sloužit systém třetího řádu s přenosem

$$G_m = \frac{0.0013}{s^3 + 0.26s^2 + 0.0225s + 0.00065} e^{-50s}. \quad (3.18)$$

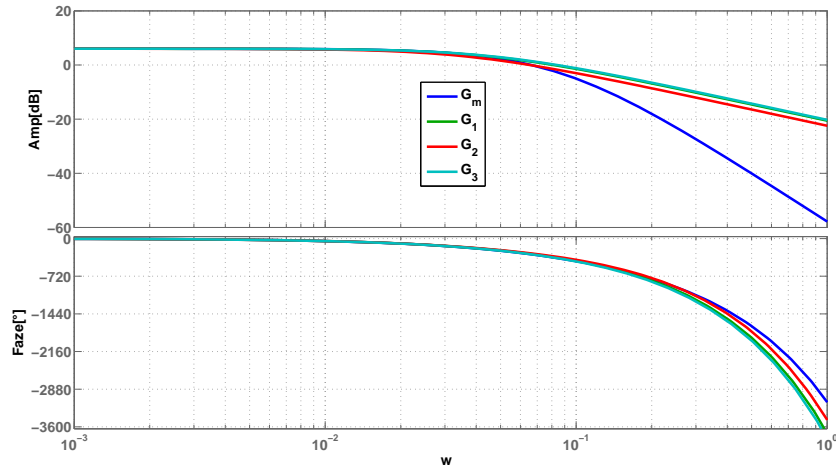
Tento systém má kritickou frekvenci $\omega_c = 0.0664 \text{ rad/s}$. Získané aproximované modely pomocí jednotlivých metod byly

$$G_1 = \frac{2}{21.32s + 1} e^{-63.3s} \quad G_2 = \frac{2}{26.49s + 1} e^{-59s} \quad G_3 = \frac{2}{20.6s + 1} e^{-65.2s}, \quad (3.19)$$

kde G_1 je model získaný Metodou oblastí, G_2 metodou Robustní identifikace a G_3 Frekvenční metodou. Na obrázku 3.2 vidíme srovnání přechodových charakteristik a na obrázku 3.3 pak vidíme srovnání Bodeho frekvenčních charakteristik systému a jeho jednotlivých aproximovaných modelů.



Obrázek 3.2: Přechodová charakteristika systému a aproximovaných modelů



Obrázek 3.3: Bodeho frekvenční charakteristika systému a aproximovaných modelů

3.1.1.5 Aproximace systémů s integrátorem

Kromě stabilních systémů, které je možné aproximovat modelem 3.1, se také velmi často objevují systémy s pólem na mezi stability, neboli systémy s integrátorem (s členem $\frac{1}{s}$). Tyto systémy je možné aproximovat modelem FOPDT s integrátorem. Přenos modelu pak vypadá následovně:

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)} e^{-Ls}. \quad (3.20)$$

Pro tyto systémy je možné využít výše uvedené metody aproximace. Je ale nutné aproximovat systémy bez integrátoru a integrátor pak dodat dodatečně do modelu.

3.1.1.6 Příklad aproximace systému s integrátorem

Jako příklad aproximace systému s integrátorem bude sloužit systém třetího řádu s přenosem

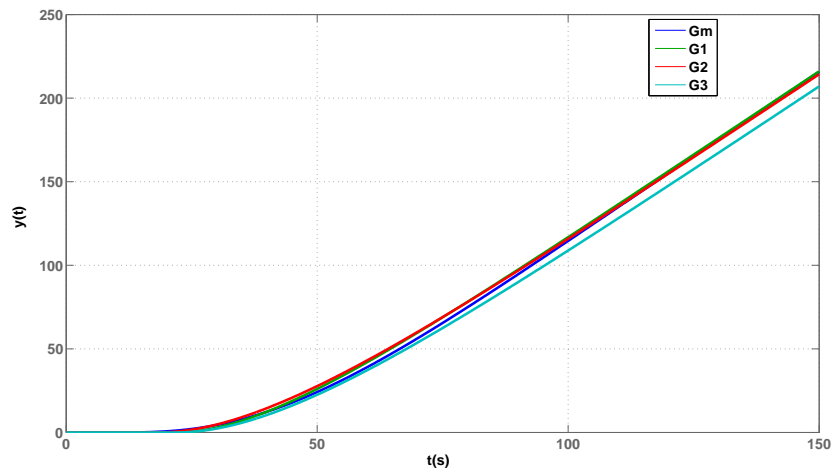
$$G_m(s) = \frac{2}{400s^3 + 32s^2 + s} e^{-10s} \quad (3.21)$$

Získané aproximované modely pomocí jednotlivých metod byly

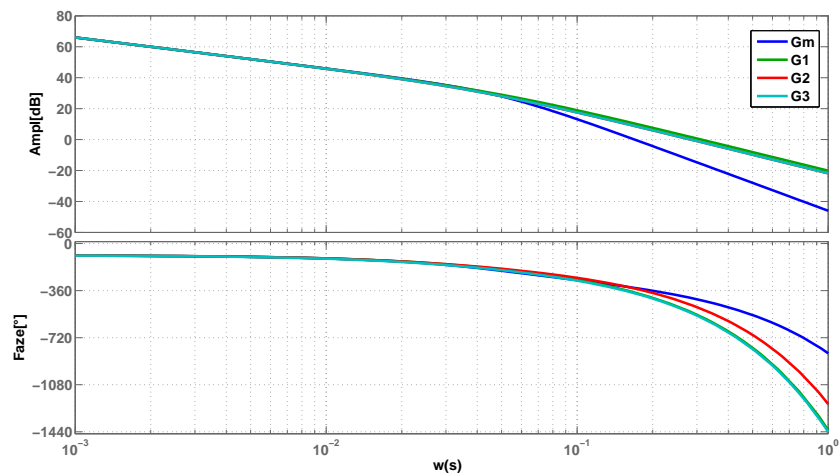
$$G_1 = \frac{2}{20.25s^2 + s} e^{-21.8s} \quad G_2 = \frac{2}{24.67s^2 + s} e^{-18.3s} \quad G_3 = \frac{2}{24.56s^2 + 1} e^{-22s}, \quad (3.22)$$

kde G_1 je model získaný Metodou oblastí, G_2 metodou Robustní identifikace a G_3 Frekvenční metodou. Na obrázku 3.4 vidíme srovnání přechodových charakteristik a na obrázku

3.5 pak vidíme srovnání Bodeho frekvenčních charakteristik systému a jeho jednotlivých aproximovaných modelů.



Obrázek 3.4: Přechodová charakteristika systému a aproximovaných modelů



Obrázek 3.5: Bodeho frekvenční charakteristika systému a aproximovaných modelů

3.1.2 Metody aproximace modelem SOPDT

Model SOPDT (Second Order Plus Dead Time) je čtyřparametrový model druhého řádu. Charakterizován je parametry K, T, L a ζ . K je statické zesílení, T je časová

konstanta, L je dopravní zpoždění a nakonec ζ je relativní tlumení. Přenos tohoto modelu vypadá následovně

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1} e^{-Ls}. \quad (3.23)$$

Výhodou modelu SOPDT je to, že na rozdíl od modelu FOPDT umožňuje dobře modelovat kmitavé systémy. Ve frekvenční oblasti dovoluje namodelovat rezonanční převýšení. Stejně jako pro model FOPDT existují pro SOPDT pravidla pro ladění regulátorů PID.

3.1.2.1 Frekvenční SOPDT aproximace

Stejně jako u metody pro model FOPDT je tato metoda uvedena v [12]. Princip je velmi podobný jako u jednoduššího modelu. Výhodou je poměrně přesná aproximace ve frekvenčním pásmu systému.

Nejdříve je určeno statické zesílení pomocí vztahu 3.15.

Časová konstanta a relativní tlumení se získá použitím metody nejmenších čtverců na rovnici

$$T^4 |G_m(j\omega_i)|^4 \omega_i^4 + (4T^2\zeta^2 - 2T^2) |G_m(j\omega_i)|^2 \omega_i^2 = K^2 - |G_m(j\omega_i)|^2, \quad (3.24)$$

$$0 < \omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_i < \dots \leq \omega_c$$

kde ω_c je frekvence určená stejně jako ve vztahu 3.16.

Dopravní zpoždění vypočítáme z fázové podmínky následovně

$$L = \frac{-\arg G_m(j\omega_c) + \arctan\left(\frac{-2T\zeta\omega_c}{1-T^2\omega_c^2}\right)}{\omega_c} \quad (3.25)$$

Tato metoda je implementována ve funkci *getSOPDT* v souboru *getSOPDT.m*.

3.1.2.2 Příklad

Příklad pro metodu SOPDT aproximace je systém čtvrtého řádu s přenosem

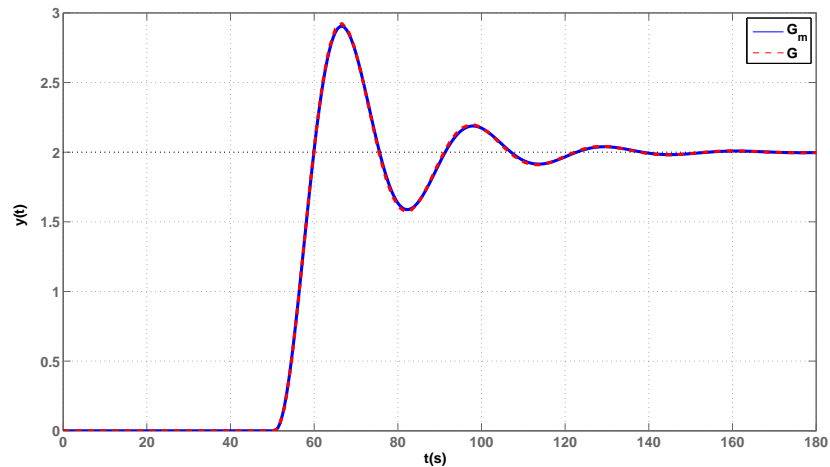
$$G_m = \frac{0.344}{s^4 + 5.1s^3 + 6.543s^2 + 0.8125s + 0.255} e^{-50s}. \quad (3.26)$$

Tento systém má kritickou frekvenci $\omega_c = 0.344 \text{ rad/s}$. Získaný aproximovaný model SOPDT má následující parametry a přenos

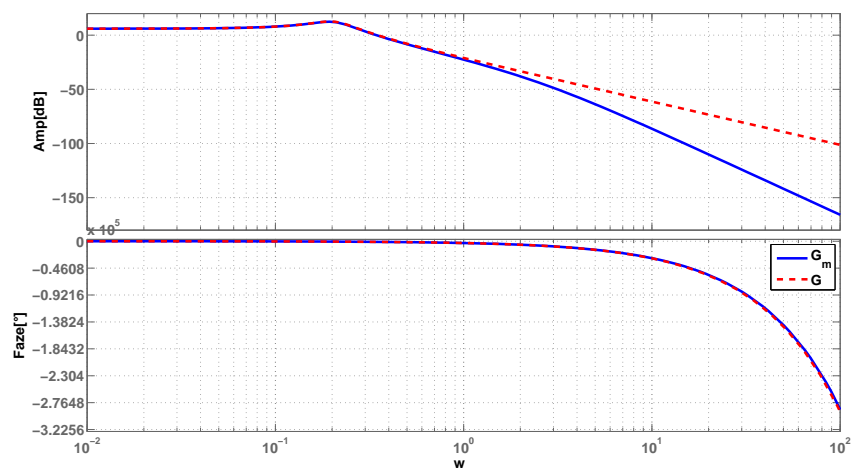
$$K = 2 \quad T = 4.8196 \quad \zeta = 0.2387 \quad L = 50.9$$

$$G(s) = \frac{2}{23.23s^2 + 2.301s + 1} e^{-50.9s}. \quad (3.27)$$

Na obrázku 3.6 vidíme srovnání přechodových charakteristik a na obrázku 3.7 pak vidíme srovnání Bodeho frekvenčních charakteristik systému a jeho SOPDT modelu.



Obrázek 3.6: Přechodová charakteristika systému a modelu SOPDT



Obrázek 3.7: Bodeho frekvenční charakteristika systému a modelu SOPDT

3.2 Gamma Tuning

Gamma Tuning je metoda pro ladění kaskádních struktur složených z dvou stabilních systémů. Byla publikována v článku [1]. Metoda vyžaduje matematické modely jak sekundárního, tak primárního systémů. Nadále pak pracuje se zjednodušenými modely FOPDT. Hlavní důraz klade na ladění sekundárního regulátoru, který ladí suboptimálně

vzhledem k úloze sledování reference a k úloze kompenzace poruchy. K tomuto ladění používá takzvané γ -ladění, které publikovali autoři této metody v předchozích článcích. Jedná se o obecný princip, který je v případě této metody zjednodušen pro model FOPDT z důvodu jednoduchosti výpočtu. Primární regulátor je pak laděn opět na zjednodušený model FOPDT. Ladění primárního regulátor je hodně konzervativní kvůli zanedbané dynamice.

3.2.1 γ -ladění

Tato metoda hledá suboptimální regulátor pro úlohu servomechanismu (sledování reference) a pro úlohu regulace (kompenzaci poruchy). Regulátor může být naladěn optimálně vždy pouze pro jednu z těchto úloh, hledání suboptimálního regulátoru je pak kompromisem mezi těmito optimálními případy s co nejmenší degradací chování v obou případech. Pro hodnocení chování suboptimálního regulátoru je použito parametrizované kvadratické kritérium regulační odchylky ve tvaru:

$$J_x^n(z) = \int_0^{\infty} (t^n e(t, x, z))^2 dt \quad (3.28)$$

parametr x značí operační mód regulátoru a z pak vybraný operační mód pro ladění. Módy jsou dva SP (set-point) - úloha servomechanismu a LD (load-disturbance) - úloha regulace, tedy $x \in [\text{SP}, \text{LD}]$ a $z \in [\text{SP}, \text{LD}]$.

Dále je pak zaveden *index degradace chování*, který je přiřazen k laděnému módu a testován na módu opačném. Index degradace ladění pro úlohu regulace je pak definován:

$$\text{PD}_{\text{SP}}(\text{LD}) = \left| \frac{J_{\text{SP}}^n(\text{LD}) - J_{\text{SP}}^n(\text{SP})}{J_{\text{SP}}^n(\text{SP})} \right| \quad (3.29)$$

opačně je pak definován index degradace chování pro úlohu servomechanismu:

$$\text{PD}_{\text{LD}}(\text{SP}) = \left| \frac{J_{\text{LD}}^n(\text{SP}) - J_{\text{LD}}^n(\text{LD})}{J_{\text{LD}}^n(\text{LD})} \right| \quad (3.30)$$

Hledáme suboptimální ladění regulátoru, proto je nutné zavést parametr, který bude vážit vliv obou módů ladění. Ladění je pak parametrizováno jedním parametrem $\gamma \in [0, 1]$. Mezní hodnota $\gamma = 0$ odpovídá optimálnímu ladění pro úlohu servomechanismu a hodnota $\gamma = 1$ pak úloze regulace. Parametry regulátoru $[K_p(\gamma), T_i(\gamma), T_d(\gamma)]$ jsou generovány lineární kombinací parametrů regulátoru pro oba laděné módy:

$$\begin{aligned} K_p(\gamma) &= \gamma K_p^{\text{LD}} + (1 - \gamma) K_p^{\text{SP}} \\ T_i(\gamma) &= \gamma T_i^{\text{LD}} + (1 - \gamma) T_i^{\text{SP}} \\ T_d(\gamma) &= \gamma T_d^{\text{LD}} + (1 - \gamma) T_d^{\text{SP}} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Pro takto nalezené parametry γ -ladění je nutné zavést index degradace chování podobně jako v (3.29) a (3.30). Indexy budou dva - je nutné testovat chování při úloze servomechanismu i při úloze regulace. Index degradace chování při úloze servomechanismu bude:

$$PD_{SP}(\gamma) = \left| \frac{J_{SP}^n(\gamma) - J_{SP}^n(SP)}{J_{SP}^n(SP)} \right| \quad (3.32)$$

a index pro úlohu regulace pak:

$$PD_{LD}(\gamma) = \left| \frac{J_{LD}^n(\gamma) - J_{LD}^n(SP)}{J_{LD}^n(SP)} \right| \quad (3.33)$$

Nakonec je definován globální index degradace chování, který je z předchozích dvou indexů složen následovně:

$$PD(\gamma) = W_{LD}PD_{LD}(\gamma) + W_{SP}PD_{SP}(\gamma) \quad (3.34)$$

W_{LD} a W_{SP} jsou váhy, které váží vliv jednotlivých indexů. Rozhodující je pak jejich poměr $\frac{W_{LD}}{W_{SP}}$. Nakonec suboptimální nastavení regulátoru získáme řešením optimalizačního problému:

$$\gamma_{op} = \arg \left[\min_{\gamma} PD(\gamma) \right] \quad (3.35)$$

Díky tomu, že parametry suboptimálního regulátoru se získají lineární kombinací optimálních nastavení pro jednotlivé módy, je tato optimalizace pouze jednorozměrná.

3.2.2 Aproximace sekundárního systému

Prvním krokem metody je, stejně jako u předchozí, aproximace přenosové funkce sekundárního systému modelem FOPDT s přenosem (3.1). Pro tuto aproximaci můžeme využít metody uvedené v kapitole 3.1.1.

3.2.3 Ladění sekundárního regulátoru

3.2.3.1 Ladění pro úlohu servomechanismu

Na základě optimalizace pro úlohu servomechanismu [4] lze parametry regulátoru PID struktury 2.8 na základě modelu FOPDT určit

$$K_p = \frac{a_1}{K} (\tau)^{b_1} \quad T_i = \frac{T}{a_2 + b_2\tau} \quad T_d = a_3 T (\tau)^{b_3} \quad (3.36)$$

kde τ je normalizované dopravní zpoždění $\tau = \frac{L}{T}$ a parametry a_i a b_i jsou parametry dané v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Parametry pro optimální PID regulátor pro úlohu servomechanismu

| τ | 0,1 - 1,0 | | | 1,1 - 2,0 | | |
|-----------|-----------|--------|--------|-----------|--------|--------|
| Kritérium | ISE | ISTE | IST2E | ISE | ISTE | IST2E |
| a_1 | 1,048 | 1,042 | 0,968 | 1,154 | 1,142 | 1,061 |
| b_1 | -0,897 | -0,897 | -0,904 | -0,567 | -0,579 | -0,583 |
| a_2 | 1,195 | 0,987 | 0,977 | 1,047 | 0,919 | 0,892 |
| b_2 | -0,368 | -0,238 | -0,253 | -0,220 | -0,172 | -0,165 |
| a_3 | 0,489 | 0,385 | 0,316 | 0,490 | 0,384 | 0,315 |
| b_3 | 0,888 | 0,906 | 0,892 | 0,708 | 0,839 | 0,832 |

3.2.3.2 Ladění pro úlohu regulace

Podobně jako v předchozím případě určíme parametry regulátoru pro úlohu regulace na základě modelu FOPDT:

$$K_p = \frac{a_1}{K} (\tau)^{b_1} \quad \frac{1}{T_i} = \frac{a_2}{T} (\tau)^{b_2} \quad T_d = a_3 T (\tau)^{b_3} \quad (3.37)$$

kde τ je normalizované dopravní zpoždění $\tau = \frac{L}{T}$ a parametry a_i a b_i jsou parametry dané v tabulce 3.2.

Tabulka 3.2: Parametry pro optimální PID regulátor pro úlohu regulace

| τ | 0,1 - 1,0 | | | 1,1 - 2,0 | | |
|-----------|-----------|--------|--------|-----------|--------|--------|
| Kritérium | ISE | ISTE | IST2E | ISE | ISTE | IST2E |
| a_1 | 1,473 | 1,468 | 1,531 | 1,524 | 1,515 | 1,592 |
| b_1 | -0,970 | -0,970 | -0,960 | -0,735 | -0,730 | -0,705 |
| a_2 | 1,115 | 0,942 | 0,971 | 1,130 | 0,957 | 0,957 |
| b_2 | -0,753 | -0,725 | -0,746 | -0,641 | -0,598 | -0,597 |
| a_3 | 0,550 | 0,443 | 0,413 | 0,552 | 0,444 | 0,414 |
| b_3 | 0,948 | 0,939 | 0,933 | 0,851 | 0,847 | 0,850 |

3.2.3.3 Gamma ladění

Princip γ -ladění spočívá v určení γ_{op} , které minimalizuje globální index degradace chování (3.34). Můžeme provést přímo optimalizaci (3.35) pro $\gamma \in [0, 1]$ nebo použít aproximaci

pro určení γ :

$$\begin{aligned}\gamma(\tau) &= a + b\tau + c\tau^2 \quad \tau \in [0, 1; 1, 0] \\ \gamma(\tau) &= a + b\tau^c \quad \tau \in [1, 1; 2, 0]\end{aligned}\tag{3.38}$$

kde parametry a, b a c jsou dány tabulkou 3.3. Po získání parametru γ_{op} již můžeme vypočítat parametry regulátoru dle (3.31).

Tabulka 3.3: Parametry pro γ -ladění

| Konstanta | τ | |
|-----------|-----------|-----------|
| | 0,1 - 1,0 | 1,1 - 2,0 |
| a | 0,5778 | 0,2382 |
| b | -0,5753 | 0,2313 |
| c | 0,5528 | -7,1208 |

3.2.4 Redukce modelu pro primární regulátor

Poté co je naladěn sekundární (vnitřní) regulátor a uzavřena sekundární (vnitřní) smyčka, je soustava pro primární regulátor tvořena sériovým zapojením uzavřené vnitřní smyčky a primárního systému, tedy přenosem

$$G_e = \frac{C_2 G_2}{1 + C_2 G_2} G_1.\tag{3.39}$$

Při určení tohoto přenosu je nutné aproximovat dopravní zpoždění sekundárního systému. Je možné například použít Padého aproximaci (obvykle prvního nebo druhého řádu). Získaný složený systém je pak znovu aproximován modelem FOPDT s přenosem $\hat{G}_e(s)$

$$\hat{G}_e = \frac{K_e}{T_e s + 1} e^{-L_e s}.\tag{3.40}$$

3.2.5 Ladění primárního regulátoru

Jakmile je k dispozici model $\hat{G}_e(s)$, můžeme začít ladit primární regulátor a to hlavně s ohledem na možnost přítomnosti vyšší dynamiky a s ohledem na dobré sledování reference. K ladění primárního regulátoru se využívá jednoduchých ladících pravidel na základě modelu FOPDT uvedených v [15]. Tyto pravidla poskytují určitý stupeň

robustnosti. Parametry regulátoru PID struktury 2.8 se určí následovně:

$$\begin{aligned} K_{p1} &= \frac{T_{i1}}{2,65K_eL_e} \\ T_{i1} &= T_e + 0,03L_e \\ \frac{T_{d1}}{N_1} &= 1,72L_e \\ N_1 + 1 &= \frac{T_e}{T_{i1}} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Tato metoda je implementována ve funkci *GammaTuning* v souboru *GammaTuning.m*.

3.2.6 Příklad

Jako příklad pro použití metody Gamma Tuning bude jednoduchá kaskáda $G(s) = G_2(s)G_1(s)$ s přenosy

$$G_1(s) = \frac{1}{100s + 1} e^{-44s} \quad G_2(s) = \frac{1}{20s + 1} e^{-4s} \quad (3.42)$$

Pro srovnání naladíme pomocí γ -ladění PID regulátor také pro systém jako celek ($G(s)$). Naladěné parametry regulátorů vidíme v tabulkách 3.4, 3.5 a 3.6.

Tabulka 3.4: PID parametry pro vnitřní smyčku

| Ladění: | SP | LD | Gamma |
|----------|---------|--------|---------|
| K_{p2} | 0,8879 | 1,4036 | 1,1379 |
| T_{i2} | 17,8348 | 5,3386 | 11,7760 |
| T_{d2} | 2,3424 | 2,3920 | 2,3664 |
| N_2 | 10 | 10 | 10 |

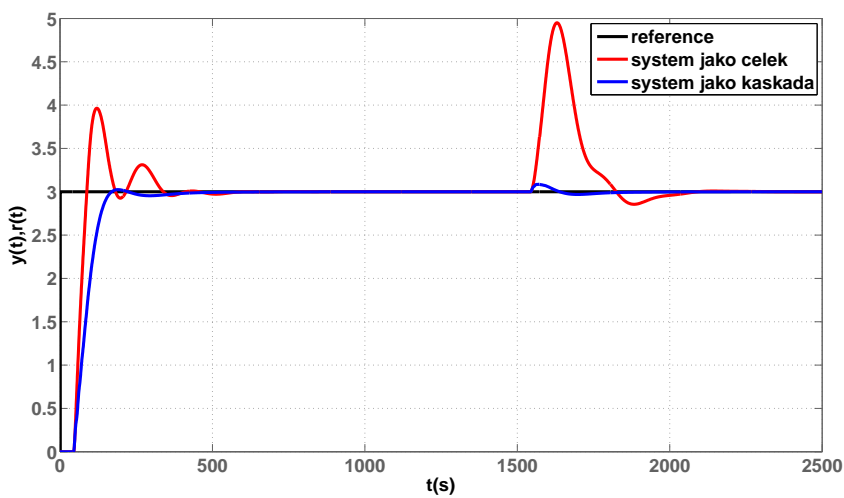
Tabulka 3.5: PID parametry pro vnější smyčku

| Ladění: | SP | LD | Gamma |
|----------|----------|----------|----------|
| K_{p1} | 1,2425 | 1,3115 | 1,2251 |
| T_{i1} | 112,2063 | 110,8399 | 109,8047 |
| T_{d1} | 0,5341 | 0,4735 | 0,5376 |
| N_1 | 0,0091 | 0,0086 | 0,0092 |

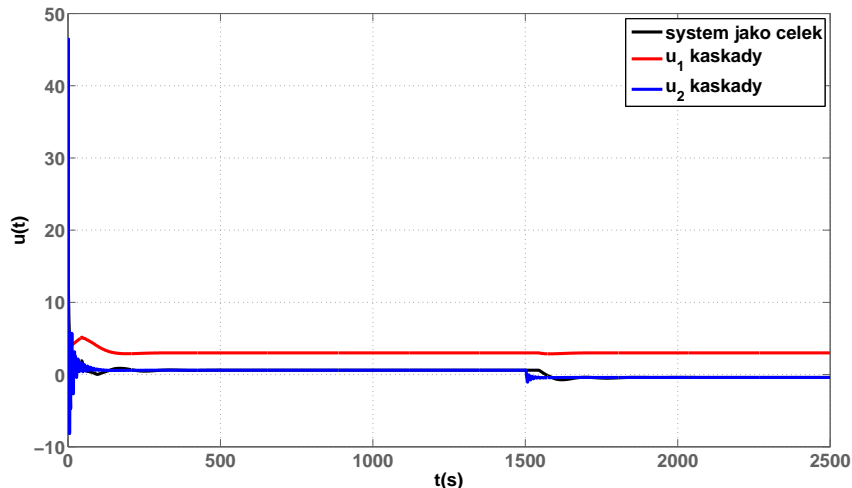
Tabulka 3.6: PID parametry pro systém jako celek

| Ladění: | Gamma |
|---------|---------|
| K_p | 0,4217 |
| T_i | 86,9949 |
| T_d | 31,9795 |
| N | 10 |

Na obrázku 3.8 vidíme průběh výstupů při sledování reference, na obrázku 3.9 pak průběh akčních zásahů. V čase $t = 1500s$ jsem simuloval poruchu (jednotkové velikosti) působící na sekundární systém.



Obrázek 3.8: Gamma Tuning - sledování reference



Obrázek 3.9: Gamma Tuning - akční zásahy

Na simulaci je vidět, že naladění kaskády vykazuje dobré výsledky jak při sledování reference tak i při kompenzaci poruchy. Sekundární regulátor by sice měl být naladěn hlavně pro kompenzaci poruchy působící na sekundární systém, ale pokud působí poruchy i na primární systém je výhodné, aby také dobře sledoval referenci. V případě této metody tyto podmínky sekundární regulátor splňuje díky suboptimálnímu nastavení pomocí γ -ladění.

3.2.7 Modifikace

Originální metoda aproximuje systém pro primární regulátor jednoduchým modelem FOPDT. Jelikož se jedná o systém vyššího řádu, s častým výskytem oscilací v přechodové charakteristice, je tato aproximace poměrně velmi nepřesná.

Modifikace originální metody spočívá v tom, že systém pro primární regulátor není aproximován modelem FOPDT, ale komplexnějším modelem SOPDT s využitím metody uvedené v kapitole 3.1.2 .

Pro tento aproximovaný model SOPDT je pak laděn primární regulátor s využitím různých ladících pravidel pro tento model. Nejvhodnější pravidla jsou volena na základě parametrů SOPDT modelu. Modifikovaná metoda je implementovaná funkcí

ImprGammaTuning2 v souboru *ImprGammaTuning2.m*

3.2.7.1 IMC-Chien PID ladění

Tyto ladicí pravidla byla uvedena v [6]. Jsou určena pro PID regulátor se strukturou 2.8. Pro SOPDT model 3.23 se parametry regulátoru určí následovně:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{2\zeta T}{K(\lambda+L)} & T_i &= 2\zeta T & T_d &= \frac{T}{2\zeta} \\ \lambda &= \max(0.25L, 0.2T) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Toto ladění je implementováno ve funkci *IMCChienPIDTuning* v souboru *IMCChienPIDTuning.m*.

3.2.7.2 IMC-Mac PID ladění

Jedná se o pravidla pro SOPDT model na základě práce [10]. Také využívají PID strukturu 2.8. Parametry regulátoru jsou laděny

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{T_i}{K(2\lambda+L)} & T_i &= 2\zeta T - \frac{2\lambda^2-L^2}{2(2\lambda+L)} & T_d &= T_i - 2\zeta T + \frac{T^2 - \frac{L^3}{6(2\lambda+L)}}{T_i} \\ \lambda &= \max(0.25L, 0.2T). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Toto ladění je implementováno ve funkci *IMCMacPIDTuning* v souboru *IMCMacPIDTuning.m*.

3.2.7.3 Honeywell PID ladění

Další pravidla pocházejí z [3]. Jsou velmi podobná pravidlům IMC-Chien a využívají PID strukturu 2.7. Parametry regulátoru jsou laděny následujícím způsobem:

$$K_p = \frac{2\zeta T}{K \left(\frac{2\zeta T}{3} + L \right)} \quad T_i = 2\zeta T \quad T_d = \frac{T}{2\zeta} \quad (3.45)$$

Toto ladění je implementováno ve funkci *HoneywellPIDTuning* v souboru *HoneywellPIDTuning.m*.

3.2.7.4 Closed-Loop Specified PID ladění

Tyto poslední použité pravidla vycházejí z práce [8]. Používají PID struktury 2.7 a 2.9. Rozdělují SOPDT modely na podtlumené ($\zeta < 1$), kriticky tlumené ($\zeta = 1$) a přetlumené ($\zeta > 1$). Pro podtlumené systémy se používá PID struktura 2.9 a parametry:

$$K_p = \frac{\zeta T}{KL} \quad T_i = 2\zeta T \quad T_d = \frac{T}{2\zeta} \quad T_f = \alpha T_d \quad (3.46)$$

Pro přetlumené systémy se používá PID struktura 2.7 a ladění je následující:

$$K_p = \frac{T_{p1}}{2KL} \quad T_i = T_{p1} \quad T_d = T_{p2} \quad (3.47)$$

Přenos systému je v tomto případě uvažován takto:

$$G = \frac{K}{(T_{p1}s + 1)(T_{p2}s + 1)} e^{-Ls} \quad T_{p1} > T_{p2} \quad (3.48)$$

Pro kriticky tlumené systémy se také používá PID struktura 2.7 a ladění je pak následující:

$$K_p = \frac{T}{2KL} \quad T_i = T \quad T_d = T \quad (3.49)$$

Přenos systému je v tomto případě uvažován:

$$G = \frac{K}{(Ts + 1)^2} e^{-Ls} \quad (3.50)$$

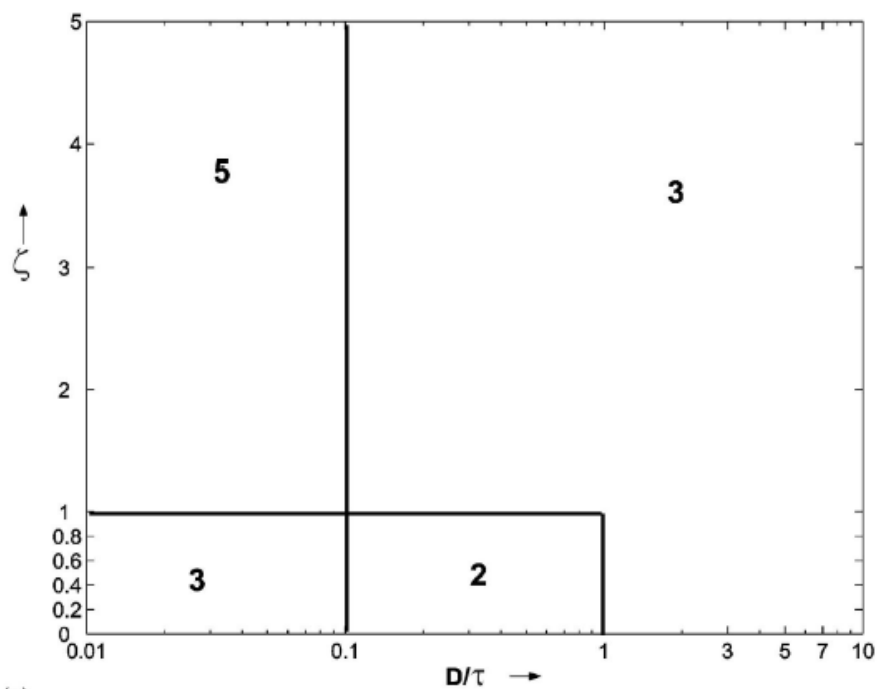
Toto ladění je implementováno ve funkci *CSPID* v souboru *CSPID.m*.

3.2.7.5 Určení nejvhodnějších pravidel

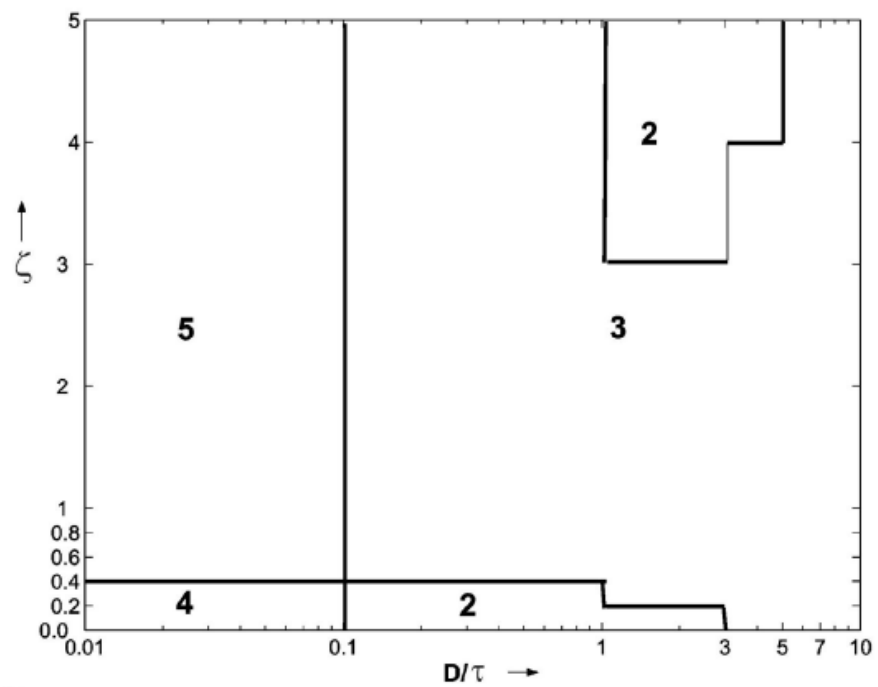
Výše uvedená pravidla vykazují různé výsledky při ladění PID regulátoru pro SOPDT modely s různými parametry. V článku [9] je provedeno srovnání těchto pravidel na SOPDT modelech s různými parametry. Toto srovnání vyústilo v doporučení pro výběr nejvhodnějších pravidel.

Na obrázku 3.10 vidíme oblasti použití jednotlivých pravidel při sledování reference a na obrázku 3.11 pak při kompenzaci poruchy. SOPDT systémy jsou zde rozděleny podle poměrného tlumení ζ a dle poměru L/T . Označení pravidel je následující: 2 - IMC Chien, 3 - IMC Mac, 4 - Honeywell a 5 - Closed-loop Spec.

Na základě těchto oblastí je možné pro konkrétní SOPDT model určit nejvhodnější pravidla pro naladění PID regulátoru pro tento systém. Nejvhodnější naladění pro daný SOPDT model vrací funkce *OptimalSOPDTPIDTuning*, která je implementována v souboru *OptimalSOPDTPIDTuning.m*.



Obrázek 3.10: Nejvhodnější pravidla pro úlohu sledování reference (převzato z [9])



Obrázek 3.11: Nejvhodnější pravidla pro úlohu kompenzace poruchy (převzato z [9])

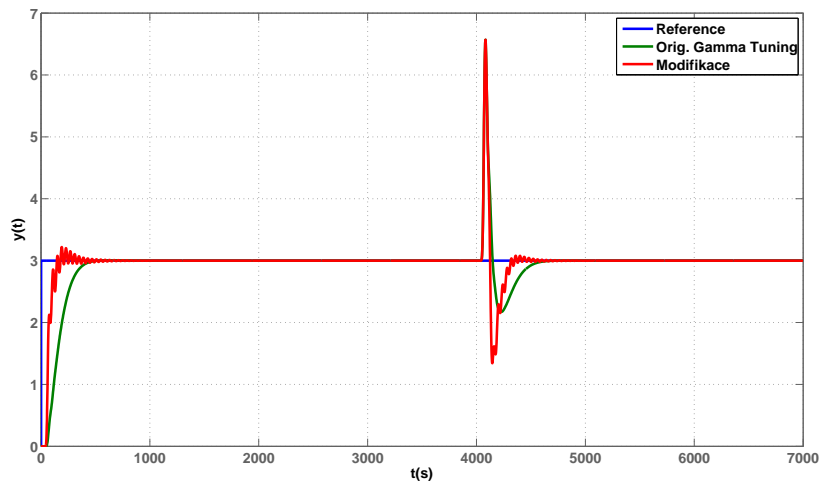
3.2.8 Srovnání originální a modifikované metody

Jako příklad kaskády pro srovnání ladění regulátorů pomocí originální metody Gamma Tuning a její modifikace bude sloužit kaskáda $G(s) = G_2(s)G_1(s)$ s následujícími přenosy

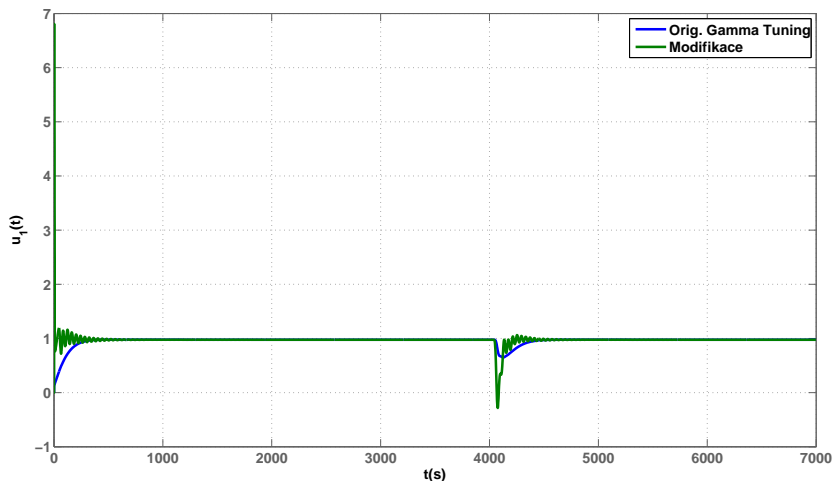
$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{0.0002}{s^5 + 0.35s^4 + 0.1002s^3 + 0.01418s^2 + 0.001528s + 0.00006} e^{-30s} \\ G_2(s) &= \frac{2}{100s^2 + 13s + 1} e^{-5s}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Pro tuto kaskádu byly naladěny regulátory pomocí originální metody Gamma Tuning a pomocí výše uvedené modifikace, která spočívá v ladění primárního regulátoru na model SOPDT.

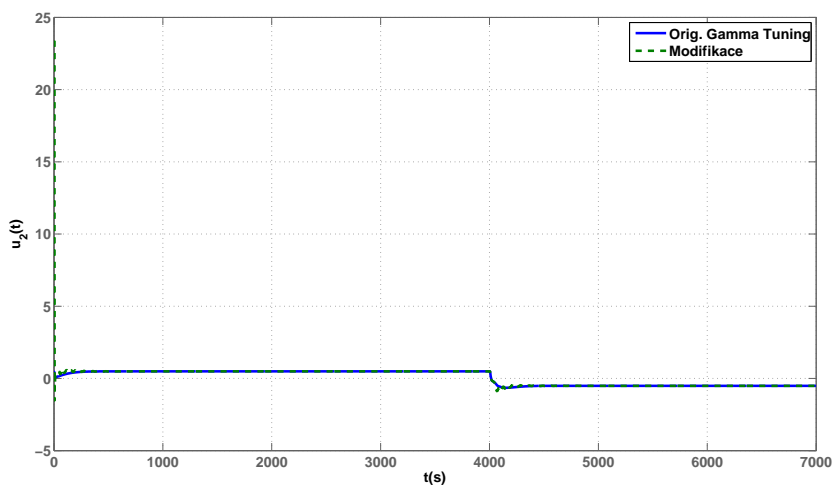
Na obrázku 3.12 vidíme výstup dané kaskády řízené regulátory naladěnými pomocí obou metod. V čase $t = 4000s$ je simulována skoková porucha na sekundárním systému. Na obrázku 3.13 je vidět akční zásah primárního regulátoru, na 3.14 pak akční zásah sekundárního regulátoru.



Obrázek 3.12: Srovnání - výstup kaskády



Obrázek 3.13: Srovnání - akční zásah primárního regulátoru



Obrázek 3.14: Srovnání - akční zásah sekundárního regulátoru

Z průběhu simulace je vidět, že kaskáda řízená regulátory laděnými modifikovanou metodou je nepatrně rychlejší při sledování reference i při kompenzaci poruchy. Na druhou stranu průběh veličin je oproti originální metodě zakmitaný. Celkově se dá říci, že originální metoda Gamma Tuning funguje poměrně dobře i pro systémy vyššího řádu a to přes poměrně velkou aproximaci těchto systémů. Modifikace přinesla zlepšení, byť ne radikální.

3.3 Ladění kaskády na základě loop-shapingu H_∞ a optimalizace

Jedná se o metodu, která je postavena na parametrickém ladění PID regulátoru pro jednoduché modely. Toto ladění je odvozeno použitím přístupu „loop-shaping H_∞ “. Takto odvozené ladění pro jednoduché modely je závislé na parametru λ . Optimalizací tohoto parametru je možné získat naladění, které je suboptimální vzhledem k několika hlediskům. Dále budu pro tuto metodu používat název „Loop-shaping Tuning“.

3.3.1 Loop-shaping H_∞

Detaily této metody lze najít v [11]. Dále je uveden jen stručný přehled. Cílem je navrhnout robustní regulátor pro soustavu s přenosem $G(s)$ tak, aby se dosáhlo požadovaného tvaru frekvenční charakteristiky otevřené smyčky.

Nejdříve se pomocí tzv. prekompenzátoru W_1 a postkompenzátoru W_2 vytvaruje frekvenční charakteristika otevřené smyčky dle požadavků. Vytvarovaná soustava je pak složena z původní soustavy, prekompenzátoru a postkompenzátoru $\tilde{G} = W_2GW_1$. Pro tuto vytvarovanou soustavu najdeme stabilizující robustní regulátor \tilde{K} řešením H_∞ optimalizačního problému

$$\varepsilon_{\max}^{-1} = \inf_{\tilde{K} \text{ stab}} \left\| \begin{array}{cc} (I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1} & (I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1} \tilde{G} \\ \tilde{K} (I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1} & \tilde{K} (I + \tilde{G}\tilde{K})^{-1} \tilde{G} \end{array} \right\|_{\infty}. \quad (3.52)$$

Parametr ε_{\max} je indikátor designu. Doporučená hodnota je $\varepsilon_{\max} > 0,2$. Výsledný zpětnovazební regulátor je pak $K = W_1\tilde{K}W_2$. Výše uvedený H_∞ optimalizační problém je možné vyřešit explicitně. Pokud má soustava G následující minimální realizaci

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B \\ y &= Cx \end{aligned}$$

pak je možné určit ε_{\max} následujícím způsobem

$$\varepsilon_{\max} = (1 + \lambda_{\max}(YX))^{-1/2}, \quad (3.53)$$

kde X a Y jsou pozitivně semidefinitní řešení následujících Riccatiho rovnic

$$\begin{aligned} A^T X + XA - XBB^T X + C^T C &= 0 \\ AY + YA^T - YC^T CY + BB^T &= 0 \end{aligned} \quad (3.54)$$

Stavový popis optimálního H_∞ regulátoru je pak

$$\begin{aligned} Q\dot{x} &= (Q(A + BB^T X) + \varepsilon_{\max}^{-2} Y C^T C) x + \varepsilon_{\max}^{-2} Y C^T y \\ u &= B^T X x \end{aligned} \quad (3.55)$$

kde $Q = (1 - \varepsilon_{\max}^{-2}) I + Y X$.

3.3.2 PID ladění na základě loop-shaping H_∞

Výše uvedená metoda „Loop-shaping H_∞ “ generuje regulátor s obecnou strukturou. Pokud chceme regulátor s konkrétní strukturou (např. PID) musíme vhodně zvolit prekompenzátor a postkompenzátor.

V článku [13] je odvozeno ladění PID regulátoru pro stabilní procesy a pro procesy s integrátorem na základě metody „Loop-shaping H_∞ “. Pro oba typy procesů jsou sice uvažovány jednoduché modely, ale ladění je parametrizováno parametrem, který umožňuje volit mezi robustností a chováním v časové oblasti.

3.3.2.1 PID ladění pro stabilní procesy

Tyto procesy je možno aproximovat modelem FOPDT s přenosem 3.1. Pro tento model je pak nalezeno ladění PID regulátoru. Prekompenzátor se zvolí se strukturou PI regulátoru

$$W_1 = \frac{\lambda T}{KL} \left(1 + \frac{1}{T_s} \right) \quad (3.56)$$

kde λ je ladící parametr. Postkompenzátor W_2 se zvolí $W_2 = 1$. U FOPDT modelu se aproximuje dopravní zpoždění a je nalezena minimální stavová realizace vytvarované soustavy

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{L} \\ \frac{\lambda}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} \quad D = 0. \quad (3.57)$$

Řešení Riccatiho rovnic 3.54 jsou pak

$$X = \begin{bmatrix} \frac{L(1+\lambda)}{\lambda} & -L \\ -L & L \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \frac{L(1+\lambda)}{\lambda} & \frac{\lambda^2}{2L} \\ \frac{\lambda^2}{2L} & \frac{\lambda^2}{4L} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Robustní regulátor s realizací dle 3.55 je pak:

$$\tilde{K}(s) = \frac{K_c \left(1 + \frac{Ls}{T_1} \right)}{1 + \frac{Ls}{T_2}} \quad (3.59)$$

Parametry ε_{max} , K_c , T_1 a T_2 jsou pak určeny použitím metody nejmenších čtverců v závislosti na ladícím parametru λ :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{max} &= \frac{1}{0.572\lambda + 1.472} \\ K_c &= 0.633\lambda + 1.154 \\ T_1 &= 2 \\ T_2 &= 5.314\lambda + 0.951\end{aligned}\tag{3.60}$$

Konečně finální H_∞ regulátor má následující strukturu

$$K(s) = \frac{K_c \left(1 + \frac{Ls}{T_1}\right)}{1 + \frac{Ls}{T_2}} \frac{\lambda T}{KLs} \left(1 + \frac{1}{Ts}\right)\tag{3.61}$$

Tato struktura může být transformována na PID strukturu 2.9 s následujícími parametry

$$\begin{aligned}K_p &= \frac{0.265\lambda + 0.307}{K} \left(\frac{T}{L} + 0.5\right) \\ T_i &= T + \frac{L}{2} \\ T_d &= \frac{TL}{2T+L} \\ T_f &= \frac{L}{5.314\lambda + 0.951}\end{aligned}\tag{3.62}$$

3.3.2.2 PID ladění pro procesy s integrátorem

Tyto procesy se dají aproximovat modelem 3.20. Prekompenzátor se v tomto případě zvolí se strukturou PI regulátoru

$$W_1 = \frac{\lambda(1 + Ts)}{KL^2s}\tag{3.63}$$

kde λ je ladící parametr. Postkompenzátor W_2 se opět zvolí $W_2 = 1$. Minimální realizace vytvarované soustavy je:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda(L+1)}{L} \\ \frac{\lambda}{L} \\ \lambda \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix}\tag{3.64}$$

Řešení Riccatiho rovnic 3.54 jsou pak

$$\begin{aligned}X &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} & X_\lambda &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L^3} \end{bmatrix} \\ Y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L^2 \end{bmatrix} & Y_\lambda &= \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L^2 & 0 \\ 0 & 0 & L^3 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3.65}$$

Robustní regulátor s realizací dle 3.55 je pak:

$$\tilde{K} = \frac{K_c (L^2 s^2 + z_1 L s + z_2)}{L^2 s^2 + p_1 L s + p_2} \quad (3.66)$$

Tento regulátor může být aproximován lead-lag regulátorem s přenosem:

$$\tilde{K} = \frac{K_c (L s + T_1)}{L s + T_2} \quad (3.67)$$

Parametry ε_{max} , K_c , T_1 a T_2 jsou pak určeny použitím metody nejmenších čtverců v závislosti na ladicím parametru λ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{max} &= \frac{1}{1.449\lambda + 3.085} \\ K_c &= 1.503\lambda + 2.922 \\ T_1 &= 0.238\lambda + 0.123 \\ T_2 &= 5.750\lambda + 0.590 \end{aligned} \quad (3.68)$$

Finální regulátor K má pak interagující PID strukturu

$$K(s) = \frac{K_c (L s + T_1)}{L s + T_2} \frac{\lambda (1 + T s)}{K L^2 s} \quad (3.69)$$

Tuto strukturu můžeme převést na PID strukturu 2.9. Parametry určíme následovně:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{0.463\lambda + 0.277}{K L^2} ((0.238\lambda + 0.123) T + L) \\ T_i &= T + \frac{L}{0.238\lambda + 0.123} \\ T_d &= \frac{T L}{(0.238\lambda + 0.123) T + L} \\ T_f &= \frac{L}{5.750\lambda + 0.590} \end{aligned} \quad (3.70)$$

3.3.3 Optimalizace parametru λ

Výše uvedené ladění je parametrizováno ladicím parametrem λ , který umožňuje vážit mezi robustností regulátoru a chováním v časové oblasti.

Nižší hodnoty tohoto parametru znamenají, že regulátor bude laděn konzervativně a bude robustnější k změnám modelu. Vyšší hodnoty naopak znamenají agresivnější ladění - uzavřená smyčka pak bude mít rychlejší odezvu v časové oblasti, což může přivodit nestabilitu, například pokud model špatně aproximuje řízený systém.

Praktické využití mají hodnoty parametru λ v rozmezí $\lambda \in \langle 0; 4 \rangle$, kdy hodnota 0 odpovídá nejkonzervativnějšímu naladění a hodnota 4 velmi agresivnímu ladění.

Parametr λ a s ním i ladění může být optimalizováno z několika hledisek. V první řadě můžou být optimalizována kritéria v časové oblasti a to při úloze sledování reference

a při úloze kompenzace poruchy. Další možností optimalizace je optimalizace H_∞ normy citlivostní funkce $S(s)$, komplementární citlivostní funkce $T(s)$ a nebo normy funkce $S(s)C(s)$.

Jako kritérium v časové oblasti bude využívání kritérium IAE (Integrated Absolute Error), které je definováno:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.71)$$

Kde $e(t)$ je regulační odchylka. Pro další využití bude toto kritérium parametrizováno parametrem a módem použití (SP - sledování reference, LD - kompenzace poruchy):

$$IAE(\lambda, z) = \int_0^{\infty} |e(t, \lambda, z)| dt \quad z \in [\text{SP}, \text{LD}] \quad (3.72)$$

Toto kritérium budeme chtít minimalizovat při úloze sledování reference a při úloze kompenzace poruchy.

Ve frekvenční oblasti se optimalizuje H_∞ norma citlivostní funkce a norma komplementární citlivostní funkce. Citlivostní funkce a komplementární citlivostní funkce jsou definovány:

$$\begin{aligned} L &= GC \\ S &= (I + L)^{-1} \\ T &= (I + L)^{-1} L \end{aligned} \quad (3.73)$$

Jejich H_∞ norma se určí následovně:

$$\begin{aligned} M_S &= \|S\|_\infty = \max_{\omega} |S(j\omega)| \\ M_T &= \|T\|_\infty = \max_{\omega} |T(j\omega)| \\ M_{SC} &= \|SC\|_\infty = \max_{\omega} |S(j\omega)C(j\omega)| \end{aligned} \quad (3.74)$$

Tyto spičky frekvenčních charakteristik funkcí S a T chceme z mnoha důvodu minimalizovat, především kvůli zvýšení robustnosti. Minimalizací funkce $S(s)C(s)$ chceme zase dosáhnout omezení akčního zásahu regulátoru.

Jednotlivé optimální hodnoty parametru λ pro daná kritéria se určí řešením následujících optimalizačních úloh:

$$\begin{aligned} \lambda_{op1} &= \arg \min_{\lambda} IAE(\lambda, \text{SP}) \\ \lambda_{op2} &= \arg \min_{\lambda} IAE(\lambda, \text{LD}) \\ \lambda_{op3} &= \arg \min_{\lambda} M_S(\lambda) \\ \lambda_{op4} &= \arg \min_{\lambda} M_{SC}(\lambda) \end{aligned} \quad (3.75)$$

U každé hodnoty parametru λ z intervalu $\langle 0; 4 \rangle$ můžeme spočítat vzdálenost hodnot jednotlivých kritérií od minimálních hodnot:

$$\begin{aligned} d_1(\lambda) &= \frac{|IAE(\lambda, SP) - IAE(\lambda_{op1}, SP)|}{IAE(\lambda_{op1}, SP)} \\ d_2(\lambda) &= \frac{|IAE(\lambda, LD) - IAE(\lambda_{op2}, LD)|}{IAE(\lambda_{op2}, LD)} \\ d_3(\lambda) &= \frac{|M_S(\lambda) - M_S(\lambda_{op3})|}{M_S(\lambda_{op3})} \\ d_4(\lambda) &= \frac{|M_{SC}(\lambda) - M_{SC}(\lambda_{op4})|}{M_{SC}(\lambda_{op4})} \end{aligned} \quad (3.76)$$

Získané hodnoty je nutné přeškálovat na hodnoty 0 až 1:

$$\begin{aligned} d_{1sc}(\lambda) &= \frac{d_1(\lambda)}{\max_{\lambda} d_1(\lambda)} \\ d_{2sc}(\lambda) &= \frac{d_2(\lambda)}{\max_{\lambda} d_2(\lambda)} \\ d_{3sc}(\lambda) &= \frac{d_3(\lambda)}{\max_{\lambda} d_3(\lambda)} \\ d_{4sc}(\lambda) &= \frac{d_4(\lambda)}{\max_{\lambda} d_4(\lambda)} \end{aligned} \quad (3.77)$$

Pro každou hodnotu parametru λ je možné pak určit hodnotu globálního kritéria:

$$\text{krit}(\lambda) = W_{SP}d_{1sc}(\lambda) + W_{LD}d_{2sc}(\lambda) + W_S d_{3sc}(\lambda) + W_{SC}d_{4sc}(\lambda) \quad (3.78)$$

Kde W_{SP} , W_{LD} , W_S a W_{SC} jsou váhy jednotlivých kritérií, jenž umožňují dát důraz na dané kritérium. Optimální hodnota λ pro danou soustavu je pak:

$$\lambda_{OP} = \arg \min_{\lambda} \text{krit}(\lambda) \quad (3.79)$$

Tato metoda je implementována ve funkci *OptRobustFOPDTTuning* v souboru *OptRobustFOPDTTuning.m*.

3.3.4 Ladění kaskády

V kapitole 3.3.3 bylo ukázáno jak lze využít odvozené PID ladění k naladění regulátoru, který bude splňovat daná kritéria pomocí optimalizace ladícího parametru. Tento postup můžeme následně rozšířit na ladění kaskádních systémů.

Regulátory budeme ladit na kaskádní systém ve tvaru 2.2, kde $G_n(s)$ až $G_1(s)$ jsou SISO přenosy jednotlivých částí kaskády. $G_n(s)$ je nejvnitřnější systém, který by měl mít nejrychlejší dynamiku, $G_1(s)$ je pak systém jehož výstup primárně řídíme.

Při ladění kaskády budeme postupovat postupně od nejvnitřnějšího systému $G_n(s)$ až po vnější systém $G_1(s)$. Výsledkem ladění budou jednotlivé přenosy PID regulátorů pro jednotlivé části kaskády $C_n(s)$ až $C_1(s)$.

Regulátor $C_n(s)$ bude laděn přímo na soustavu $G_n(s)$. Další regulátory $C_r(s)$ budou laděny na přenosovou funkci sériového zapojení předchozí uzavřené smyčky a aktuálního systému $G_r(s)$.

Při ladění vnitřních smyček je více upřednostňováno kritérium IAE při kompenzaci poruchy z důvodu toho, že řízení vnitřních systémů kaskády slouží hlavně k odtranění poruch. Naopak při ladění nejvýše umístěných smyček již dochází k poměrně velké aproximaci, tudíž zanedbávání dynamiky a proto je nutné ladit regulátory pro tyto smyčky konzervativně, s přihlédnutím k robustní stabilitě.

Ladící parametry této metody budou hodnoty váh W_{min} a W_{max} , které budou upřednostňovat časové kritéria oproti frekvenčním. Váha W_{min} je určena pro vnější smyčku, W_{max} pak pro smyčku vnitřní. Hodnota vah se od vnitřní smyčky rovnoměrně snižuje až do hodnoty W_{min} .

Tato metoda je implementována funkcí *CascRobustFOPDPTuning* v souboru *CascRobustFOPDPTuning.m*. Dále bude ukázán příklad ladění pomocí této metody.

3.3.5 Příklad

Jako příklad pro výše uvedenou metodu bude sloužit kaskádní systém s přenosem $G(s) = G_3(s)G_2(s)G_1(s)$:

$$\begin{aligned} G_3(s) &= \frac{1}{s(0.5s+1)} e^{-s} \\ G_2(s) &= \frac{1}{s^2+1.4s+1} e^{-2s} \\ G_1(s) &= \frac{0.4}{s^4+9.2s^3+21.82s^2+4.18s+0.4} e^{-10s} \end{aligned} \quad (3.80)$$

Vnitřní systém je v tomto případě na mezi stability - jedná se o systém s integrátorem. Ladící parametry měly hodnotu $W_{min} = 1$ a $W_{max} = 10$. Přenosy PID regulátorů generované touto metodou jsou:

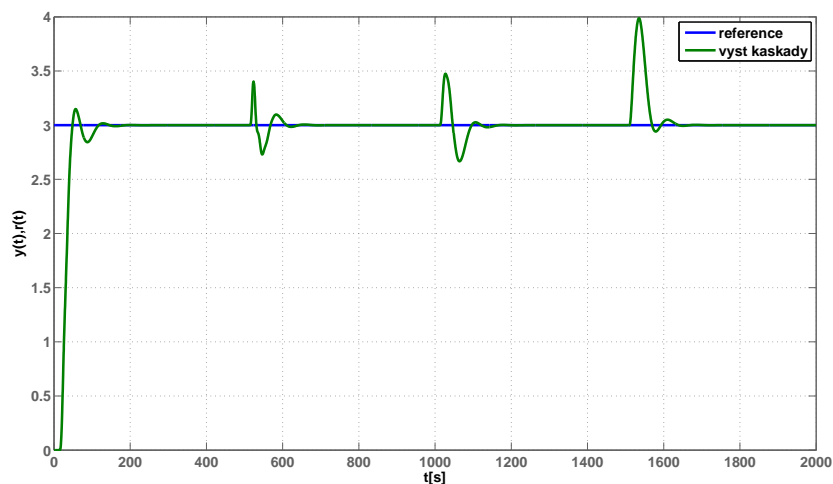
$$\begin{aligned} C_3(s) &= \frac{1.184s^2+2.68s+0.6288}{1.055s^2+4.262s} \\ C_2(s) &= \frac{2.008s^2+1.801s+0.3943}{11.9s^2+4.568s} \\ C_1(s) &= \frac{78.45s^2+14.56s+0.6741}{54.64s^2+21.6s} \end{aligned}$$

Parametry těchto regulátorů jsou uvedeny v tabulce 3.7.

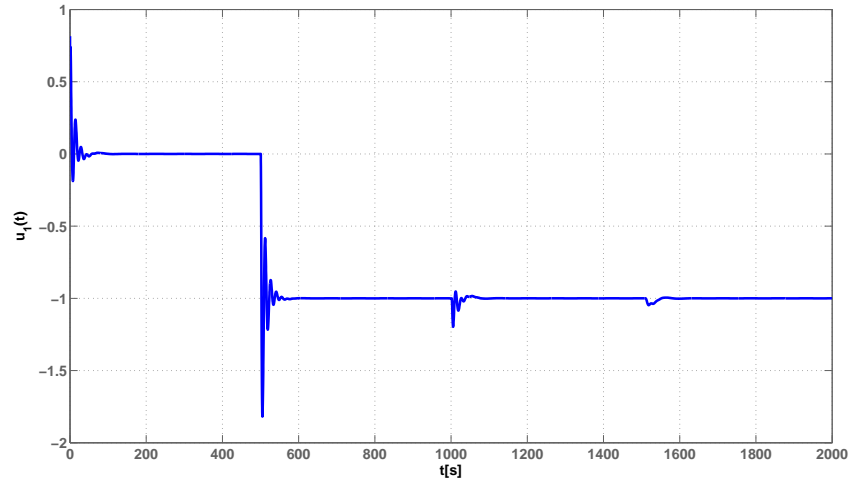
Tabulka 3.7: Parametry PID regulátorů

| Reg: | C_3 | C_2 | C_1 |
|-------|--------|--------|---------|
| K_p | 0,6288 | 0,3943 | 0,6741 |
| T_i | 4,2620 | 4,5680 | 21,6000 |
| T_d | 0,4418 | 1,1148 | 5,3878 |
| T_f | 0,2475 | 2,6051 | 2,5296 |

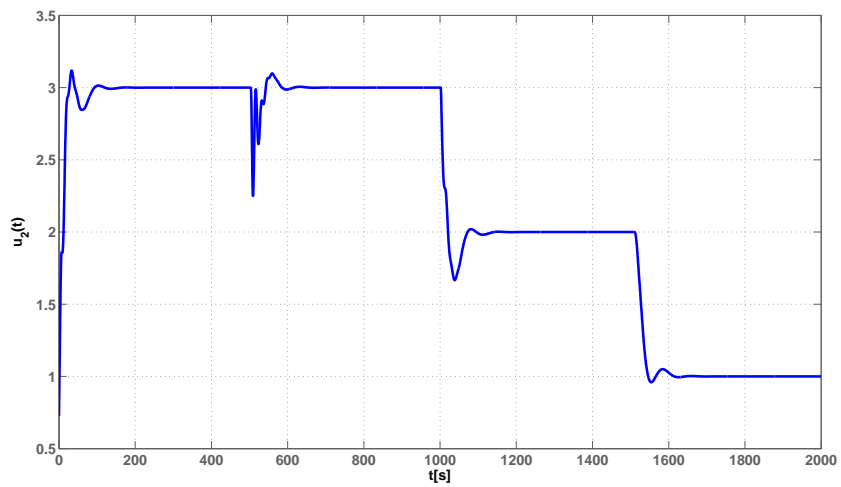
Po určení přenosů jednotlivých regulátorů můžeme provést simulaci. Výsledky simulace jsou vykresleny na následujících obrázcích. Na obrázku 3.15 můžeme vidět průběh výstupu kaskády při sledování reference a kompenzaci poruch. V čase $t = 500s$ je simulována porucha jednotkové velikosti na vnitřním systému G_3 , v čase $t = 1000s$ na systému G_2 a v čase $t = 1500s$ pak konečně na vnějším systému. Na obrázcích 3.16, 3.17 a 3.18 jsou pak zachyceny akční zásahy jednotlivých regulátorů.



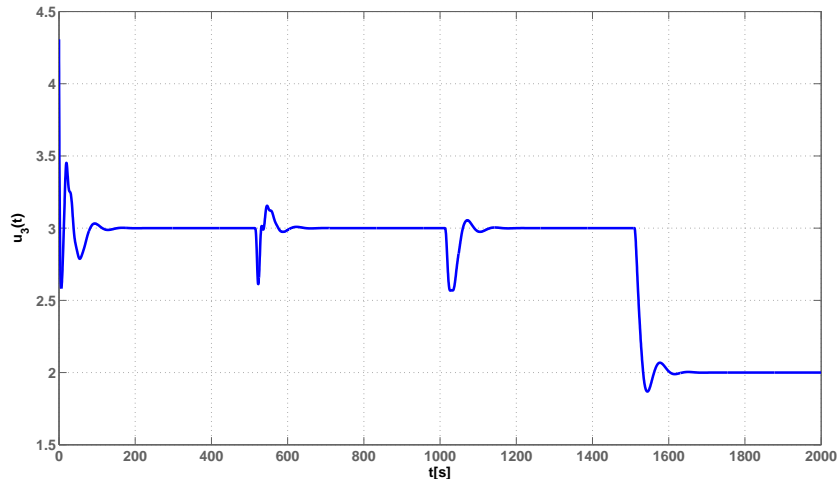
Obrázek 3.15: Sledování reference



Obrázek 3.16: Akční zásah regulátoru 3



Obrázek 3.17: Akční zásah regulátoru 2



Obrázek 3.18: Akční zásah regulátoru 1

Na výsledcích simulace je vidět, že takto naladěná kaskáda sleduje referenci s malým překmitem. Kompenzace poruchy na vnitřním systému je rychlá a porucha se na výstupu kaskády projevuje mírně. Ostatní poruchy nejsou kompenzovány již tak rychle, což je způsobeno tím, že dynamika se zpomaluje postupně od vnitřního systému. Akční zásahy regulátorů jsou v mezích únosnosti.

3.4 Ladění kaskády pomocí fixace frekvenčního pásma

Jedná se o metodu určenou pro ladění kaskádních systému složených ze stabilních soustav a ze soustav na mezi stability (s jedním integrátorem). Dále bude metoda nazývána „Bandwith Tuning“. Výstupem této metody jsou PID regulátory pro jednotlivé části kaskády.

Tato metoda je založená na způsobu ladění, kdy se hledá PID regulátor tak, aby uzavřená smyčka měla dané frekvenční pásmo. Následně se parametry PID regulátoru optimalizují za cílem minimalizace H_∞ normy citlivostní funkce S při dodržení daného frekvenčního pásma. Alternativně je možné minimalizovat H_∞ normu funkce $S(s)C(s)$, což je přenos reference na akční zásah regulátoru uzavřeného smyčky, a tak omezit akční zásah.

Frekvenční pásmo je zde odvozeno od maximálního dosažitelného frekvenčního pásma,

kteří je dané laděnou soustavou a jejími limity. Limity zde představují například nestabilní nuly nebo dopravní zpoždění.

Tento způsob ladění je pak rozšířen na ladění celého kaskádního systému, přičemž se frekvenční pásmo od vnitřních smyček k vnějším snižuje z důvodů uvedených dále.

3.4.1 Frekvenčního pásmo uzavřené zpětnovazební smyčky

Frekvenční pásmo uzavřené smyčky je důležitým indikátorem chování uzavřené smyčky. Široké frekvenční pásmo koresponduje s rychlejší odezvou v časové oblasti. Uzavřený systém má rychlou odezvu, ale na druhou stranu díky širokému pásmu je citlivější k šumu a variaci parametrů. Úzké frekvenční pásmo na druhou stranu indikuje pomalé odezvy v časové oblasti. Uzavřený systém je pak ale robustnější.

Frekvenční pásmo je definováno jako rozmezí frekvencí $[\omega_1, \omega_2]$, jelikož ale budeme uvažovat řízení i v ustáleném stavu, bude jako šířka pásma postačovat horní frekvence $\omega_2 = \omega_B$.

Frekvenci ω_B můžeme definovat různými způsoby. Prvním způsobem je definice frekvence ω_B jako frekvenci, kde $|S(j\omega)|$ poprvé překročí $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ($-3dB$) zespoda. Alternativně můžeme ω_B definovat jako frekvenci ω_{BT} , na které $|T(j\omega)|$ poprvé překročí $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ($-3dB$) zezhora. Další používanou definicí ω_B je frekvence ω_c , kde $|L(j\omega)|$ poprvé překročí 1 zezhora.

Pro účely zde popisované metody ladění bude použita první definice pomocí citlivostní funkce S .

3.4.2 Maximální frekvenční pásmo

V předchozí sekci bylo definováno frekvenční pásmo uzavřené smyčky. Zvyšování frekvenčního pásma vede k zrychlení odezvy v časové oblasti, ale také ke zvýšení citlivosti k šumu a změnám parametrů. Dosažitelné frekvenční pásmo uzavřeného systému je limitováno vlastnostmi soustavy. První limitací pásma je frekvence ω_{180} soustavy, což je frekvence, při které $\angle G(j\omega) = 180^\circ$. Tato frekvence ovlivňuje hodnotu amplitudové bezpečnosti a pomocí derivační složky PID regulátoru se sice dá tato frekvence uzavřené smyčky zvýšit, ale hrozí ztráta stability, proto bude jedním z limitů pásma.

Dalším limitem frekvenčního pásma je dopravní zpoždění L soustavy. Fázový příspěvek dopravního zpoždění na frekvenci $\omega = \frac{1}{L}$ je -57° . Tudíž, aby bylo dosaženo přijatelné fázové bezpečnosti, tak je nutné volit šířku pásma $\omega_B < \frac{1}{L}$.

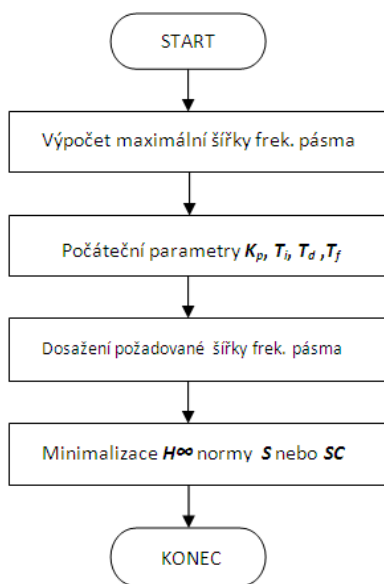
Posledním omezením jsou nestabilní nuly soustavy. Pokud uvažujeme nestabilní nulu na $s = z$, tak na frekvenci $\omega = \frac{z}{3}$ je fázový příspěvek -37° . Z důvodu dostatečné fázové bezpečnosti je šířka pásma omezena $\omega_B < \frac{z}{3}$, kde z je umístění nestabilní nuly, která je nejbližší imaginární ose v komplexní rovině.

Na základě předchozích omezení je určena maximální šířka pásma ω_{Bmax} jako minimum předchozích podmínek.

3.4.3 Postup ladění

V předchozí sekci byl uveden postup získání maximální šířky frekvenčního pásma uzavřené smyčky pro danou soustavu. Jako ladicí parametr tohoto ladění bude sloužit frekvence ω_B , kterou specifikujeme požadovanou šířku pásma uzavřeného systému. Musí platit $\omega_B < \omega_{Bmax}$. V praktické aplikaci algoritmu ladění se bude tato šířka pásma zadávat jako procentní část ω_{Bmax} .

Postup algoritmu ladění vidíme na diagramu 3.19. Úkolem algoritmu ladění bude nejdříve nalézt PID regulátor, se kterým bude mít uzavřená smyčka specifikované frekvenční pásmo a zároveň bude stabilní. Poté dojde k minimalizaci H_∞ normy citlivostní funkce S nebo funkce $S(s)C(s)$ s daným frekvenčním pásmem, což by mělo zvýšit robustnost regulátoru a vylepšit chování v časové oblasti v případě minimalizace normy S nebo omezit akční zásah v případě minimalizace normy $S(s)C(s)$.



Obrázek 3.19: Postup algoritmu ladění

Jako počáteční nastavení PID regulátoru bude sloužit nastavení z metody 3.3.3. Následně pak máme k dispozici čtyři parametry, které můžeme měnit (K_p , T_i , T_d a T_f).

Dosažení požadovaného frekvenčního pásma zajistí algoritmus Metody přímé komparace, jehož popis lze nalézt v [14, strana 98]. Ukončovací podmínkou zde bude dosažení požadovaného pásma nebo překročení maximálního počtu iterací. Pokud se z důvodu překročení počtu iterací nebo z důvodu nestabilního nastavení nepodaří dosáhnout daného pásma, tak se požadované pásmo snižuje.

Po dosažení daného frekvenčního pásma následuje minimalizace H_∞ normy funkce S nebo $S(s)C(s)$ za podmínky stabilního nastavení. Je využit stejný algoritmus jako při dosažení požadovaného pásma. Ukončovací podmínkou je zde dostatečně malá změna normy nebo překročení maximálního počtu iterací.

Zde popsané ladění je implementováno funkcí *getPIDtuningMinS2* v souboru *getPIDtuningMinS2.m*.

3.4.4 Ladění kaskády

Výše uvedenou metodu ladění můžeme využít pro ladění kaskádních systémů. Ladění bude probíhat pro obecnou kaskádu s přenosem 2.2. Jedinou podmínkou je, že části kaskády musí být stabilní systémy nebo systémy s jedním integrátorem. Postup bude velmi podobný postupu v části 3.3.4. Výsledek ladění budou přenosy PID regulátorů $C_n(s)$ až $C_1(s)$ pro jednotlivé části kaskády.

Při ladění se postupuje od vnitřní smyčky až po smyčku vnější. Soustava pro regulátor $C_r(s)$ $r \neq 1$ je tvořena sériovým spojením předchozí uzavřené smyčky a aktuální části kaskády $G_r(s)$. Při postupu z vnitřní smyčky k vnější se bude postupně snižovat požadované frekvenční pásmo uzavřené smyčky pro aktuální smyčku. Důvodem je to, že od vnitřní smyčky se dynamika soustav zpomaluje a narůstá vliv nepřesnosti modelování. Vnitřní smyčky ladíme především pro rychlou kompenzaci poruch a pro rychlé sledování reference. Vnější smyčku (vnější smyčky) ladíme naopak spíše konzervativně a tudíž s menším frekvenčním pásmem.

Ladícími parametry této metody budou frekvence ω_{max} a ω_{min} , kdy ω_{max} je procentní pásmo (procentní část z maximálního dosažitelného pásma) pro nejvnitřnější smyčku a ω_{min} je procentní pásmo pro vnější smyčku. Frekvenční pásmo se bude postupně snižovat od ω_{max} až do ω_{min} .

Pokud se v aktuální laděné smyčce nepodaří dosáhnout předepsaného frekvenčního pásma, tak se frekvenční pásmo bude snižovat do té doby než se ladění podaří.

3.4.5 Příklad

Jako příklad ladění pomocí uvedené metody ladění kaskády bude sloužit stejný kaskádní systém 3.80 jako u předchozí metody. Ladicí parametry budou $\omega_{min} = 20\%$ a $\omega_{max} = 50\%$. Přenosy PID regulátorů generované touto metodou jsou:

$$C_3(s) = \frac{2.616s^2 + 4.556s + 1.069}{0.5273s^2 + 4.262s}$$

$$C_2(s) = \frac{2.593s^2 + 2.954s + 0.8341}{6.211s^2 + 3.542s}$$

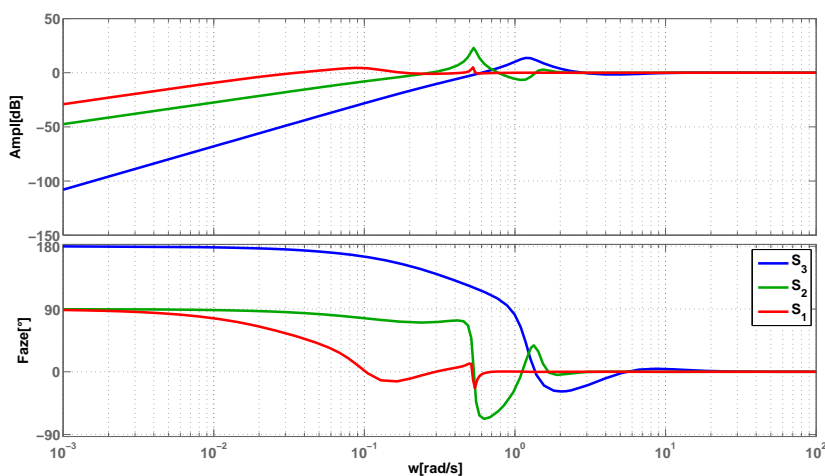
$$C_1(s) = \frac{17.57s^2 + 6.21s + 0.4195}{25.74s^2 + 14.8s}$$

Parametry těchto regulátorů jsou uvedeny v tabulce 3.8.

Tabulka 3.8: Parametry PID regulátorů

| Reg: | C_3 | C_2 | C_1 |
|-------|--------|--------|---------|
| K_p | 1,0690 | 0,8341 | 0,4195 |
| T_i | 4,2620 | 3,5420 | 14,8000 |
| T_d | 0,5742 | 0,8777 | 2,8299 |
| T_f | 0,1237 | 1,7535 | 1,7392 |

Na obrázku 3.20 můžeme vidět frekvenční charakteristiky citlivostních funkcí S jednotlivých smyček (3 - vnitřní, 1 - vnější). Je vidět jak se frekvenční pásmo postupně od vnitřní smyčky k vnější zužuje.



Obrázek 3.20: Frekvenční charakteristiky citlivostních funkcí

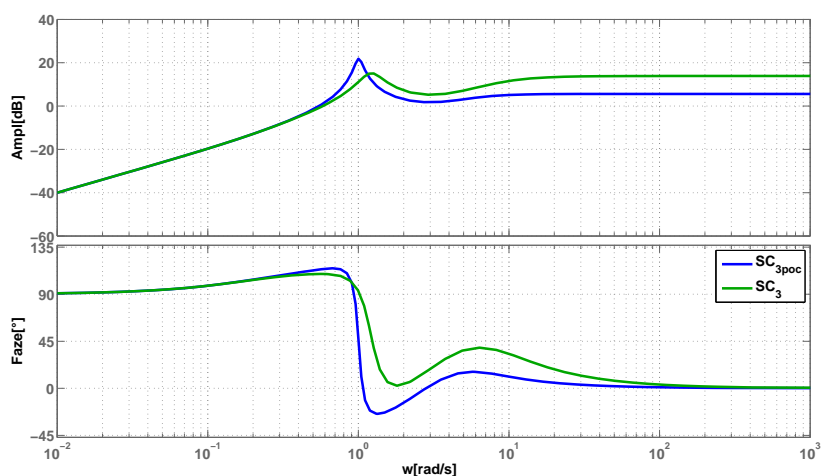
Maximální dosažitelné šířky frekvenčních pásem jsou:

$$\omega_{Bmax3} = 1 \text{ rad/s} \quad \omega_{Bmax2} = 0,5774 \text{ rad/s} \quad \omega_{Bmax1} = 0,1155 \text{ rad/s}$$

Dosažené šířky pásem uzavřených smyček jsou:

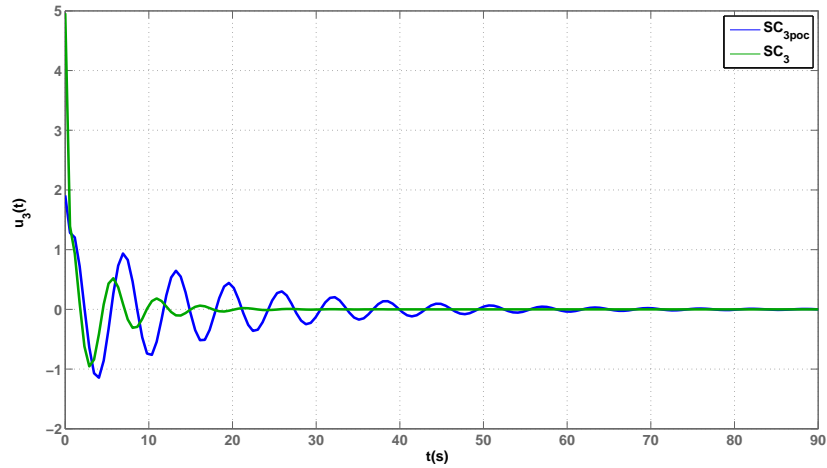
$$\omega_{B3} = 0,5 \text{ rad/s} \quad \omega_{B2} = 0,2021 \text{ rad/s} \quad \omega_{B1} = 0,0231 \text{ rad/s}$$

Na obrázku 3.21 je vidět funkce $S(s)C(s)$ vnitřní smyčky po dosažení daného frekvenčního pásma (SC_{3poc}) a citlivostní funkce po minimalizaci M_{SC} (SC_3).



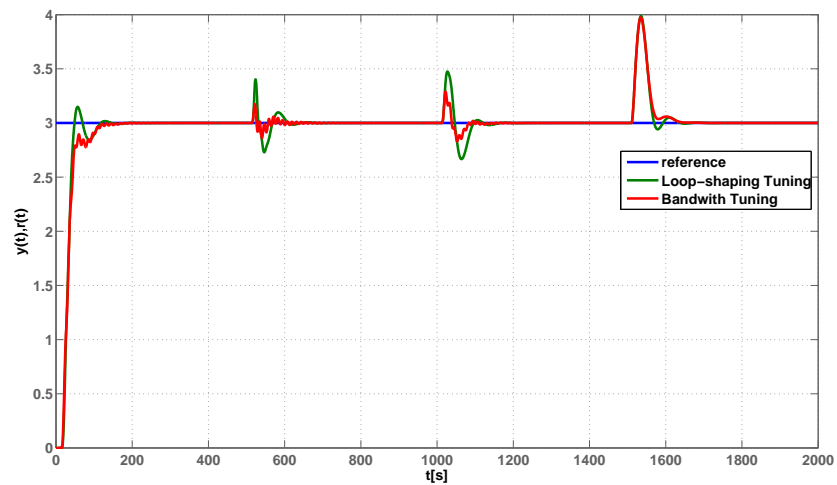
Obrázek 3.21: Citlivostní funkce před a po minimalizaci

Na odezvě na jednotkový skok reference uzavřené smyčky 3.22 je možno vidět jak se projeví minimalizace M_{SC} v časové oblasti.

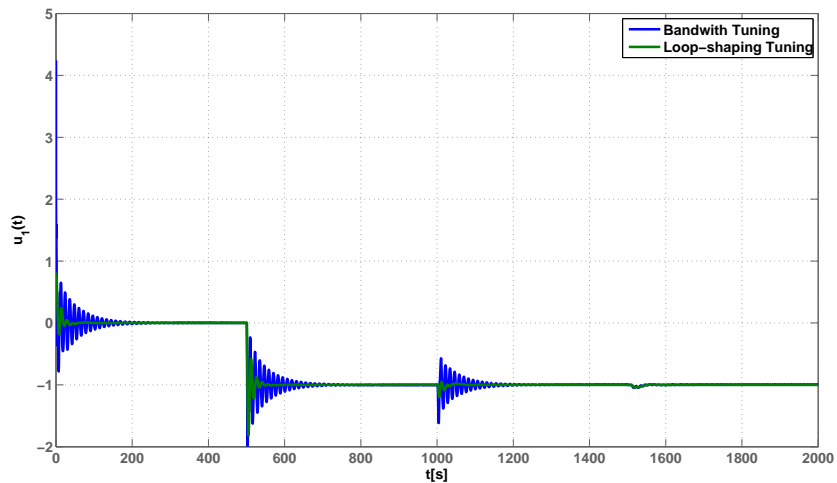


Obrázek 3.22: Porovnání časových charakteristik před minimalizací a po ní

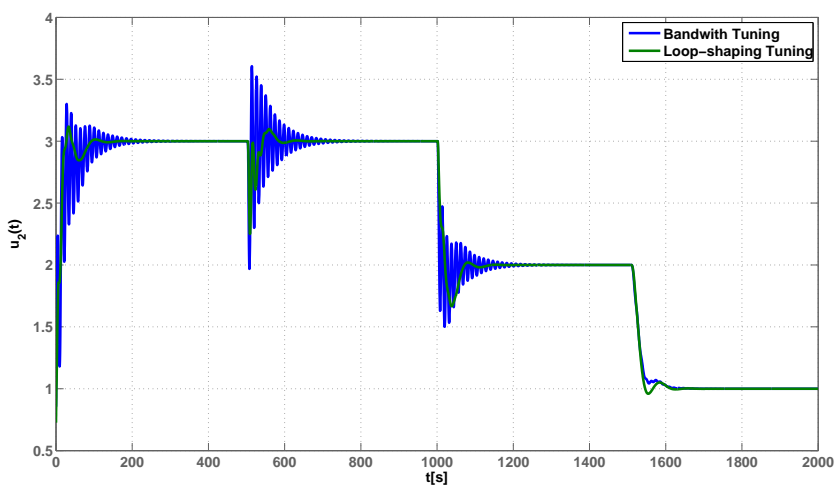
Dále byla provedena simulace za stejných podmínek jako u předchozí metody, tudíž je možné porovnání obou metod.



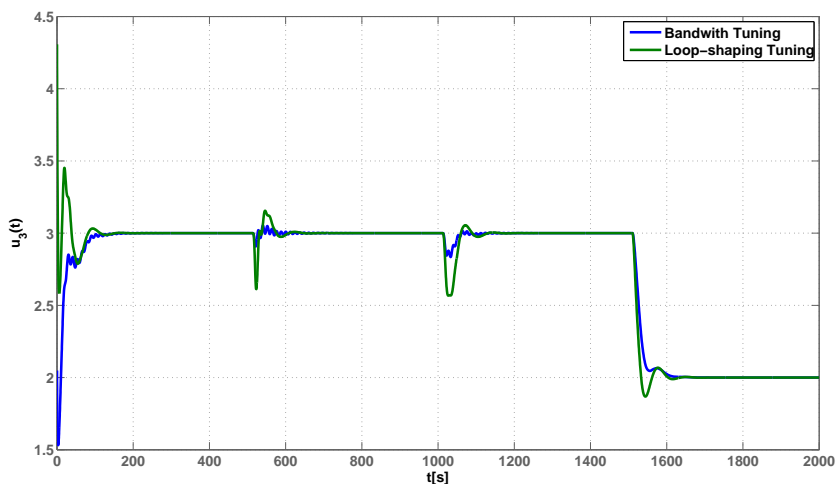
Obrázek 3.23: Výstup kaskády při sledování reference



Obrázek 3.24: Akční zásah regulátoru 3



Obrázek 3.25: Akční zásah regulátoru 2



Obrázek 3.26: Akční zásah regulátoru 1

Na průběhu simulace je vidět, že při sledování reference a při kompenzaci poruch dosahuje ladění pomocí „Bandwith Tuning“ menších překmitů než ladění pomocí „Loop-shaping Tuning“. Na druhou stranu průběhy generované metodou „Bandwith Tuning“ jsou poměrně zakmitané. Akční zásahy regulátorů obou metod jsou přijatelné.

Kapitola 4

Řízení parního přehříváku

4.1 Popis systému

Parní přehřívák je zařízení vyskytující se v elektrárnách, kde se v kotlích spaluje nafta nebo plyn. Slouží k předehřátí vstupující páry na danou výstupní teplotu. Tato pára pak vstupuje do parního generátoru, který vyrábí elektrickou energii. Pára je ohřívána na základě výměny tepla od spalin kotle.

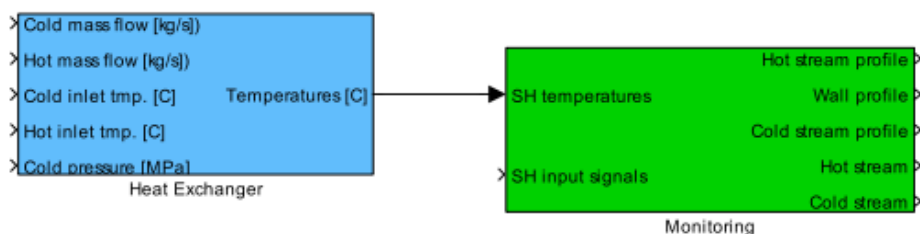
Parní přehřívák je soustava s rozloženými parametry. Tato soustava se modeluje pomocí sériového zapojení konečných objemových elementů s homogenními vlastnostmi. Výsledný nelineární model přehříváku používá veličiny v tabulce 4.1.

Tabulka 4.1: Veličiny parního přehříváku

| Anglický název: | Český název | Jednotka |
|-----------------|--------------------------|----------|
| Cold mass flow | Průtok páry | [kg/s] |
| Hot mass flow | Průtok spalin | [kg/s] |
| Cold inlet tmp. | Teplota páry na vstupu | [C°] |
| Hot inlet tmp. | Teplota spalin na vstupu | [C°] |
| Cold pressure | Tlak páry | [MPa] |
| Cold stream | Teplota páry na výstupu | [C°] |

Jako vstupní veličina modelu parního přehříváku bude sloužit teplota páry na vstupu. Výstupní veličinou bude teplota páry na výstupu přehříváku a teplotní profily. Ostatní veličiny budou brány jako poruchy.

Na obrázku 4.1 vidíme simulinkový model parního přehříváku.



Obrázek 4.1: Simulinkový model parního přehříváku

4.2 Linearizované modely

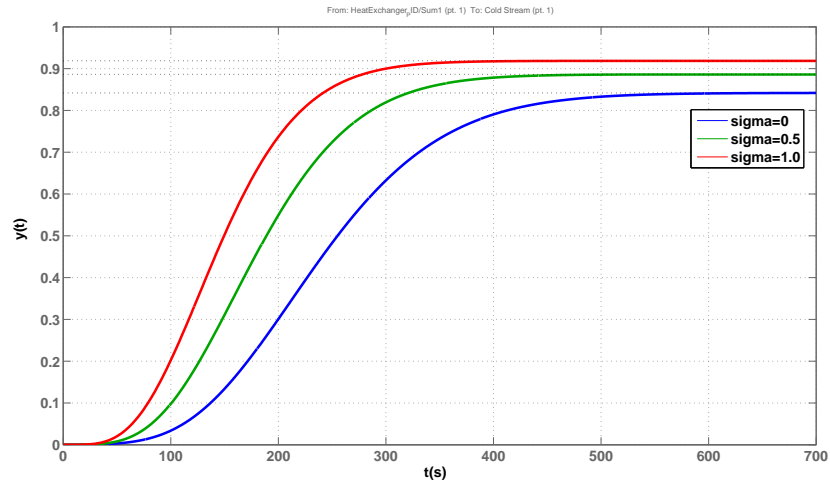
4.2.1 Model přehříváku

Jelikož odvozený model parního přehříváku je nelineární, je nutné ho pro syntézu PID regulátoru výstupní teploty páry linearizovat. Model a samotné poruchové veličiny jsou závislé na výkonu kotle, který produkuje spaliny pro výměnu tepla páře. Linearizovat budeme model, kde vstupem bude teplota páry na vstupu přehříváku a výstupem teplota páry na výstupu přehříváku.

Pracovní body pro linearizaci budou tedy závislé na výkonu kotle. Budeme používat parametr σ pro poměrný výkon kotle. Parametr σ nabývá hodnot:

$$\sigma \in \langle 0; 1 \rangle$$

Kde hodnota 0 odpovídá 50% výkonu kotle a 1 pak 100% výkonu. Linearizací pro různé hodnoty σ (různé pracovní body) získáme jednotlivé lineární modely. Přechodové charakteristiky lineárních modelů pro různé hodnoty σ můžeme vidět na obrázku 4.2.



Obrázek 4.2: Přechodové charakteristiky lineárních modelů

4.2.2 Model vstřikovače

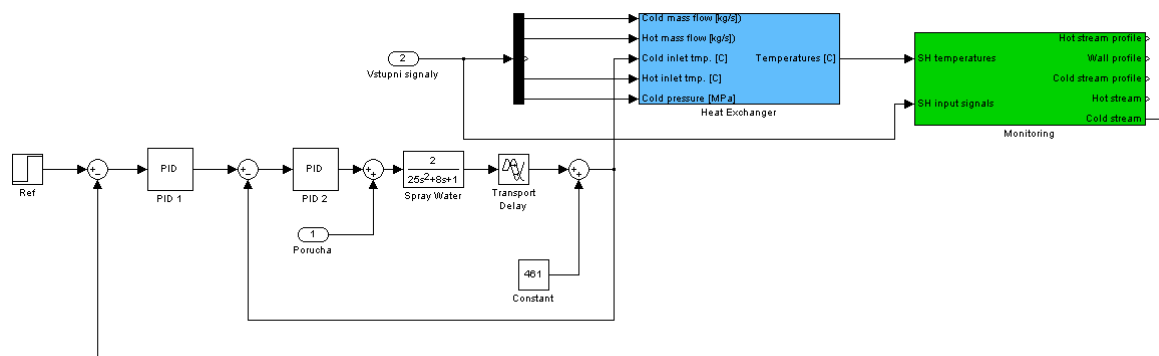
Teplotu páry na výstupu přehříváku řídíme pomocí teploty páry na vstupu. Tuto teplotu neovlivňujeme přímo, ale pomocí nástřiku studené vody do páry, což provádíme ventilem vstřikovače. Jedná se také o dynamický systém, kde výstupem je požadovaná teplota vstupní páry. Linearizovaný model vstřikovače je:

$$G(s) = \frac{2}{25s^2 + 8s + 1} e^{-5s} \quad (4.1)$$

4.3 Řízení kaskádního systému

4.3.1 Uspořádání

Na obrázku 4.3 je uspořádání kaskádního systému, který budeme řídit.



Obrázek 4.3: Uspořádání kaskádního systému

Tuto kaskádu tvoří dvě smyčky. Vnitřní smyčka obstarává řízení nástřiku a tím řízení teploty páry na vstupu přehříváku. Vnější smyčka pak již řídí teplotu páry na výstupu přehříváku.

4.3.2 Ladění regulátorů

Pro výše uvedený kaskádní systém budeme ladit dva PID regulátory, regulátor nástřiku vody (sekundární regulátor) a regulátor teploty páry na výstupu přehříváku (primární regulátor). Ladit budeme pro linearizovaný model parního přehříváku v pracovním bodě $\sigma = 0.5$, což odpovídá 75% výkonu kotle.

Jedná se o kaskádní systém se dvěma smyčkami, tudíž můžeme použít všechny metody ladění kaskády uvedené v kapitole 3. Metodu Gamma Tuning použijeme v originální konfiguraci.

Parametry PID regulátorů získaných pomocí jednotlivých metod pro daný pracovní bod jsou vidět v tabulkách 4.2 a 4.3. Ladící parametry u „Loop-shaping Tuning“ byly $W_{min} = 1$ a $W_{max} = 10$. U metody „Bandwith Tuning“ byly ladící parametry $\omega_{min} = 68\%$ a $\omega_{max} = 70\%$.

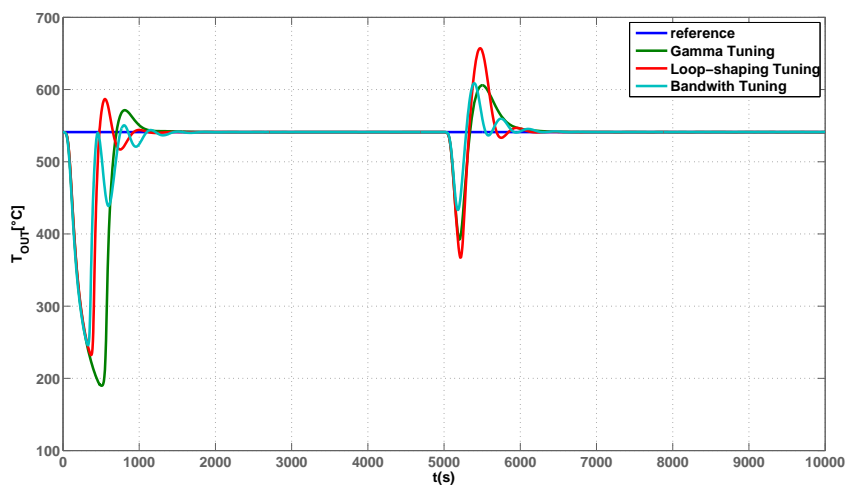
Tabulka 4.2: Parametry sekundárního PID regulátorů přehříváku

| Met.: | Gamma T. | Loop-shaping T. | Bandwith T. |
|----------|----------|-----------------|-------------|
| K_{p2} | 0,4479 | 0,4547 | 1,0310 |
| T_{i2} | 7,3188 | 9,4860 | 10,4300 |
| T_{d2} | 3,8531 | 2,3535 | 2,8298 |
| T_{f2} | - | 0,7540 | 0,3748 |
| N_2 | 10 | - | - |

Tabulka 4.3: Parametry primárního PID regulátorů přehříváku

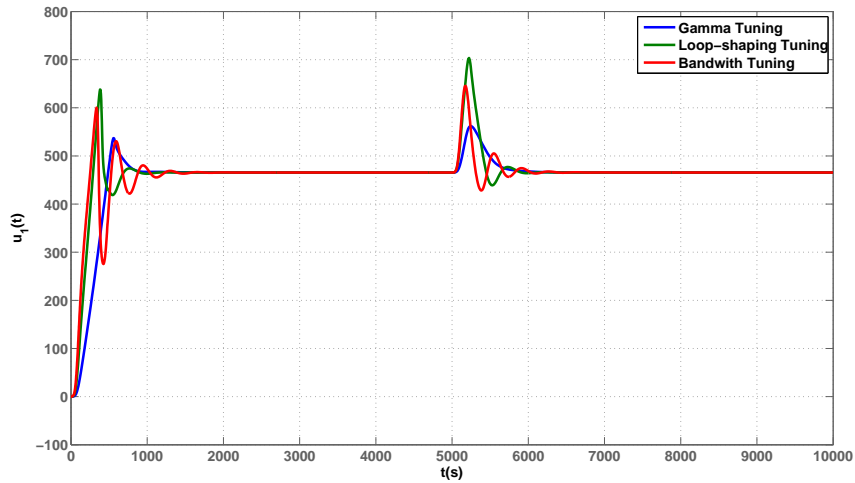
| Met.: | Gamma T. | Loop-shaping T. | Bandwith T. |
|----------|----------|-----------------|-------------|
| K_{p1} | 0,3124 | 0,8957 | 1,1910 |
| T_{i1} | 89,8123 | 148,3000 | 229,5000 |
| T_{d1} | 8,6065 | 36,3014 | 61,1705 |
| T_{f1} | - | 15,1045 | 28,5185 |
| N_1 | 0,0409 | - | - |

Na obrázku 4.4 je vidět průběh regulace teploty výstupní páry přehříváku při $\sigma = 0.5$. V čase $t = 5000s$ je simulována porucha na sekundárním systému. Tato porucha je volena nerealisticky velká z důvodu, aby bylo možné vidět, jak se s ní regulátory vypořádají. Při řízení reálného přehříváku nemůže k takovému kolísání výstupní teploty docházet.

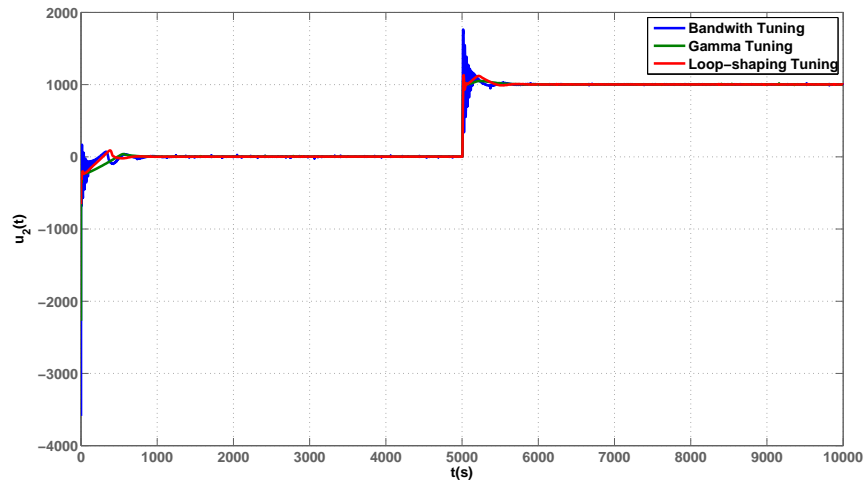


Obrázek 4.4: Teplota výstupní páry přehříváku

Akční zásah primárního regulátoru je na obrázku 4.5, akční zásah sekundárního je pak na 4.6.



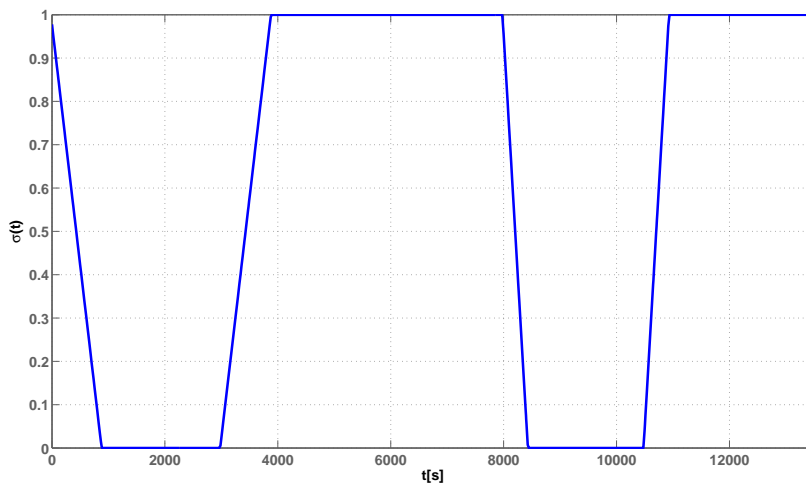
Obrázek 4.5: Akční zásah primárního regulátoru



Obrázek 4.6: Akční zásah sekundárního regulátoru

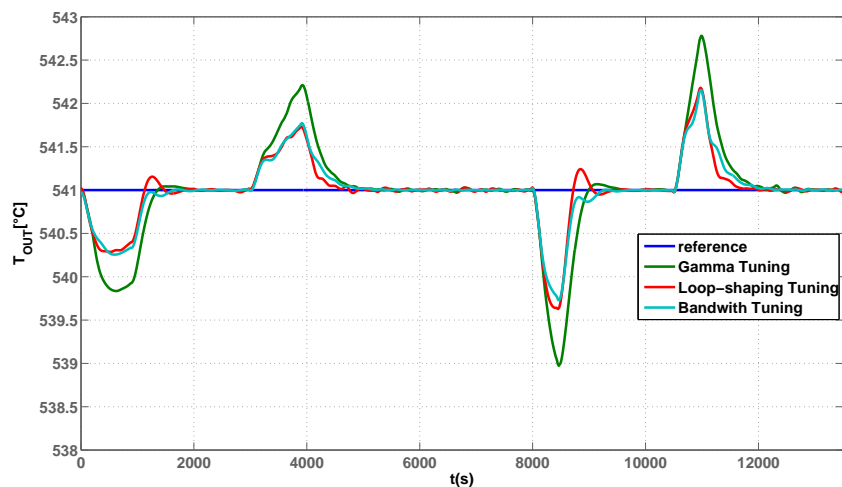
Z průběhu simulace je zřejmé, že z hlediska časových konstant jsou na tom jednotlivé metody velmi podobně. Porucha se nejméně projeví (nejmenší amplituda) při naladění pomocí metody „Bandwidth Tuning“. Metoda Gamma Tuning na druhou stranu vede k naladění s nejlepším průběhem signálů. Výhodou ladění metodou „Loop-shaping Tuning“ jsou omezené akční zásahy (oproti ostatním metodám) sekundárního regulátoru.

Nalezené ladění můžeme otestovat při různých pracovních bodech. To můžeme nasimulovat pomocí změn parametru σ v čase. Průběh změn je zobrazen na obrázku 4.7. Výkon kotle bude tedy kolísat od 50% do 100%.



Obrázek 4.7: Průběh parametru σ

Na obrázku 4.8 je vidět regulace teploty páry na výstupu přehříváku při změnách výkonu kotle (změnách σ).



Obrázek 4.8: Teplota páry na výstupu přehříváku při změnách σ

4.3.3 Ladění pro různé pracovní body

Jelikož linearizované modely parního přehříváku se liší pro různé hodnoty parametru σ (různé pracovní body), můžeme pro každý zvolený pracovní bod naladit regulátory. Tím získáme ladění pro různé pracovní body a podle aktuálního pracovního bodu můžeme zvolit dané ladění.

Model sekundárního systému (vstřikovače) se pro různé σ nemění, tudíž se nebude měnit ani ladění sekundárního regulátoru. Na základě různých pracovních bodů budeme ladit primární regulátor.

Ladění primárního regulátorů v závislosti na pracovním bodě pomocí metody Gamma Tuning vidíme v tabulce 4.4, pomocí „Loop-shaping Tuning“ v 4.5 a nakonec pomocí „Bandwith Tuning“ v tabulce 4.6. Sekundární regulátory jsou laděny stejně jako v tabulce 4.2.

Tabulka 4.4: Ladění primárního regulátoru pro různé pracovní body - Gamma Tuning

| σ | K_{p1} | T_{i1} | T_{d1} | N_1 |
|----------|----------|----------|----------|--------|
| 0,0 | 0,3133 | 112,7183 | 11,9046 | 0,0429 |
| 0,1 | 0,3126 | 107,0634 | 11,0856 | 0,0425 |
| 0,2 | 0,3122 | 102,0371 | 10,3591 | 0,0421 |
| 0,3 | 0,3121 | 97,5376 | 9,7111 | 0,0417 |
| 0,4 | 0,3122 | 93,4844 | 9,1300 | 0,0413 |
| 0,5 | 0,3124 | 89,8123 | 8,6065 | 0,0409 |
| 0,6 | 0,3128 | 86,4689 | 8,1329 | 0,0405 |
| 0,7 | 0,3133 | 83,4113 | 7,7025 | 0,0401 |
| 0,8 | 0,3139 | 80,6035 | 7,3100 | 0,0398 |
| 0,9 | 0,3145 | 78,0157 | 6,9508 | 0,0394 |
| 1,0 | 0,3153 | 75,6226 | 6,6209 | 0,0391 |

Tabulka 4.5: Ladění primárního regulátoru pro různé pracovní body - LS
Tuning

| σ | K_{p1} | T_{i1} | T_{d1} | T_f |
|----------|----------|----------|----------|---------|
| 0.0 | 0,9552 | 190,0608 | 46,7848 | 18,6614 |
| 0.1 | 0,9129 | 179,7609 | 44,1979 | 18,6706 |
| 0.2 | 0,9076 | 170,6023 | 41,8960 | 17,6281 |
| 0.3 | 0,9030 | 162,4040 | 39,8342 | 16,6955 |
| 0.4 | 1,0046 | 155,0216 | 37,9765 | 13,3248 |
| 0.5 | 0,8957 | 148,3362 | 36,2936 | 15,0978 |
| 0.6 | 0,8928 | 142,2533 | 34,7617 | 14,4086 |
| 0.7 | 0,8902 | 136,6942 | 33,3613 | 13,7798 |
| 0.8 | 0,8880 | 131,5934 | 32,0760 | 13,2039 |
| 0.9 | 0,8861 | 126,8959 | 30,8921 | 12,6745 |
| 1.0 | 0,8843 | 122,5553 | 29,7978 | 12,1863 |

Tabulka 4.6: Ladění primárního regulátoru pro různé pracovní body -
Bandwith Tuning

| σ | K_{p1} | T_{i1} | T_{d1} | T_f |
|----------|----------|----------|----------|--------|
| 0.0 | 2.5352 | 287.6130 | 58.0140 | 4.6114 |
| 0.1 | 2.5216 | 319.8278 | 60.8245 | 8.1180 |
| 0.2 | 2.5107 | 269.6383 | 61.7018 | 7.6482 |
| 0.3 | 2.5020 | 256.5222 | 58.5948 | 7.2280 |
| 0.4 | 2.5811 | 229.4177 | 52.0747 | 5.7562 |
| 0.5 | 2.5754 | 219.3919 | 49.7058 | 6.0765 |
| 0.6 | 2.5711 | 182.2342 | 45.8504 | 3.1246 |
| 0.7 | 2.5741 | 181.7410 | 41.0181 | 3.5482 |
| 0.8 | 2.5719 | 207.2387 | 43.7640 | 6.2823 |
| 0.9 | 2.5704 | 174.7604 | 45.1013 | 6.0171 |
| 1.0 | 2.5697 | 168.6866 | 43.4473 | 5.7724 |

4.4 Analýza robustní stability

Při analýze robustní stability celého řízeného kaskádního systému s uspořádáním 4.3 je nutné charakterizovat neurčitost kaskádního systému. Zdrojem neurčitosti kaskádního systému zde bude hlavně neurčitost modelu parního přehříváku a neurčitost modelu vstřikovače. Jak bude ukázáno dále je možné neurčitost modelu vstřikovače oproti neurčitosti modelu přehříváku zanedbat a soustředit se na analýzu pouze ve vnější smyčce.

Pro analýzu robustní stability kaskádního systému je dále nutné zvolit model reprezentace neurčitosti a způsob analýzy.

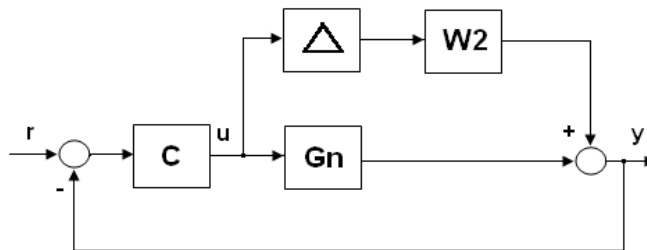
4.4.1 Model neurčitosti

Linearizované modely přehříváku a vstřikovače jsou závislé na pracovním bodě - výkonu kotle. Výkon kotle je charakterizován parametrem σ . Jednotlivé linearizované modely jsou pak závislé na tomto parametru. Závislost je však komplexní a nelze ji jednoduše charakterizovat a proto je lepší variantou použít model nestrukturované neurčitosti. U tohoto modelu je navíc poměrně jednoduchá analýza ve frekvenční oblasti.

Jako model nestrukturované neurčitosti bude sloužit aditivní model. Tento model popisuje neurčitost následujícím způsobem:

$$G = G_N + \Delta W_2, \quad \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (4.2)$$

Kde G je skutečný (perturovaný) model, G_N je nominální model (na něj je laděn regulátor), W_2 je frekvenční profil neurčitosti a Δ je neznámá informace o skutečné hodnotě a fázi perturbace. Blokové schéma zpětnovazebního systému s aditivním modelem neurčitosti vidíme na schématu 4.9.



Obrázek 4.9: Zpětnovazební systém s aditivním modelem neurčitosti

Podmínka pro robustní stabilitu zpětnovazebního systému je následující:

$$\|W_2 S C\|_\infty < 1 \quad (4.3)$$

Kde C je přenos regulátoru, S je citlivostní funkce zpětnovazebního systému a W_2 je frekvenční profil neurčitosti. Tuto podmínku lze snadno ověřit frekvenčními charakteristikami. Odvození lze nalézt v [7].

4.4.2 Neurčitost vnitřní smyčky

Neurčitost vnitřní smyčky je dána neurčitostí modelu vstřikovače. Vstřikovač má nominální model 4.1. Nominální časová konstanta je $T_N = 5s$. V závislosti na výkonu kotle se časová konstanta mění v rozsahu $T \in \langle 3, 5s; 6, 5s \rangle$. Uzavřením vnitřní smyčky se tato neurčitost redukuje a na výslednou neurčitost kaskádního systému má zanedbatelný vliv. Proto se při analýze robustní stability tato neurčitost zanedbává.

4.4.3 Neurčitost vnější smyčky

V vnější smyčce kaskádního systému je hlavním zdrojem neurčitosti model parního přehříváku. Linearizované modely jsou závisle komplexním způsobem na výkonu kotle charakterizovaným parametrem σ .

Nominální model pro ladění primárního regulátoru je složen ze sériového zapojení přenosu uzavřené vnitřní smyčky $H(s)$ a linearizovaného modelu přehříváku $G_{05}(s)$ pro $\sigma = 0,5$ (75% výkonu kotle):

$$G_{eN}(s) = H(s)G_{05}(s) \quad (4.4)$$

Vzhledem k přítomnosti přenosu $H(s)$ v nominálním modelu pro primární regulátor se budou nominální a perturbované modely lišit pro jednotlivé metody ladění.

Po určení nominálního modelu můžeme přistoupit k určení frekvenčního profilu neurčitosti W_2 . U linearizovaných modelů $G_{00}(s)$ až $G_{10}(s)$ se mění časové konstanty a zároveň zesílení se změnou výkonu kotle. Model $G_{00}(s)$ pro $\sigma = 0$ je „nejpomalejší“, model $G_{10}(s)$ pak „nejrychlejší“ z hlediska dynamiky. Frekvenční charakteristiky perturbovaných modelů $G_e(s) = H(s)G_{xx}(s)$ leží v pásmu vymezeném frekvenčními charakteristikami následujících krajních případů:

$$\begin{aligned} G_{e1}(s) &= H(s)G_{00}(s) \\ G_{e2}(s) &= H(s)G_{10}(s) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Můžeme určit odchylky krajních případů od nominálního modelu jako:

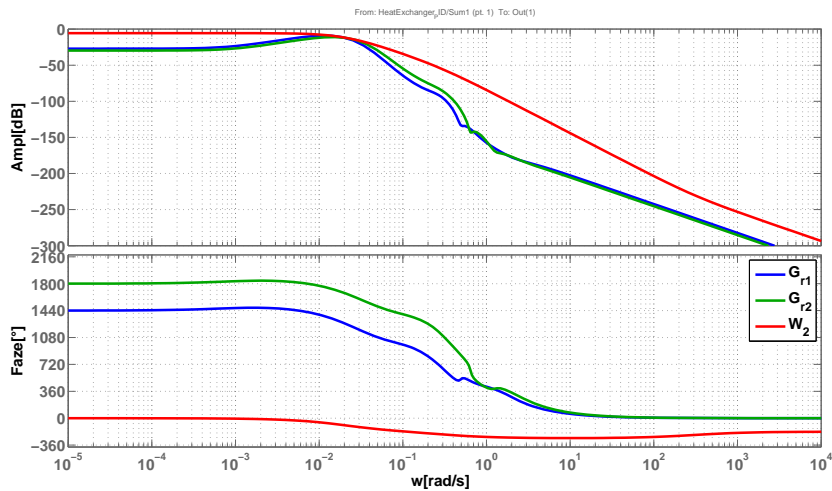
$$\begin{aligned} G_{r1}(s) &= G_{eN}(s) - G_{e1}(s) \\ G_{r2}(s) &= G_{e2}(s) - G_{eN}(s) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Frekvenční profil neurčitosti W_2 pak bude přenosová funkce, jejíž amplitudová frekvenční charakteristika leží nad amplitudovými charakteristikami těchto rozdílů. Snažíme se, aby tato amplitudová frekvenční charakteristika W_2 co nejnižší ohraničovala maximum z rozdílů v dané části charakteristiky.

Jeden z možných frekvenčních profilů neurčitosti pro vnější smyčku kaskádního systému s laděním metodou Gamma Tuning je následující:

$$W_{2GT}(s) = \frac{2,1 \cdot 10^{-7} (s + 300)}{(s + 0,02)^2 (s + 0,3)} \quad (4.7)$$

Frekvenční charakteristiku W_{2GT} a rozdílů G_{r1} , G_{r2} vidíme na obrázku 4.10.

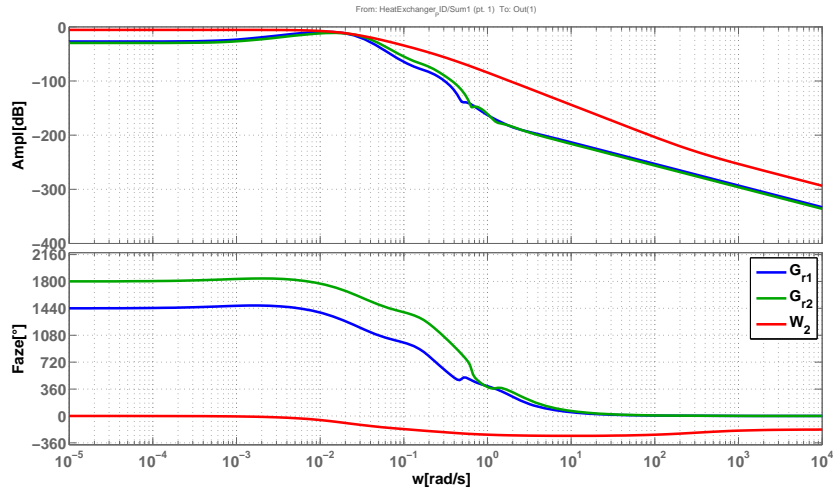


Obrázek 4.10: Frekvenční profil W_{2GT}

Pro analýzu ladění pomocí metody „Loop-shaping Tuning“ použijeme stejný frekvenční profil neurčitosti jako v předchozím případě:

$$W_{2LS}(s) = \frac{2,1 \cdot 10^{-7} (s + 300)}{(s + 0,02)^2 (s + 0,3)} \quad (4.8)$$

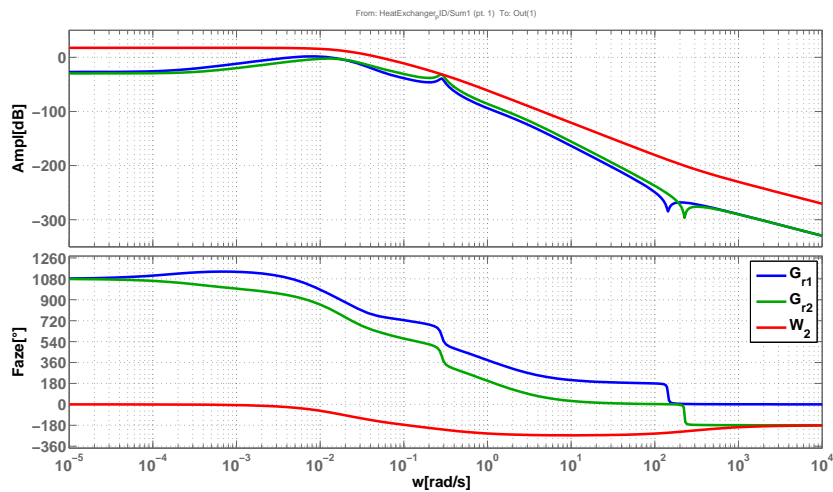
Frekvenční charakteristiku W_{2LS} a rozdílů G_{r1} , G_{r2} vidíme na obrázku 4.11.

Obrázek 4.11: Frekvenční profil W_{2LS}

Konečně pro analýzu ladění pomocí metody „Bandwith Tuning“ použijeme následující frekvenční profil neurčitosti:

$$W_{2BW}(s) = \frac{3 \cdot 10^{-6} (s + 300)}{(s + 0,02)^2 (s + 0,3)} \quad (4.9)$$

Frekvenční charakteristiku W_{2BW} a rozdílů G_{r1} , G_{r2} vidíme na obrázku 4.12.

Obrázek 4.12: Frekvenční profil W_{2BW}

4.4.4 Analýza robustní stability kaskádního systému

Při analýze robustní stability celého kaskádního systému budeme vycházet z analýzy robustní stability vnější smyčky. V předchozí části jsme odvodili frekvenční profily neurčitosti pro naladění pomocí jednotlivých metod. Tyto profily využijeme k analýze.

Zpětnovazební systém s aditivním modelem neurčitosti je robustně stabilní pokud je splněna podmínka 4.3. S využitím této podmínky můžeme otestovat jednotlivé naladění na robustní stabilitu:

$$\begin{aligned}\|W_{2GT}S_{1GT}C_{1GT}\|_{\infty} &= 0,5923 < 1 \\ \|W_{2LS}S_{1LS}C_{1LS}\|_{\infty} &= 0,5614 < 1 \\ \|W_{2BW}S_{1BW}C_{1BW}\|_{\infty} &= 64,36 > 1\end{aligned}\tag{4.10}$$

Z analýzy vyplývá, že kaskádní systém ladění metodou Gamma Tuning a metodou „Loop-shaping Tuning“ je robustně stabilní. Kaskádní systém laděný pomocí „Bandwith Tuning“ robustně stabilní není. Ladicí parametry této metody byly zvoleny tak, že výsledné ladění je příliš agresivní. V další části bude provedeno znovunaladění tak, aby kaskádní systém řízený regulátory naladěnými pomocí Bandwith Tuning byl robustně stabilní.

4.4.5 Robustně stabilní naladění pomocí Bandwith Tuning

Předchozí naladění regulátorů pomocí metody „Bandwith Tuning“ nevedlo k robustně stabilnímu kaskádnímu systému. Toto ladění bylo příliš agresivní a je nutné naladit systém více robustněji. Nové ladicí parametry byly $\omega_{min} = 40\%$ a $\omega_{max} = 50\%$. Nové parametry regulátorů jsou v tabulce 4.7.

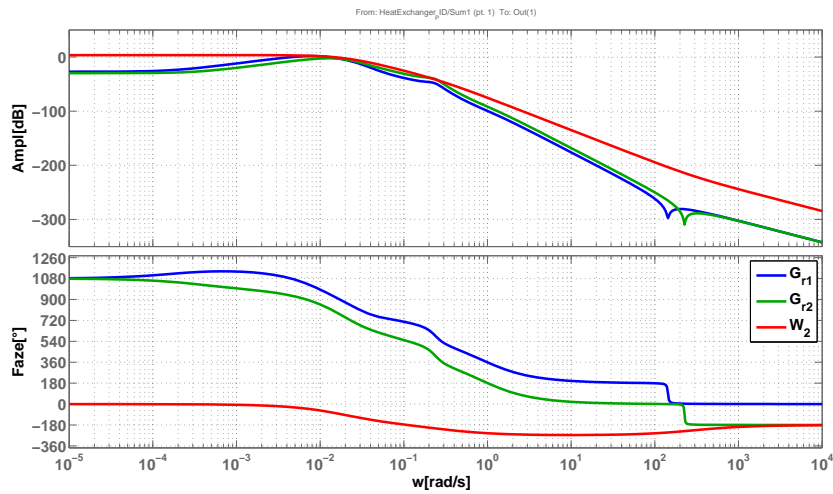
Tabulka 4.7: Parametry regulátorů nového naladění

| Reg.: | Prim. | Sek. |
|-------|----------|---------|
| K_p | 0,6348 | 0,6630 |
| T_i | 244,1611 | 10,4343 |
| T_d | 49,1220 | 2,8277 |
| T_f | 25,6640 | 1,0405 |

Frekvenční profil neurčitosti pro toto ladění je následující:

$$W_{2BW}(s) = \frac{6 \cdot 10^{-7} (s + 300)}{(s + 0,02)^2 (s + 0,3)}\tag{4.11}$$

Frekvenční charakteristiku W_{2BW} a rozdílů G_{r1} , G_{r2} vidíme na obrázku 4.13.

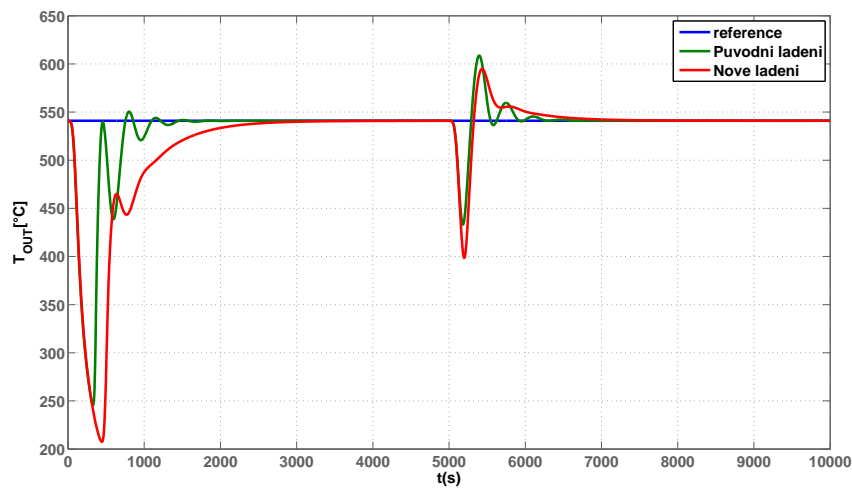


Obrázek 4.13: Frekvenční profil W_{2BW}

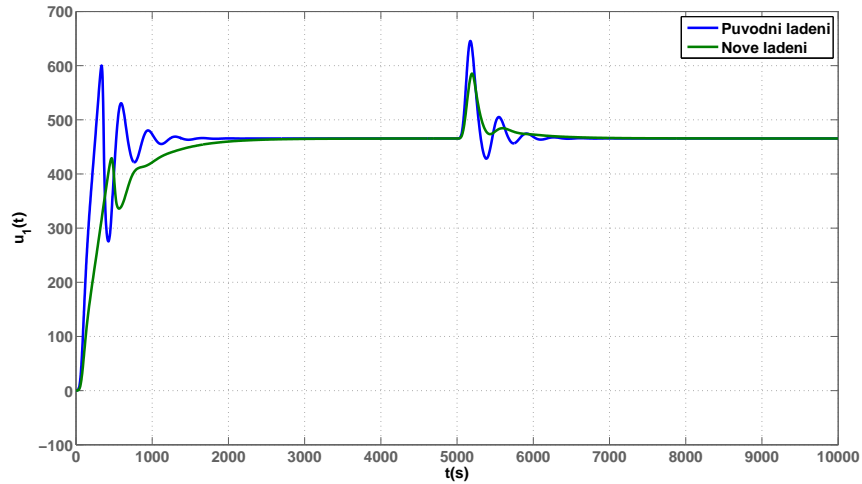
Nyní již můžeme analyzovat robustní stabilitu nového ladění:

$$\|W_{2BW}S_{1BW}C_{1BW}\|_{\infty} = 0,9658 < 1 \quad (4.12)$$

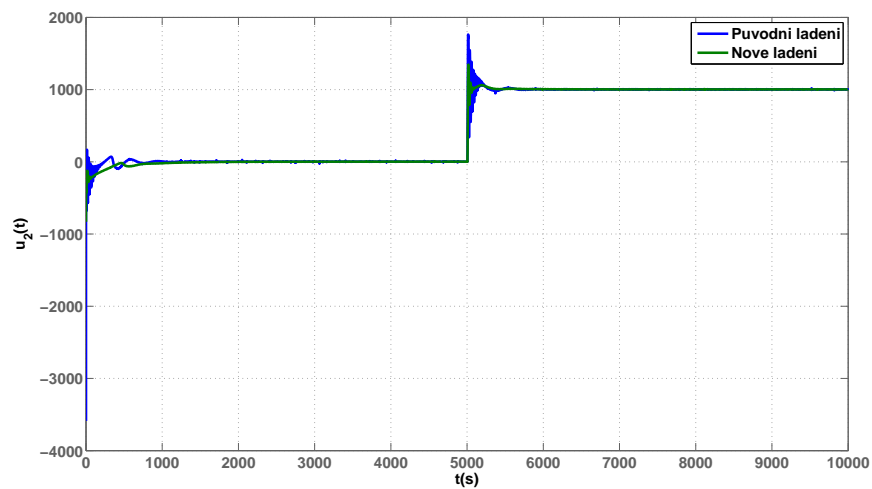
Je vidět, že toto upravené ladění již vede k robustně stabilnímu řízenému kaskádnímu systému. Na obrázcích 4.14, 4.15 a 4.16 je provedeno srovnání nového a původního naladění při řízení kaskádního systému.



Obrázek 4.14: Výstup kaskádního systému



Obrázek 4.15: Akční zásah primárního regulátoru



Obrázek 4.16: Akční zásah sekundárního regulátoru

Na průběhu simulace je vidět, že nové naladění je poněkud pomalejší než staré nastavení, ale na druhou stranu je jeho průběh méně zakmitaný a akční zásahy sekundárního regulátoru jsou také menší.

Kapitola 5

Závěr

V rámci své diplomové práce jsem nejdříve zjistil stav poznání ladících metod pro složitější strategie řízení v odborných člancích a literatuře. Na základě této rešerše bylo zvoleno kaskádní řízení jako hlavní cíl pro hledání metod ladění. Dalším důvodem pro volbu kaskádního řízení byl hojný výskyt kaskádních řídicích systémů v průmyslu.

Regulátory pro kaskádní řízení byly zvoleny PID regulátory. Tyto regulátory se jednoduše implementují a jsou stále hojně využívány v průmyslových aplikacích.

Pro kaskádní řízení se dvěma smyčkami byla nejdříve implementována již publikovaná metoda Gamma Tuning a následně její modifikace. Dále pak byly navrženy dvě metody ladění pro obecnou kaskádu. Jedná se o metody Loop-shaping Tuning a Bandwith Tuning.

V kapitole 2 bylo nejdříve provedeno představení kaskádního řízení, uvedeny podmínky pro volbu sekundárně měřených veličin a uveden příklad. V této kapitole byly také zmíněny struktury PID regulátorů.

V následující kapitole 3 jsou pak popisovány jednotlivé metody ladění kaskádních systémů. Na začátku kapitoly jsou představeny metody aproximace jednoduchými modely FOPDT a SOPDT. Tyto aproximační metody jsou pak využity v některých metodách ladění. Jako nejlepší a nejrobustnější se ukázala metoda Frekvenční FOPDT (SOPDT) aproximace.

Jako první metoda byla v této kapitole popsána publikovaná metoda Gamma Tuning. Tato metoda slouží k ladění kaskády s dvěma smyčkami (primární a sekundární). Tato metoda využívá ladění pro zjednodušený model FOPDT. Velkým přínosem této metody je princip ladění suboptimálního regulátoru nazývaný γ -ladění. Tento princip je obecný, ale je aplikován na jednoduchý model FOPDT z důvodu možnosti aproximace optimalizace parametru γ polynomem a tím zjednodušení výpočtu. Nevýhodou této metody je přílišná aproximace systému pro primární regulátor, proto bylo navržena modifikace. Tato mo-

difikace avšak nepřinesla rapidní zlepšení. Originální Gamma Tuning se ukázala i přes velkou aproximaci jako poměrně robustní metoda.

Další metoda „Loop-shaping tuning“ byla navržena v rámci této práce. Jejím základem je publikované PID ladění pro modely FOPDT na základě „Loop-shaping H_∞ “. Toto ladění dává k dispozici ladící parametr λ , kterým je možné volit mezi robustností a chováním v časové oblasti. V metodě „Loop-shaping tuning“ je toto ladění využito k ladění kaskádních systémů na základě optimalizace tohoto parametru. Optimalizace se provádí na základě několika kritérií a při ladění kaskády se upřednostňují jednotlivá kritéria v závislosti na laděné smyčce. Výhodou této metody je, že se dá použít pro obecný kaskádní systém (dvě a více smyček). Nevýhodou je nepříliš optimální algoritmus výpočtu, který by se dal jistě optimalizovat, ale to nebylo úkolem této práce.

U poslední metody „Bandwith Tuning“ je přístup ladění odlišný. Regulátor se zde ladí tak, aby zpětnovazební systém měl dané frekvenční pásmo specifikované jako procentní část z maximálního dosažitelného pásma. Následně je pak provedena minimalizace H_∞ normy jedné z přenosových funkcí zpětnovazebního systému (např citlivostní funkce S) pro zlepšení chování a robustnosti. Tento způsob ladění je pak použit na celý kaskádní systém, přičemž se šířka pásma od vnitřní smyčky k vnější postupně snižuje. Výhodou této metody je možnost použití pro obecný kaskádní systém, který tvoří stabilní systémy nebo systémy na mezi stability. U této metody nedochází k aproximaci jednoduchým modelem. Nevýhodou je stejně jako předchozí metody nepříliš optimální algoritmus. Při používání této metody je nutné vhodně volit ladící parametry. Při agresivní volbě těchto parametrů se neúměrně zvyšuje doba výpočtu z důvodu postupného snižování pásma k docílení stabilního nastavení.

V kapitole 4 jsou pak metody použity na model reálného kaskádního systému parního přehříváku. Nejdříve byl daný proces popsán a ukázáno uspořádání pro řízení. Pro daný systém byly nalezeny linearizované modely pro různé pracovní body (výkon kotle). Následně pak bylo nalezeno ladění pomocí všech tří metod (kaskádní systém má dvě smyčky) pro daný pracovní bod. Toto ladění bylo pak rozšířeno pro více pracovních bodů („Gain Scheduling“). V poslední části kapitoly byla provedena analýza robustní stability kaskádního systému řízeného regulátory laděnými pomocí jednotlivých metod. U ladění pomocí „Bandwith tuning“ bylo zjištěno, že výsledný systém není robustně stabilní, proto byly ladící parametry změněny tak, aby bylo dosaženo robustně stabilního nastavení.

Tato diplomová práce byla vytvořena v prostředí LaTeX. Ladící metody a pomocné funkce byly implementovány v programu Matlab 2007b. Simulace byly prováděny pomocí programu Simulink 7.

Literatura

- [1] ARRIETA, O., VILANOVA, R., and BALAGUER, PEDRO. *Procedure for Cascade Control Systems Design: Choice of Suitable PID Tunings*. Int. J. of Computers, Communications and Control, ISSN 1841-9836, E-ISSN 1841-9844 Vol. III (2008), No. 3, pp. 235-248, 2008.
- [2] ÅSTRÖM, K.J. and HÄGGLUND, T. *PID controllers - theory, design and tuning*. ISA Press, Research Triangle Park, 1995.
- [3] ÅSTRÖM, K.J., HÄGGLUND, T., HANG, C.C., and HO, W.K. *Automatic tuning and adaptation for PID controllers - a survey*. Control Eng. Pract. 1, 699 - 714, 1993.
- [4] ATHERTON, D. and ZHUANG, M. *Automatic tuning of optimum PID controllers*. Vol 140, no. 3, pp. 216-224, 1993.
- [5] BI, Q, CAI, WENJIAN., LEE, E.L., WANG, QINGGUO, HANG, C.C, and ZHANG, Y. *Robust identification of first order plus dead-time model from step response*. Control Eng. Prac. 1, 71-77, 1999.
- [6] CHIEN, I.-L. *IMC-PID controller design - An extension*. Proceedings of the IFAC adaptive control of chemical processes conference, Copenhagen, Denmark, 1988.
- [7] HAVLENA, V. *Moderní teorie řízení - přednášky*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2008.
- [8] HUANG, H.P., LEE, M.W., and CHEN, C.L. *Inverse based design for a modified PID controller*. J. Chin. Inst. Chem. Eng. 31, 225-236, 2000.
- [9] HUANG, H.P., YU, C.C., and PANDA, R.C. *PID tuning rules for SOPDT systems: Review and some new results*. ISA Transaction 43, 283-295, 2004.
- [10] LEE, Y., PARK, S., LEE, M., and BROSILOW, C. *PID controller tuning for desired closed-loop responses for SISO systems*. AIChE J. 44, 106-115, 1998.

- [11] MCFARLANE, D.C. and GLOVER, K. *Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions*. Springer-Verlag, 1990.
- [12] SUNG, S.W., LEE, I.-B., and LEE, B.-K. *On-line process identification and automatic tuning method for PID controllers*. Chemical Engineering Science, Vol. 53, pp. 1847-1859, 1998.
- [13] TAN, W., LIU, J., and TAM, P.K.S. *PID tuning based on loop-shaping H_∞ control*. IEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 145, No.6, 1998.
- [14] ŠTECHA, J. *Optimální rozhodování a řízení*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999.
- [15] VILANOVA, R. *IMC based robust PID design: Tuning guidelines and automatic tuning*. Journal of Process Control, vol. 18, pp. 61-70, 2008.

Příloha A

Obsah příloženého CD

K této práci je přiloženo CD, na kterém jsou uloženy zdrojové kódy a text této diplomové práce v elektronické podobě.

- Adresář Dip: Zdrojové kódy této práce
- Adresář Matlab: Zdrojové kódy funkcí (m-file)
- Adresář Superheater: Simulinkové modely parního přehříváku
- Adresář Text: Text této práce v elektronické podobě