

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA ŘÍDICÍ TECHNIKY

Návrh PI a PD regulátorů frekvenčními metodami

Bakalářská práce

2008

Radim Procházka

ČVUT Praha

Katedra řídicí techniky

Školní rok: 2007/08

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: Radim Procházka
Obor: Kybernetika a měření
Název tématu: Návrh PI a PD regulátorů frekvenčními metodami

Zásady pro vypracování:

1. Vytvořte soubor procedur pro návrh PI a PD regulátorů a regulátorů typu lead a lag frekvenčními metodami splňující požadavek na hodnotu fázové bezpečnosti.
2. Porovnejte chování navržených regulátorů na systémech s různou dynamikou z hlediska její kvality (parametry regulace, potlačení šumu, robustnost) a diskutujte přínos složitějších metod návrhu.

Seznam odborné literatury:

G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini: Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice Hall, 2006

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Datum zadání bakalářské práce: 6. 3. 2007 (změna zadání 29. 11. 2007)

Platnost zadání do¹: zimní semestr 2007/2008

Prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



r. z. M. Šimák
Doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan


V Praze dne 29. 11. 2007

¹ Platnost zadání je omezena na dobu dvou následujících semestrů.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze, dne 3. 6. 2008


.....
podpis

Abstrakt

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit soubor procedur pro návrh PI a PD regulátorů a regulátorů typu lead a lag frekvenčními metodami splňující požadavek na hodnotu fázové bezpečnosti a ověřit je v prostředí Matlab. Dále porovnat chování dvojice navržených sobě podobných regulátorů na systémech s různou dynamikou z hlediska její kvality (parametry regulace, potlačení šumu, robustnost) a diskutovat přínos složitějších metod návrhu.

Abstrakt

The first objective of this bachelor thesis was to create collection of procedures for design of PI and PD controllers and lead, lag controllers using frequency response methods satisfying phase margin requirement and to verify it in Matlab environment. Further to compare pairs of corresponding controllers on systems with different dynamics from the view of the duality (regulation parameters, noise rejection, robustness) and to discuss contribution of more sophisticated design methods.

Poděkování

Chtěl bych poděkovat všem, kdo mi přímo či nepřímo pomáhali při vzniku této práce. Zvláště pak děkuji Ing. Petru Huškovi Ph.D., vedoucímu mé bakalářské práce za podnětné připomínky a rady.

Velký dík také patří rodičům a přátelům, protože mi v průběhu studia poskytovali zázemí a veškerou podporu hmotnou i duševní.

Obsah

1 Úvod	1
2 Metody návrhu spojitých regulátorů	2
2.1 Frekvenční metody syntézy	2
2.2 Míry kvality řízení	3
2.3 Amplitudová a fázová bezpečnost	4
2.4 Návrh spojitých regulátorů PD, PI, Lead a Lag	5
2.4.1 PD regulátor	5
2.4.2 PI regulátor	7
2.4.3 Lead regulátor	8
2.4.4 Lag regulátor	9
3 Srovnání regulátorů PDf a Lead	11
3.1 Systém 4. řádu s astatismem	11
3.2 Systém 2. řádu bez astatismu	18
3.3 Ostatní systémy	20
4 Srovnání regulátorů PI a Lag	23
4.1 Systém 2. řádu bez astatismu	23
4.2 Systém 4. řádu bez astatismu	28
4.3 Ostatní systémy	30
5 Závěr	32
6 Literatura	33
6.1 Obsah příloženého CD	33
7 Příloha	34
7.1 PDf regulátor	34
7.2 PI regulátor	35
7.3 Lead regulátor	35
7.4 Lag regulátor	36

1 Úvod

1 Úvod

Regulací jako takovou se obecně myslí automatická regulace velikosti některé fyzikální veličiny, kterou je nejčastěji teplota, vlhkost, tlak, průtok, koncentrace plynů, apod.

Základním principem každé regulace je zpětná vazba, která zprostředkuje regulátoru zpětnou informaci o velikosti regulované veličiny $y(t)$, Obr. 2.1.1. Zpětná vazba může být realizována jakkoliv, např. i pomocí obsluhy (ruční regulace) nebo automaticky, pomocí vhodného čidla (automatická regulace). Regulátor pak získává pomocí čidla zpětnou informaci o skutečné velikosti regulované veličiny $y(t)$, tuto hodnotu porovnává s požadovanou hodnotou $w(t)$ (rozdíl těchto hodnot je tzv. regulační odchylka $e(t)$), a pomocí tzv. akčního členu se pak snaží docílit kýžené požadované hodnoty regulované veličiny.

Regulátor je v abstraktní představě systém na jehož výstupu jsou takové změny akční veličiny, tzv. akční zásahy, které vedou k odstranění regulační odchylky $e(t)$. My se budeme zabývat spojitými PID regulátory (především PD a PI). Název se skládá ze tří písmen, která jsou odvozena ze začátečních písmenek jednotlivých složek regulace: *Proporcionální složka*, *Integrační složka* a *Derivační složka*.

P regulátor pracuje jako zesilovač regulační odchylky.

I regulátor funguje tak, že vezme regulační odchylku, vynásobí ji konstantou a přičte si ji ke své složce.

D regulátor pracuje s rychlostí změny regulační odchylky, tu vynásobí konstantou.

Regulátory jen s jednou složkou se však téměř nepoužívají a proto využíváme užitečných spojení složek. Spojením všech tří složek vzniká *PID regulátor*, který odstraňuje trvalou regulační odchylku a má dobré dynamické vlastnosti. Chování PID regulátoru závisí na nastavení jednotlivých složek. Zvětšení proporcionální složky dosáhneme zvětšením zesílení neboli zúžením pásma proporcionality. Zvětšení integrační složky dosáhneme zmenšením integrační časové konstanty. Zvětšení derivační složky dosáhneme zmenšením derivační časové konstanty. K výhodám PID regulátorů můžeme ještě přičíst vysokou jakost regulace, zejména u soustav s proporcionálním výstupem. Naopak jako nevýhody můžeme označit velké nároky na regulátor a zdlouhavé manuální nastavování regulačních parametrů.

PID regulátory mají velké využití od různých průmyslových řízeních až do běžných domácností třeba jako regulace topení.

Na úvod celé práce bych chtěl čtenáře seznámit se základními frekvenčními metodami návrhu spojitých regulátorů a přiblížit popis některých základních technik návrhu.

Dále se budu zabývat návrhem PD regulátorů s filtrem, Lead regulátorů, PI regulátorů a Lag regulátorů splňujících požadavek na hodnotu fázové bezpečnosti. Ale hlavně bych chtěl porovnat sobě podobné typy regulátorů jako PD regulátor s filtrem a Lead regulátor. A PI regulátor s Lag regulátorem.

V praktické části bych chtěl rozvést jednotlivé návrhy regulátorů a ukázat některé výsledné regulátory spolu s jejich chováním na systémech s různou dynamikou, které vzniknou experimentálním zkoumáním v programu Matlab. Programu Matlab a jeho nástrojů také využiji k podrobnému prozkoumání chování srovnávaných regulátorů z hlediska jejich kvality (parametry regulace, potlačení šumu, robustnost).

Na závěr bych chtěl, aby práce dosaženými výsledky a parametry skutečně odpověděla na otázku, jestli složitější metody návrhu Lead a Lag regulátorů jsou přínosné.

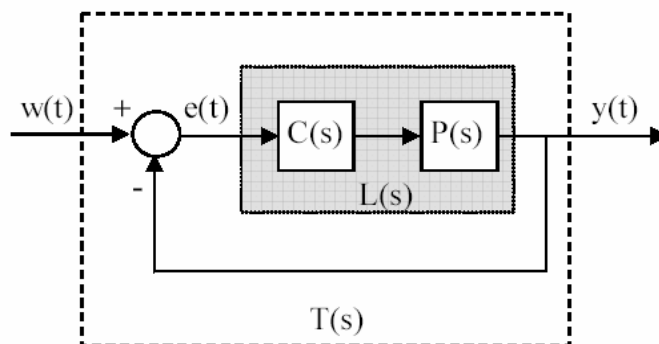
2 Metody návrhu spojitéch regulátorů

2 Metody návrhu spojitéch regulátorů

2.1 Frekvenční metody syntézy

Frekvenční metody návrhu se snaží upravit frekvenční charakteristiku *otevřené smyčky* $L(j\omega)$ tak, aby výsledná frekvenční charakteristika *uzavřené smyčky* $T(j\omega)$ měla požadovaný průběh. Závislost mezi $L(j\omega)$ a $T(j\omega)$ popisuje jednoznačný vztah

$$T(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \quad (2.1)$$



Obr. 2.1.1 – Zpětnovazební řídicí systém

Typický přenos *uzavřené smyčky* bude vypadat jako dolní propust - bude mít $|T(j\omega) \approx 1|$ až do jisté frekvence a od této frekvence dále bude amplituda přenosu klesat, $|T(j\omega) < 1|$. V ideálním případě by měl mít jednotkovou amplitudu ve všech frekvencích (za předpokladu nulové fáze by pak přenášel libovolně rychlé změny reference $w(t)$ v podstatě bez přechodového děje na výstup $y(t)$). To však není reálně uskutečnitelné a navíc by se tím přenášely na výstup i nežádoucí vysokofrekvenční šумы.

Při syntéze pomocí frekvenčních charakteristik upravujeme frekvenční charakteristiku otevřené smyčky regulačního obvodu tak, abychom splnili ukazatele kvality, kterými jsou nejčastěji ustálená regulační odchylka e_{ss} , šířka propustného pásma ω_{BW} při nepřekročení rezonančního převýšení A_r ve frekvenční charakteristice uzavřené smyčky. Frekvenční charakteristiku otevřené smyčky můžeme obecně upravovat změnou zesílení přenosu otevřené smyčky (zesílením regulátoru), zařazením sériového korekčního členu regulátoru, zpětnovazebním členem nebo případně jejich kombinací. Frekvenční metody jsou mimo jiné vhodné i pro systémy s dopravním zpožděním, neaproximovaným racionálně lomenou funkcí.

2 Metody návrhu spojitých regulátorů

2.2 Míry kvality řízení

Pro hodnocení kvality řízení můžeme na frekvenční a přechodové charakteristice *uzavřené smyčky* definovat následující míry:

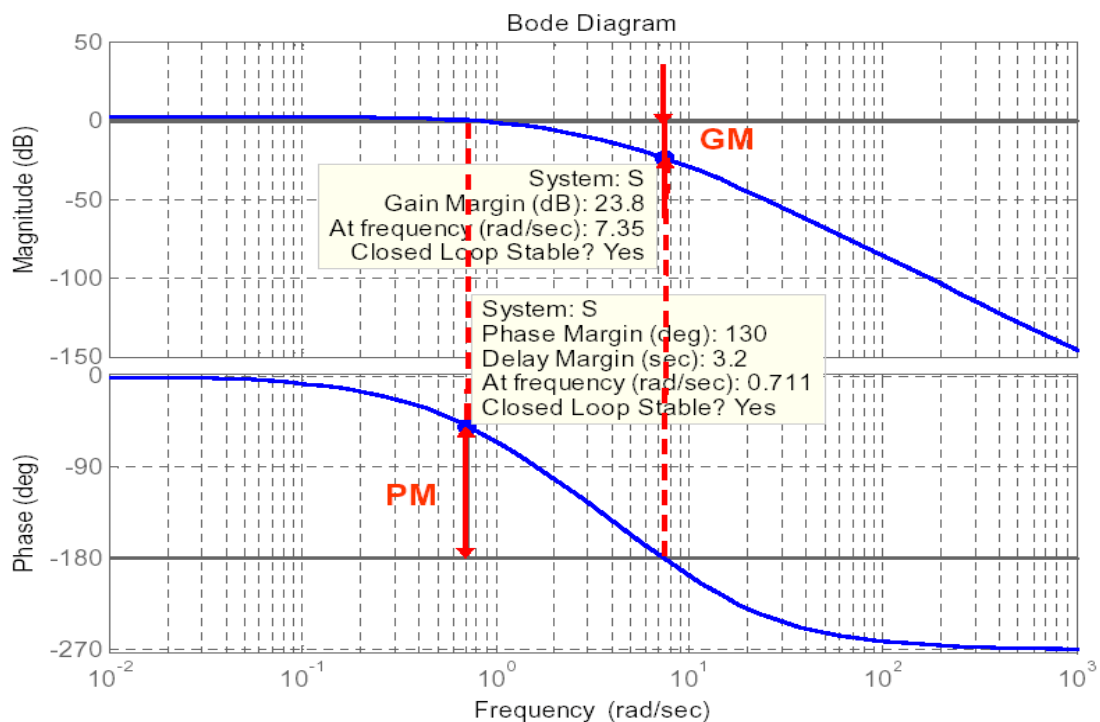
- **Rezonanční převýšení A_r** = maximální hodnota amplitudy frekvenční charakteristiky.
Velké rezonanční převýšení znamená velký překmit na přechodové charakteristice. Většina řídicích systémů se v praxi navrhuje s rezonančním převýšením (1-3 dB), protože různé nelinearity, které nejsou lineárním modelem popsány, totiž zpravidla překmity utlumí. Pokud by se vyžadovalo rezonanční převýšení nulové, tedy bez překmitu, byla by ve skutečnosti odezva zpětnovazebního řídicího systému zbytečně pomalá.
- **Překmit M_p** = maximální hodnota amplitudy přechodové charakteristiky, která se zpravidla vyjadřuje v % ustálené hodnoty.
- **Šířka přenášeného pásma ω_{BW}** = frekvence, na níž poklesne zesílení o 3dB oproti zesílení na nízkých frekvencích.
Širší propustné pásmo znamená rychlejší odezvu systému, tj. kratší dobu náběhu přechodové charakteristiky (dobu, za kterou přejde výstup z 10% na 90% ustálené hodnoty). Na druhou stranu větší šířka přenášeného pásma však znamená, že systém může reagovat i na vysokofrekvenční rušení zpravidla přítomné na vstupech systému.
- **Ustálená regulační odchylka e_{ss}** = odchylka od předpokládané hodnoty výstupu systému.
Ustálená regulační odchylka se udává číselně nebo procentuelně. Ustálená regulační odchylka zpětnovazebního systému klesá se zvyšujícím se zesílením přenosové funkce otevřené smyčky. Pro malou ustálenou regulační odchylku je hlavně důležité velké zesílení na velmi nízkých frekvencích.
- **Doba ustálení t_s** = čas, za který se přechodová charakteristika natrvalo dostane do blízkého okolí ustálené hodnoty.
Blízké okolí je zpravidla definováno jako $\pm 3\%$, resp. $\pm 5\%$ toleranční pásmo kolem ustálené hodnoty, kde 100% je právě velikost ustálené hodnoty. Čím kratší doba ustálení, tím je systém rychlejší a toho se většina návrhů regulátorů snaží dosáhnout.
- **Doba náběhu T_r** = doba trvání přeběhu přechodové charakteristiky z 10% na 90% ustálené hodnoty.
Čím kratší doba náběhu, tím má systém rychlejší reakci na vstup a toho se většina návrhů regulátorů snaží dosáhnout.

2 Metody návrhu spojitého regulátoru

2.3 Amplitudová a fázová bezpečnost

Z Nyquistova kritéria vyplývají dvě bezpečnostní meze:

- **Amplitudová bezpečnost** (gain margin, GM) říká, kolikrát se ještě může zvětšit zesílení v *otevřené smyčce*, než se zpětnovazební systém dostane na mez stability. Pokud systém $L(j\omega)$ přenáší signály na jisté frekvenci ω_{GM} s fázovým posunutím -180° , dostane se tak výstup do protifáze se vstupem (bude mít záporné znaménko). Zápornou zpětnou vazbou pak tento signál přivedeme zpět na vstup $L(j\omega)$, kde se však v tomto případě sečte se signálem vstupním. Pokud má zpětnou vazbu vrácený signál nižší amplitudu než signál budící, zůstane výstup omezený a zpětnovazební obvod stabilní. Nastane-li opačný případ, tj. bude zesílen, zpětnovazební systém bude nestabilní. Je-li zesílení pro frekvenci ω_{GM} jednotkové, jsme na hranici stability. Při návrhu zpětnovazebního řízení je dobré vědět, kolikrát ještě můžeme zvýšit zesílení, než se dostaneme na mez stability.
- **Fázová bezpečnost** (phase margin, PM) podobně říká, o jak velký úhel (fázi) si můžeme ještě dovolit natočit frekvenční charakteristiku, aby se uzavřená smyčka octla na mezi stability.



Obr. 2.3.1 - Fázová a amplitudová bezpečnost na Bodeho diagramu

2 Metody návrhu spojitých regulátorů

Jedním z parametrů při návrhu regulátoru pak může být předem určená fázová bezpečnost otevřené smyčky. Její hodnota souvisí s relativním tlumením, pro systém druhého řádu a hodnoty $PM < 70^\circ$ lze aproximovat vztahem

$$\zeta = \frac{PM}{100}, \quad (2.2)$$

podle kterého lze přibližně zvolit PM při požadovaném tlumení ζ .

V praxi se model nebo získaná frekvenční charakteristika řízené soustavy nikdy nebude přesně shodovat s realitou a proto při návrhu řízení na modelu zvolíme dostatečnou fázovou bezpečnost, abychom si byli jisti, že i při aplikaci na reálném, ne zcela totožném systému bude zajištěna stabilita uzavřené smyčky. V praxi se typicky používá fázová bezpečnost $PM = 45^\circ$.

Hodnoty fázové a amplitudové bezpečnosti lze snadno nalézt například na Bodeho diagramu (Obr. 2.3.1).

2.4 Návrh spojitých regulátorů PD, PI, Lead a Lag

2.4.1 PD regulátor

PD regulátor použijeme tehdy, budeme-li chtít rozšířit propustné pásmo uzavřené smyčky a zvýšit tím rychlost odezvy systému na vstupní signál. PD regulátor přenáší kromě regulační odchylky i její derivaci a tím do výstupního signálu přidává informaci o časovém trendu odchylky. Derivační korekce pomáhá rozšířit propustné pásmo frekvencí tím, že zvětšuje fázový posun frekvenční charakteristiky otevřené smyčky při vyšších frekvencích.

Pro přenos PD regulátoru platí:

$$C(s) = k_p + k_D s = k_p (T_D s + 1) = k_D (s + \omega_D) \quad (2.3)$$

$$T_D = \frac{k_D}{k_p}; \omega_D = \frac{1}{T_D} = \frac{k_p}{k_D} \quad (2.4)$$

Konstanty k_p a k_D představují proporciální a derivační složku regulátoru, T_D je derivační časová konstanta a ω_D je derivační frekvence.

Při návrhu PD regulátoru postupujeme následujícím způsobem:

Parametr ω_D , zlomovou frekvenci PD regulátoru, volíme tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí ω_{PM} , na níž budeme měřit fázovou bezpečnost výsledného přenosu otevřené smyčky $L(s)$, tedy zvolíme $\omega_D = \omega_{PM}$. Na této frekvenci zvýší PD člen fázi soustavy o 45° .

$$\arg(L(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + \arg(C(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + 45^\circ \quad (2.5)$$

2 Metody návrhu spojitých regulátorů

Fázová bezpečnost PM je definována vztahem

$$-180^\circ + PM = \arg(L(j\omega_D)). \quad (2.6)$$

Kombinací vztahu (2.5) a (2.6) získáme

$$\arg(P(j\omega_D)) = -225^\circ + PM \quad (2.7)$$

Pokud zvolíme $PM = 45^\circ$, vyjde fáze soustavy P na frekvenci ω_D splňující

$$\arg(P(j\omega_D)) = -180^\circ \quad (2.8)$$

Neznámou frekvenci ω_D tedy najdeme na frekvenční charakteristice řízeného systému $P(s)$ v místě, kde jeho fáze prochází -180° .

Nyní už zbývá pouze určit poslední parametr PD regulátoru k_D . Ten určíme z podmínky, že pokud je ω_D frekvence, na které se odečítá fázová bezpečnost, musí na ní zesílení otevřené smyčky $L(j\omega_D)$ být jednotkové

$$\begin{aligned} |L(j\omega_D)| &= |C(j\omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| = |k_D \cdot (j\omega_D + \omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| \\ &= |k_D| |j\omega_D + \omega_D| |P(j\omega_D)| = k_D \omega_D \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)| = 1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Po úpravě získáme

$$k_D = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)|} \quad (2.10)$$

nebo po využití vztahu (2.4)

$$k_P = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)|} \quad (2.11)$$

Prostý PD regulátor je však nekauzální a zesiluje příliš vysokofrekvenční šумы, tak musí být v praxi doplněn filtrem.

Pro přenos PD regulátoru s filtrem platí:

$$C(s) = k_P \frac{(T_D s + 1)}{(T_f s + 1)} = \frac{k_D}{T_f} \cdot \frac{(s + \omega_D)}{(s + \omega_f)}, \quad (2.12)$$

kde $\omega_f = 1/T_f$ se volívá $(5 - 20) \cdot \omega_D$.

2 Metody návrhu spojitých regulátorů

2.4.2 PI regulátor

PI regulátor volíme v případě, že vyžadujeme nulovou ustálenou regulační odchylku pro konstantní požadovanou veličinu i za cenu snížení rychlosti odezvy systému na vstupní signál.

Pro přenos PI regulátoru platí:

$$C(s) = k_p + k_I \frac{1}{s} = \frac{k_I(T_I s + 1)}{s} = \frac{k_p(s + \omega_I)}{s} \quad (2.13)$$

$$T_I = \frac{k_p}{k_I}; \omega_I = \frac{1}{T_I} = \frac{k_I}{k_p} \quad (2.14)$$

Konstanty k_p a k_I představují proporciální a integrační složku regulátoru, T_I je integrační časová konstanta a ω_I je integrační frekvence.

V případě návrhu PI regulátoru se přenos v podstatě liší od přenosu PD regulátoru pouze členem $1/s$, postup proto bude obdobný.

Parametr ω_I , zlomovou frekvenci PI regulátoru, volíme tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí ω_{PM} , na níž budeme měřit fázovou bezpečnost výsledného přenosu otevřené smyčky $L(s)$, tedy zvolíme $\omega_I = \omega_{PM}$. Na této frekvenci sníží PI člen fázi soustavy o 45° .

$$\arg(L(j\omega_I)) = \arg(P(j\omega_I)) + \arg(C(j\omega_I)) = \arg(P(j\omega_I)) - 45^\circ \quad (2.15)$$

Fázová bezpečnost PM je definována vztahem

$$-180^\circ + PM = \arg(L(j\omega_I)). \quad (2.16)$$

Kombinací vztahu (2.14) a (2.15) získáme

$$\arg(P(j\omega_I)) = -135^\circ + PM \quad (2.17)$$

Pokud zvolíme $PM = 45^\circ$, vyjde fáze soustavy P na frekvenci ω_I splňující

$$\arg(P(j\omega_I)) = -90^\circ \quad (2.18)$$

Neznámou frekvenci ω_I tedy najdeme na frekvenční charakteristice řízeného systému $P(s)$ v místě, kde jeho fáze prochází -90° .

Nyní už zbývá pouze určit poslední parametr PI regulátoru k_I . Ten určíme z podmínky, že pokud je ω_I frekvence, na které se odečítá fázová bezpečnost, musí na ní zesílení otevřené smyčky $L(j\omega_I)$ být jednotkové

2 Metody návrhu spojitých regulátorů

$$\begin{aligned} |L(j\omega_I)| &= |C(j\omega_I)| \cdot |P(j\omega_I)| = \left| \frac{k_I \cdot (j\omega_I + \omega_I)}{j\omega_I} \right| \cdot |P(j\omega_I)| \\ &= \frac{k_I}{\omega_I} \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_I)| = 1 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Po úpravě získáme

$$k_I = \frac{\omega_I}{\sqrt{2} \cdot |P(j\omega_I)|} \quad (2.20)$$

nebo po využití vztahu (2.14)

$$k_P = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot |P(j\omega_I)|} \quad (2.21)$$

2.4.3 Lead regulátor

Lead regulátor je aproximací PD regulátoru. Lead regulátor však oproti prostému PD regulátoru snižuje vliv vysokofrekvenčního šumu, který je prostým PD regulátorem zesilován. Je to způsobeno tím, že lead přidává k nule pól (ve jmenovateli) na frekvencích značně vyšších než je zlomová frekvence prostého PD regulátoru.

Pro přenos Lead regulátoru platí:

$$C(s) = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}, \quad \alpha < 1 \quad (2.22)$$

Konstanta T je časová konstanta regulátoru a $1/\alpha$ je poměr zlomové frekvence pólu a nuly.

Při návrhu Lead regulátoru postupujeme následujícím způsobem:

Určíme zesílení K otevřené smyčky systému tak, aby splňovalo požadavky na ustálenou regulační odchylku či šířku propustného pásma:

- a) k dosažení požadavků na ustálenou regulační odchylku e_{ss} volíme K podle dostačujících konstant K_p , K_v , K_a :

$$K_p = \frac{1 - e_{ss}}{e_{ss}}, \text{ pro systém typu 0 (vstup typu **jednotkový skok**)} \quad (2.23)$$

2 Metody návrhu spojitých regulátorů

$$K_v = \frac{1}{e_{ss}}, \text{ pro systém typu 1 (vstup typu rampa)} \quad (2.24)$$

$$K_a = \frac{1}{e_{ss}}, \text{ pro systém typu 2 (vstup typu parabola)} \quad (2.25)$$

- b) nebo k dosažení požadavků na šíři propustného pásma volíme K tak, aby zlomová frekvence otevřené smyčky byla dvakrát níže než požadovaná zlomová frekvence uzavřené smyčky.

Odečteme z frekvenční charakteristiky fázovou bezpečnost PMI neregulovaného systému se zesílením K v předchozím bodě zvoleném.

K požadované fázové bezpečnosti PM připočteme dalších asi 10° a odečteme výše zjištěnou fázovou bezpečnost, tedy $PM + 10^\circ - PMI = \Phi_{max}$.

Nyní určíme α výpočtem z rovnice (2.26) pro požadovaný fázový příspěvek Φ_{max} .

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}} \quad (2.26)$$

Vybereme zlomovou frekvenci ω_{max} , na které chceme dosáhnout požadovaného fázového příspěvku Φ_{max} . Vypočteme časovou konstantu nuly regulátoru T podle vzorce

$$T = \frac{1}{\omega_{max} \sqrt{\alpha}} \quad (2.27)$$

a časová konstanta pólu regulátoru je pak αT .

Odečteme z frekvenční charakteristiky fázovou bezpečnost PM celého systému s vypočteným regulátorem.

Pokud se neshoduje s požadovanou či pokud se neshodují jiné požadované parametry, opakujeme návrh s přizpůsobenými parametry regulátoru (póly, nuly, zesílení, α), dokud nedosáhneme shody.

2.4.4 Lag regulátor

Lag regulátor je aproximací PI regulátoru. Na rozdíl od Lead regulátoru se pól přidává na značně nižší frekvence než je zlomová frekvence nuly regulátoru.

2 Metody návrhu spojitých regulátorů

Pro přenos Lag regulátoru platí:

$$C(s) = \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}, \quad \alpha > 1 \quad (2.28)$$

Konstanta T je časová konstanta regulátoru a $1/\alpha$ je poměr zlomové frekvence pólu a nuly.

Při návrhu Lag regulátoru postupujeme následujícím způsobem:

Určíme zesílení K otevřené smyčky systému tak, aby splňovalo požadavky na ustálenou regulační odchylku. K dosažení požadavků na ustálenou regulační odchylku e_{ss} volíme K stejně jako u lead regulátoru podle dostačujících konstant K_p , K_v , K_a .

Dále vycházíme z frekvenční charakteristiky otevřené smyčky systému s již určeným K . Zesílení postupně snižujeme a najdeme takové zesílení K_I otevřené smyčky systému spolu se zlomovou frekvencí tak, aby splňovalo požadovanou fázovou bezpečnost $PM +$ asi 5° .

Nyní získáme α výpočtem z rovnice (2.29).

$$\alpha = \frac{K}{K_I} \quad (2.29)$$

Vybereme zlomovou frekvenci nuly regulátoru $\omega_z = 1/T$ tak, že bude osmina až desetina zlomové frekvence otevřené smyčky systému při zesílení K_I .

Zlomová frekvence pólu regulátoru je potom $\omega_p = 1/\alpha T$.

Odečteme z frekvenční charakteristiky fázovou bezpečnost PM celého systému s vypočteným regulátorem.

Pokud se neshoduje s požadovanou či pokud se neshodují jiné požadované parametry, opakujeme návrh s přizpůsobenými parametry regulátoru (póly, nuly, zesílení, α), dokud nedosáhneme shody.

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

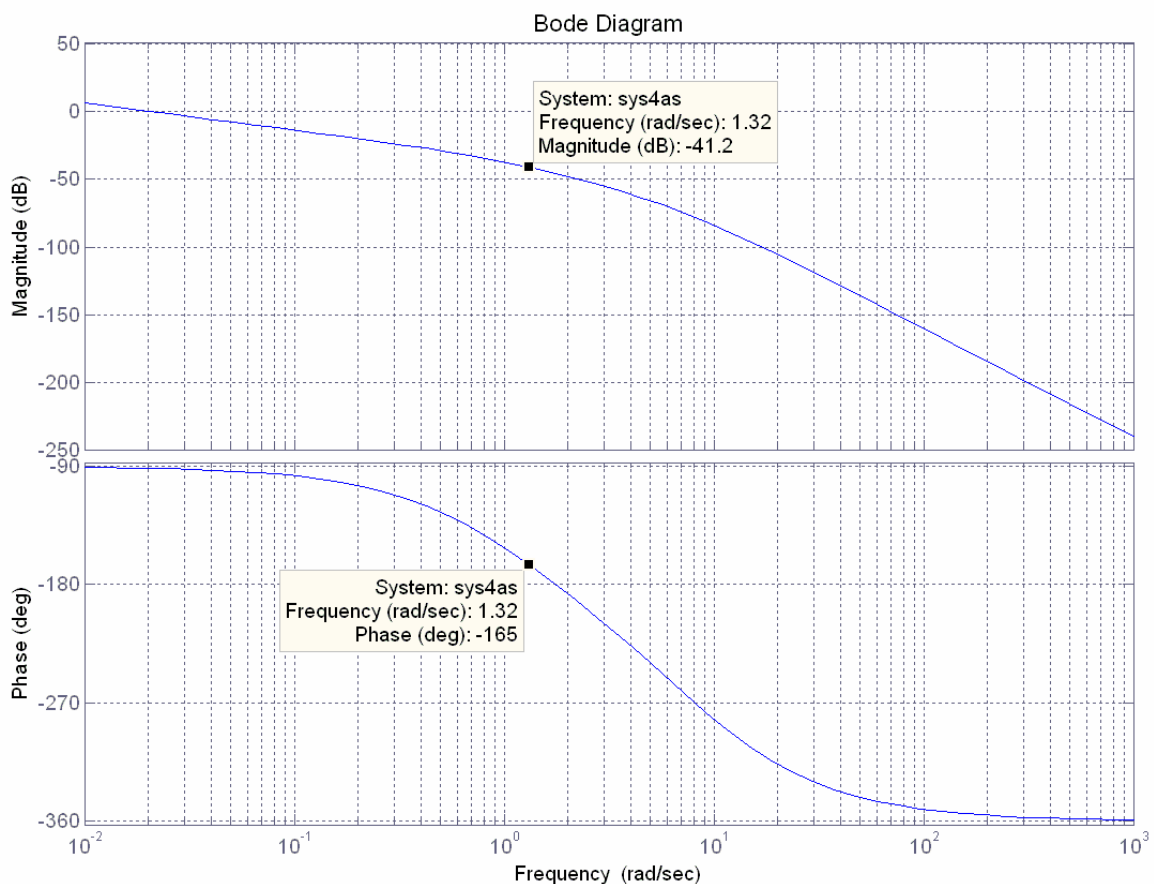
3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

3.1 Systém 4. řádu s astatismem

Na prvním systému si ukážeme postupně podrobně celý návrh. Dále už budou jen srovnání výsledných odezev na skok PD regulátoru s filtrem a Lead regulátoru na systému se zavedeným vysokofrekvenčním rušením.

PDf regulátor:

Pro systém $P(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$ navrhne PDf regulátor pro zvolenou fázovou bezpečnost $PM = 60^\circ$.



Obr. 3.1.1 - Fázová a amplitudová charakteristika systému $P(s)$ na Bodeho diagramu

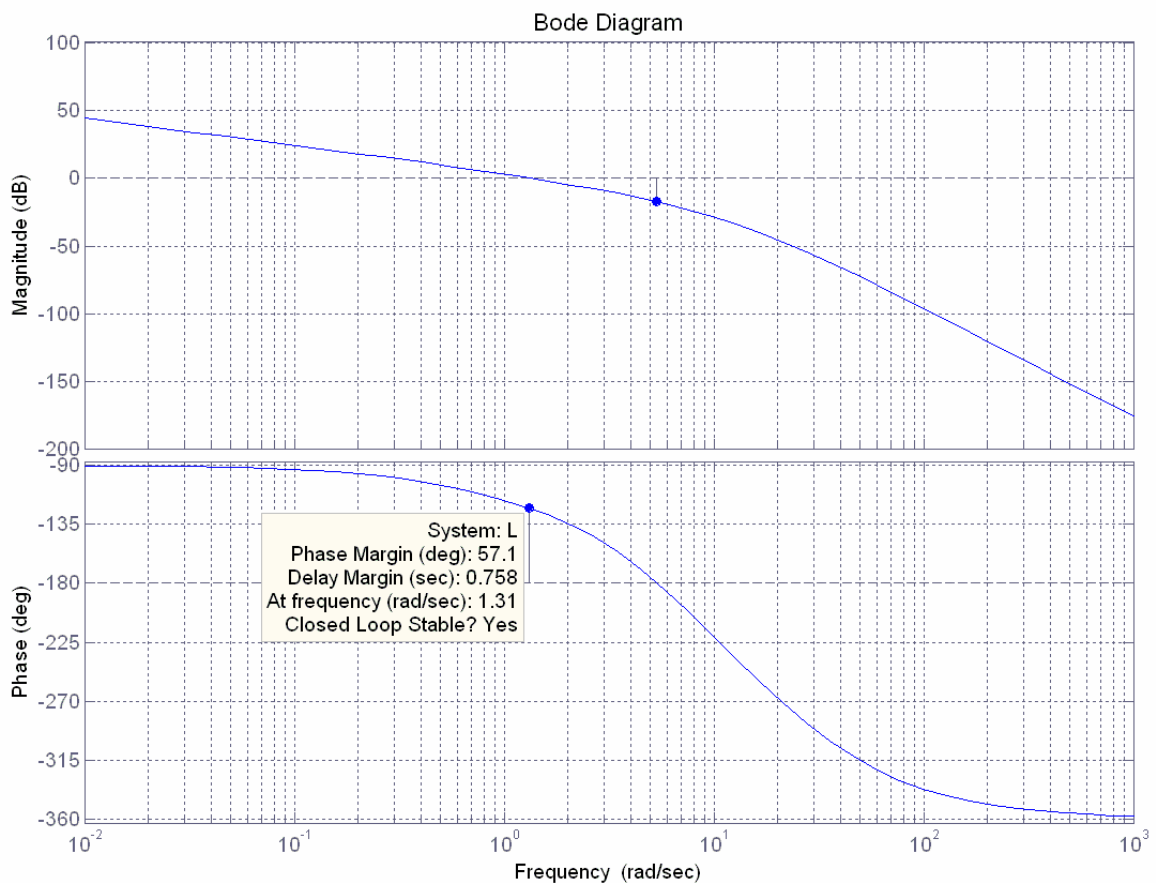
Pro zvolenou fázovou bezpečnost PM najdeme ω_D tedy na frekvenční charakteristice řízeného systému $P(s)$ v místě, kde jeho fáze prochází -165° . Pro zvolený systém, jehož frekvenční charakteristika je vykreslena na Obr. 3.1.1, vychází $\omega_D = 1,32$ rad/sec.

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

Nyní určíme druhý parametr PD regulátoru k_D . Zesílení $|P(j\omega_D)|$ opět odečteme z Obr.3.1.1, $|P(j\omega_D)|_{dB} = -41,2$ dB, neboli $|P(j\omega_D)| = 0,0087$. Po dosazení do (2.10) vyjde $k_D = 60,8$, případně $k_P = 80,26$.

Výsledný PD regulátor je tedy $C(s) = 60,8(s+1,32) = 80,26(0,758s+1)$.

Ještě však PD regulátor upravíme na PD regulátor s filtrem. Zvolíme $\omega_f = 20 \cdot \omega_D$, tedy $\omega_f = 26,4$. Frekvenci ω_f jsme schválně zvolili až na horní doporučené hranici, abychom se co nejvíce přiblížili později navrženému poměru $1/\alpha$ u srovnávaného Lead regulátoru. Výsledný PDf regulátor je $C(s) = 1605,15 \frac{(s+1,32)}{(s+26,4)} = 80,26 \frac{(0,758s+1)}{(0,038s+1)}$.



Obr. 3.1.2 – Frekvenční charakteristika otevřené smyčky s PDf regulátorem

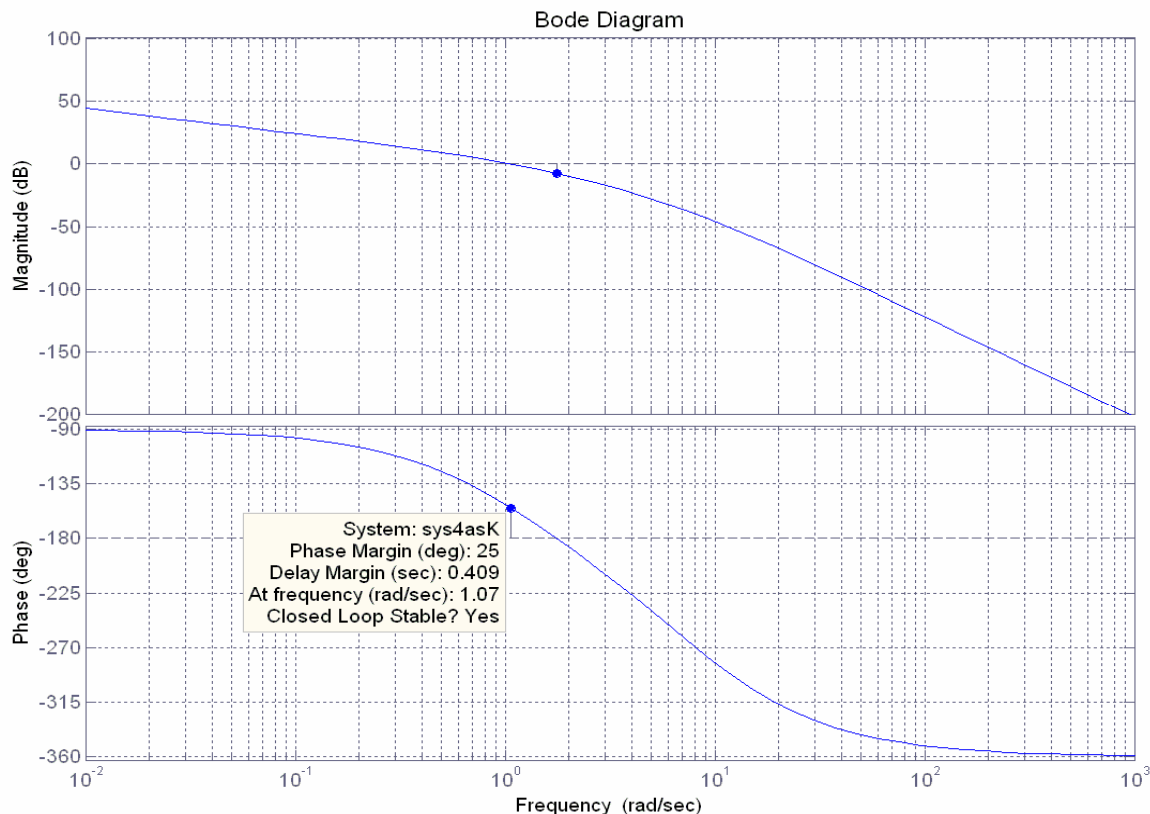
Vykreslili jsme si výslednou frekvenční charakteristiku otevřené smyčky $L(s)$, která je výsledkem sečtení charakteristik $C(s)$ a $P(s)$ v Bodeho diagramu, viz. Obr. 3.1.2. Lze se přesvědčit, že fázová bezpečnost je téměř zvolených 60° . K drobným nepřesnostem může dojít při úpravách a zaokrouhlení.

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

Lead regulátor:

Zesílení K otevřené smyčky systému vezmeme stejné jako zesílení k_P PD regulátoru pro zachování stejné ustálené regulační odchylky, tedy $K = 80,26$.

V dalším kroku odečteme fázovou bezpečnost PMI neregulovaného systému se zvoleným K . Na Obr. 3.1.3 se můžeme přesvědčit, že $PMI = 25^\circ$.



Obr. 3.1.3 - Fázová a amplitudová charakteristika systému $K.P(s)$ na Bodeho diagramu

My ale požadujeme fázovou bezpečnost $PM = 60^\circ$, tudíž po připočtení dalších 10° navíc nám vyjde $60^\circ + 10^\circ - 25^\circ = 45^\circ$. Lead regulátor by měl přispívat 45° na zlomové frekvenci.

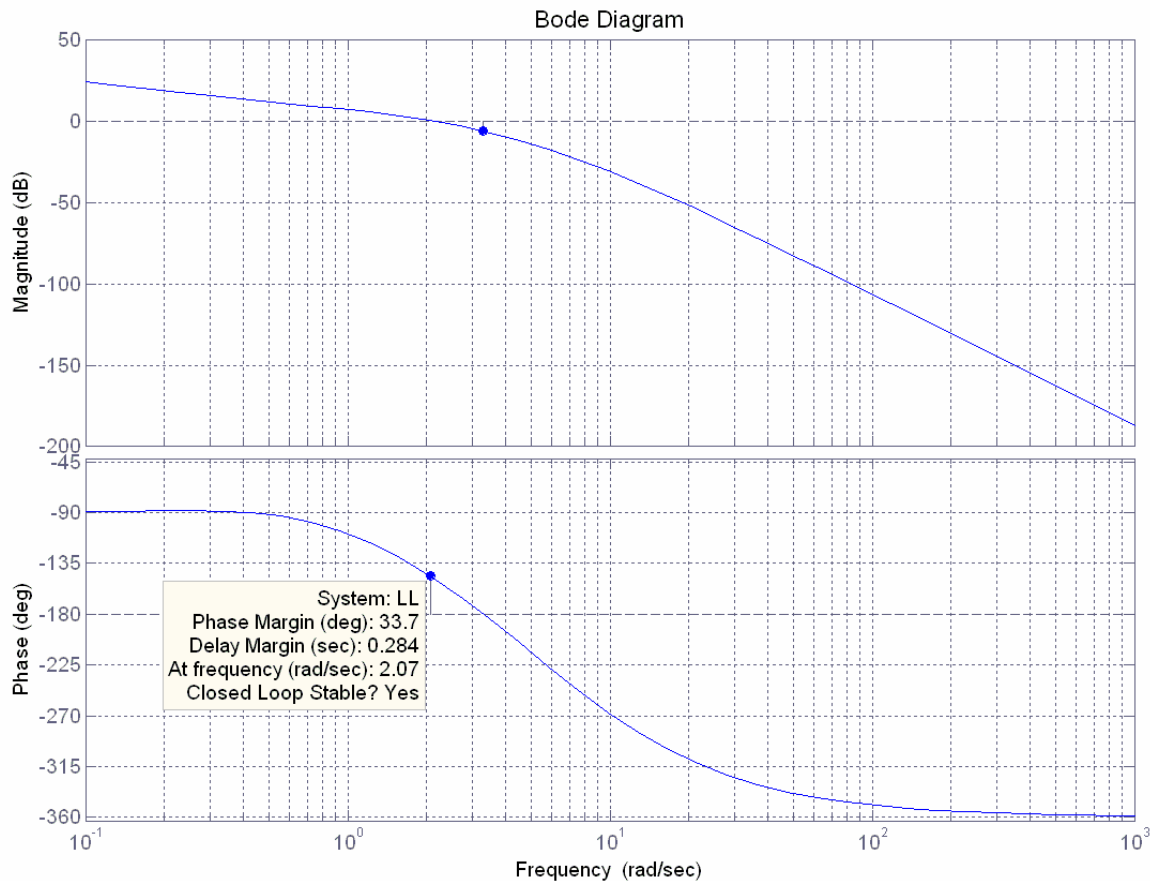
Požadovaný fázový příspěvek Φ_{max} je tedy 45° a výpočtem z rovnice (2.26) dostaneme $\alpha = 0.172$ ($1/\alpha = 5,83$).

Vypočteme z rovnice (2.27) časovou konstantu regulátoru T pro zlomovou frekvenci nuly. Zlomovou frekvenci ω_{max} zvolíme stejnou, jako je frekvence nuly v návrhu PD regulátoru, tedy $\omega_{max} = \omega_D = \omega_{PM} = 1,32$ rad/sec. Výsledek je $T = 1,829$.

$$\text{Výsledný Lead regulátor je } C(s) = 80,26 \frac{(1,829s + 1)}{(0,314s + 1)} = 467,78 \frac{(s + 0,55)}{(s + 3,19)}.$$

3 Srovnání regulátorů PDF a Lead

Z frekvenční charakteristiky na Obr. 3.1.4 se můžeme přesvědčit, že jsme nedosáhli požadované fázové bezpečnosti 60° , ale PM činí jen $33,7^\circ$. Je to způsobeno především tím, že lead regulátor posunul zlomovou frekvenci vpravo a tím snížil fázový příspěvek lead regulátoru.



Obr. 3.1.4 - Frekvenční charakteristika otevřené smyčky s Lead regulátorem

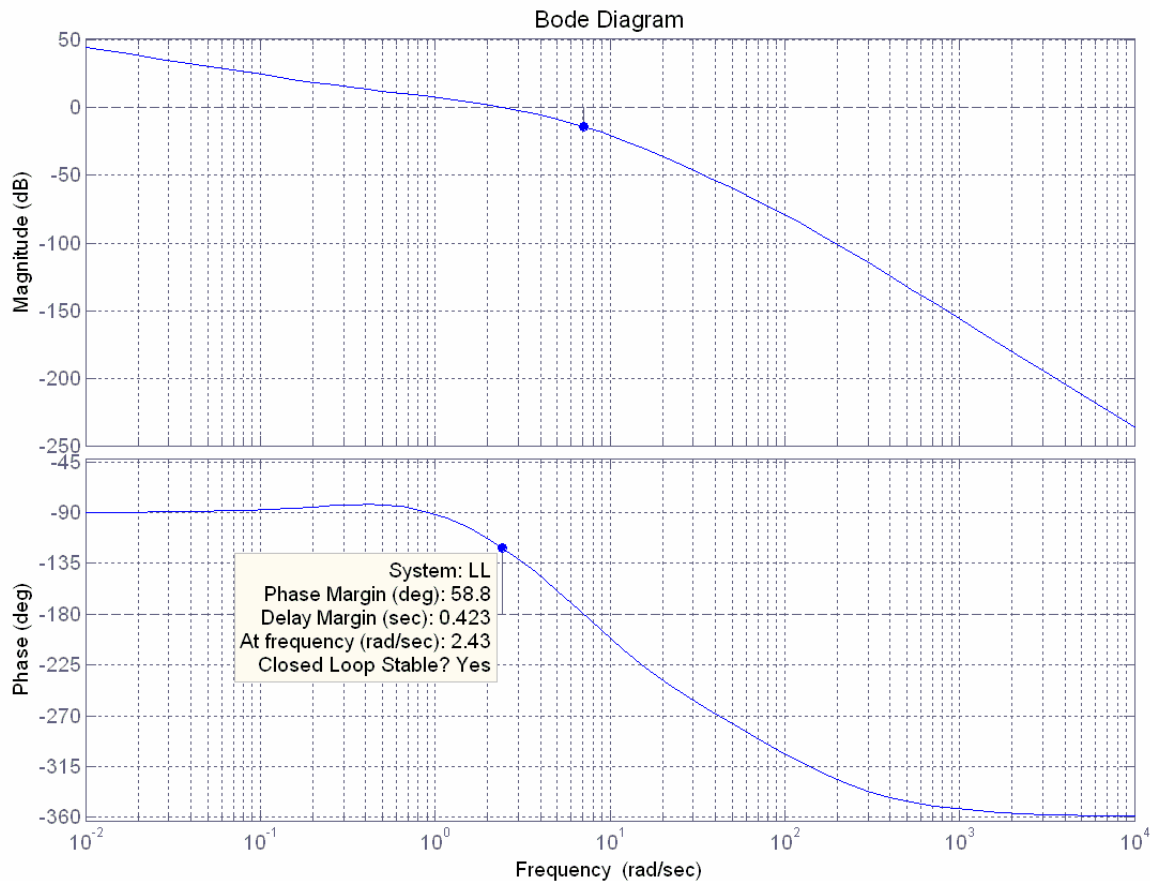
Budeme tedy opakovat návrh a můžeme, buď zvýšit poměr $1/\alpha$, tedy fázový příspěvek Φ_{max} , nebo zlomovou frekvenci nuly regulátoru posunout mírně vpravo a tím snížit posunutí zlomové frekvence systému s regulátorem. My budeme dávat přednost zvýšení poměru $1/\alpha$. V některých případech, zvláště s vyšší požadovanou fázovou bezpečností, však nelze dosáhnout požadované fázové bezpečnosti pouze zvyšováním poměru $1/\alpha$, protože fázový příspěvek je též omezený a můžeme dosáhnout maximálně necelých 90° a to již při hodně vysokých hodnotách poměru $1/\alpha$. V těchto případech využijeme tedy posunutí nuly regulátoru mírně vpravo.

Pro náš systém najdeme požadovanou fázovou bezpečnost $PM = 60^\circ$ pro $\alpha = 0.005$ ($1/\alpha = 200$).

$$\text{Výsledný Lead1 regulátor je } C(s) = 80,26 \frac{(1,829s + 1)}{(0,009s + 1)} = 16052 \frac{(s + 0,55)}{(s + 109)}.$$

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

A že jsme skutečně téměř dosáhli fázové bezpečnosti $PM = 60^\circ$, můžeme vidět na Obr.3.1.5. Ale jak později uvidíme na počáteční hodnotě akčního zásahu regulátoru, je poměr $1/\alpha$ hodně velký.



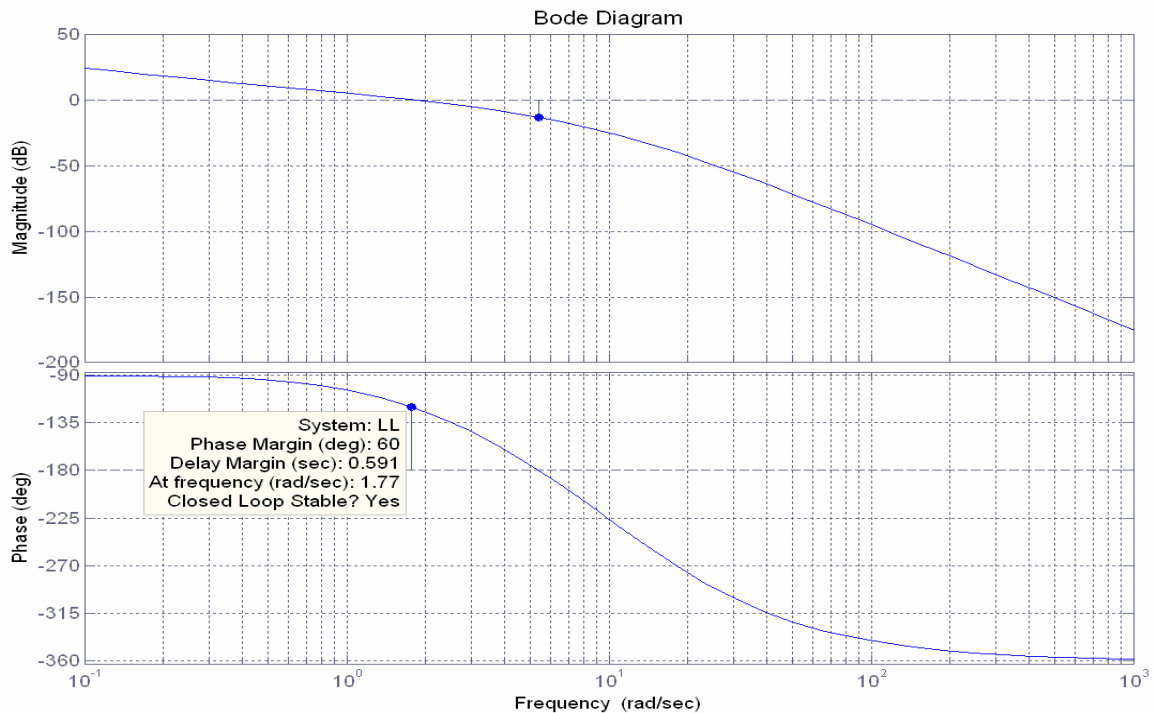
Obr. 3.1.5 - Frekvenční charakteristika otevřené smyčky s Lead regulátorem s pozměněným koeficientem $1/\alpha$

Proto ještě zkusíme najít požadovanou fázovou bezpečnost $PM = 60^\circ$ posunutím nuly regulátoru mírně vpravo. Samotným posunutím toho však nedosáhneme, tak ještě vyzkoušíme zkombinovat mírné posunutí a zvýšení poměru $1/\alpha$.

Touto metodou jsme dosáhli docela značného snížení poměru $1/\alpha$ a výsledný Lead2 regulátor je $C(s) = 80,26 \frac{(1,3s+1)}{(0,056s+1)} = 1805,79 \frac{(s+0,8)}{(s+18)}$.

A jak můžeme vidět na Obr. 3.1.6, dosáhli jsme přesně fázové bezpečnosti $PM = 60^\circ$ při poměrně nižším $\alpha = 0.044$ ($1/\alpha = 22,5$).

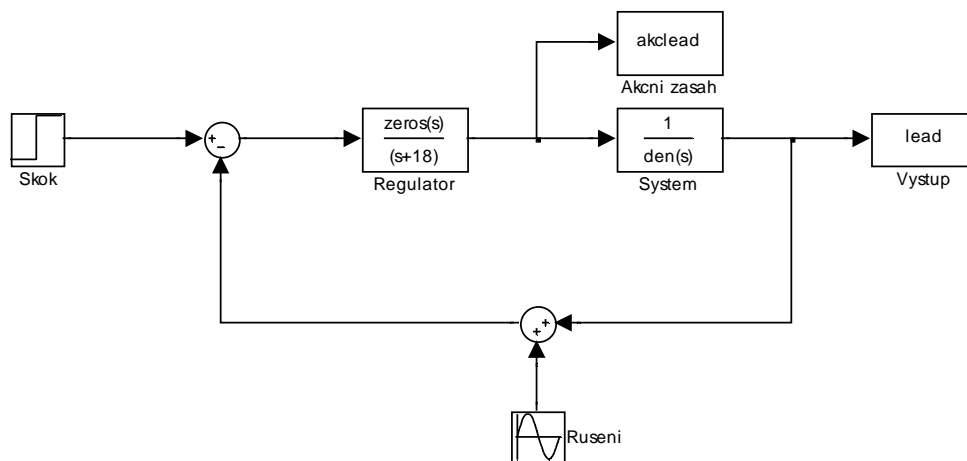
3 Srovnání regulátorů PDf a Lead



Obr. 3.1.6 - Frekvenční charakteristika otevřené smyčky s Lead regulátorem s pozmeněným koeficientem $1/\alpha$ a mírným posunutím nuly vpravo

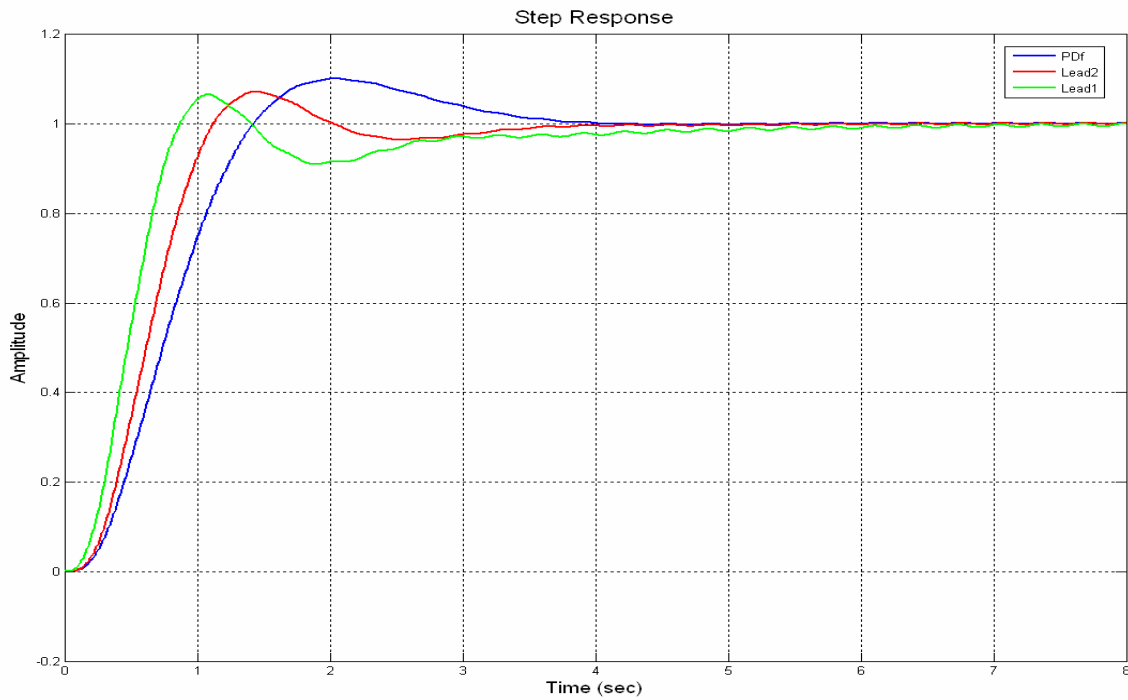
Srovnání odezvy na skok na systému s rušením:

Ke srovnání odezvy na skok jsme využili následujícího schématu systému v simulinku se zavedeným vysokofrekvenčním rušením. Pro regulátor PD s filtrem jsme využili bloku PID Controller s filtrem.

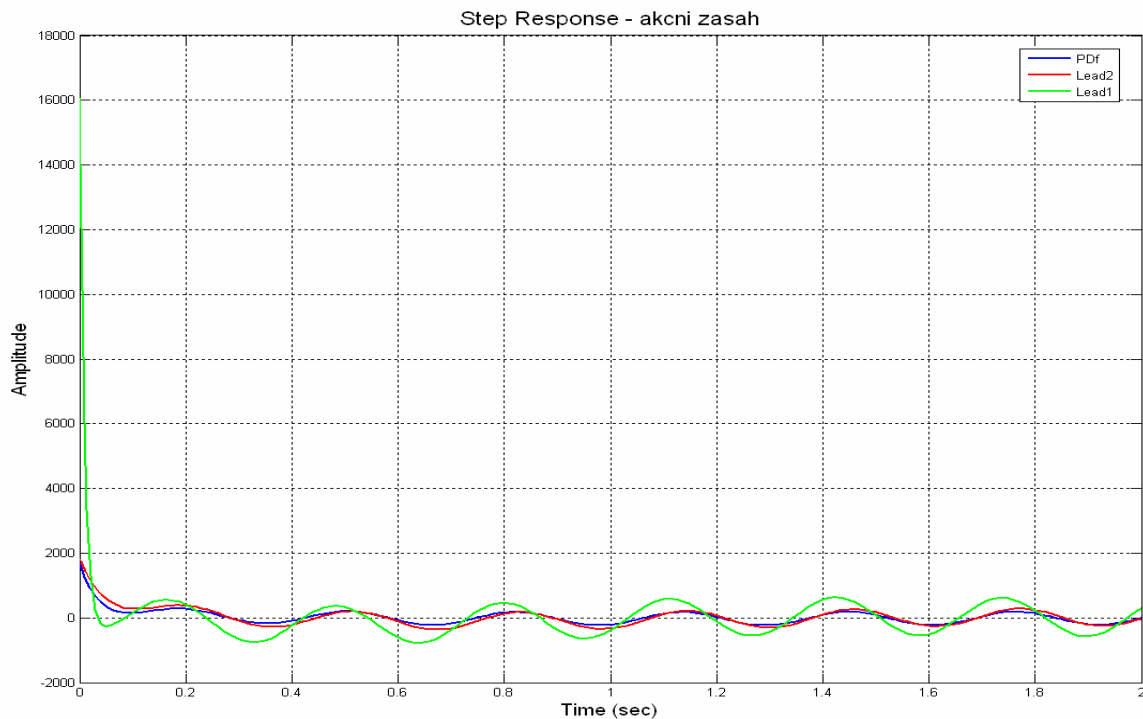


Obr. 3.1.7 – Regulační soustava s lead regulátorem

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead



Obr. 3.1.8 – Srovnání výstupů systému s PDf, Lead1 a Lead2 regulátorem



Obr. 3.1.9 – Srovnání akčních zásahů PDf, Lead1 a Lead2 regulátoru

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

Na systémech na Obr. 3.1.8 a Obr. 3.1.9 jsme schválně uvažovali sinusové rušení s amplitudou 0,5 na poměrně nízké frekvenci 20 rad/s, abychom ukázali, jak jednotlivé regulátory potlačují rušení. Jak můžeme vidět z výstupů, tak systém s PDf regulátorem a Lead2 regulátorem rušení potlačily téměř úplně na rozdíl od systému s Lead1 regulátorem. Tam je to způsobeno především vyšší hodnotou pólu regulátoru. Obecně ale u systémů vyšších řádů dochází k dobrému a rychlému potlačení rušení díky velkému spádu frekvenční charakteristiky. Jak dochází k potlačení rušení na této a dalších frekvencích můžeme přesněji vyčíst s Tab. 3.2.

V dalších porovnávaných atributech můžeme vidět, že zvláště systém s Lead2 regulátorem je lepší jako PDf regulátor. A to v překmitu, který u Lead2 regulátoru dosahuje jen asi 7%. Doba ustálení je také o něco kratší. Ale vidíme, že systém s Lead1 regulátorem v tomto atributu výrazněji zaostává. Systémy s Lead regulátory mají také výrazněji kratší dobu náběhu. Šířku pásma mají uzavřené smyčky s regulátory přibližně stejné, ikdyž opět o něco lepší se projevily Lead regulátory. Všechny tyto atributy i další můžeme také přesněji vyčíst z Tab. 3.1.

Na akčních zásazích můžeme vidět tu výrazně vyšší počáteční hodnotu Lead1 regulátoru a téměř srovnatelné průběhy PDf a Lead2 regulátoru. To bylo právě dosaženo nastavením hodnoty filtru u PDf regulátoru blízko poměru $1/\alpha$ u regulátoru Lead2.

3.2 Systém 2. řádu bez astatismu

Nyní provedeme srovnání regulátorů pro systém $P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+10)}$.

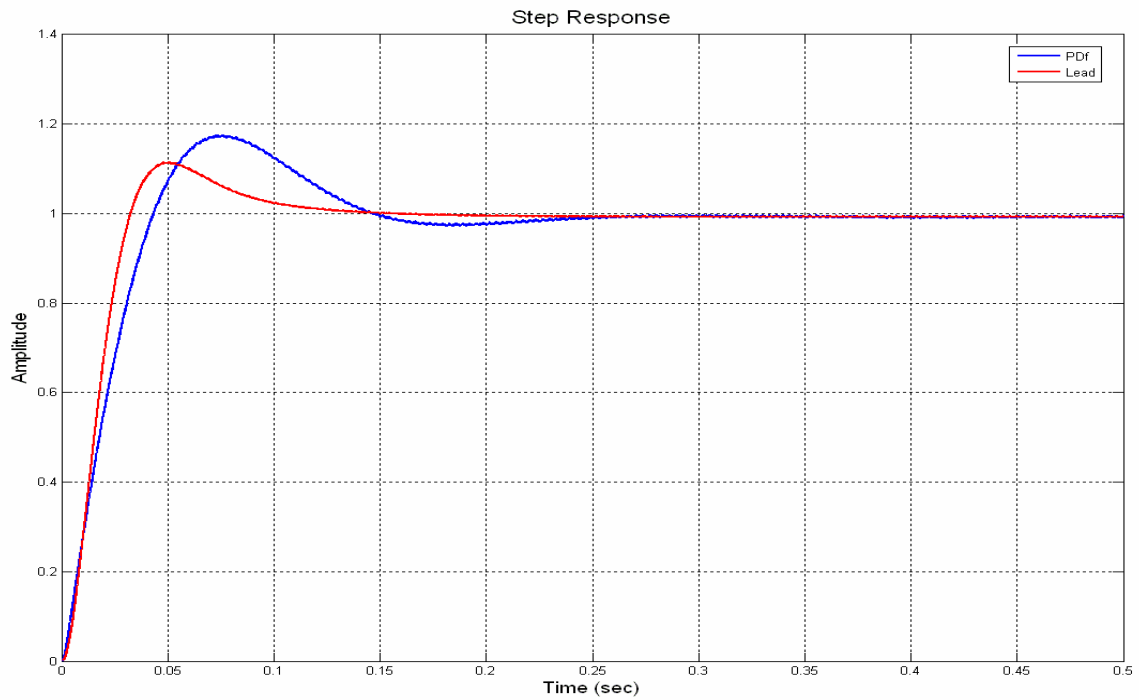
Regulátory:

- PDf regulátor $C(s) = 24294,8 \frac{(s+40,7)}{(s+814)} = 1214,74 \frac{(0,025s+1)}{(0,0012s+1)}$
- Lead regulátor $C(s) = 8989,11 \frac{(s+20)}{(s+148)} = 1214,74 \frac{(0,05s+1)}{(0,007s+1)}$

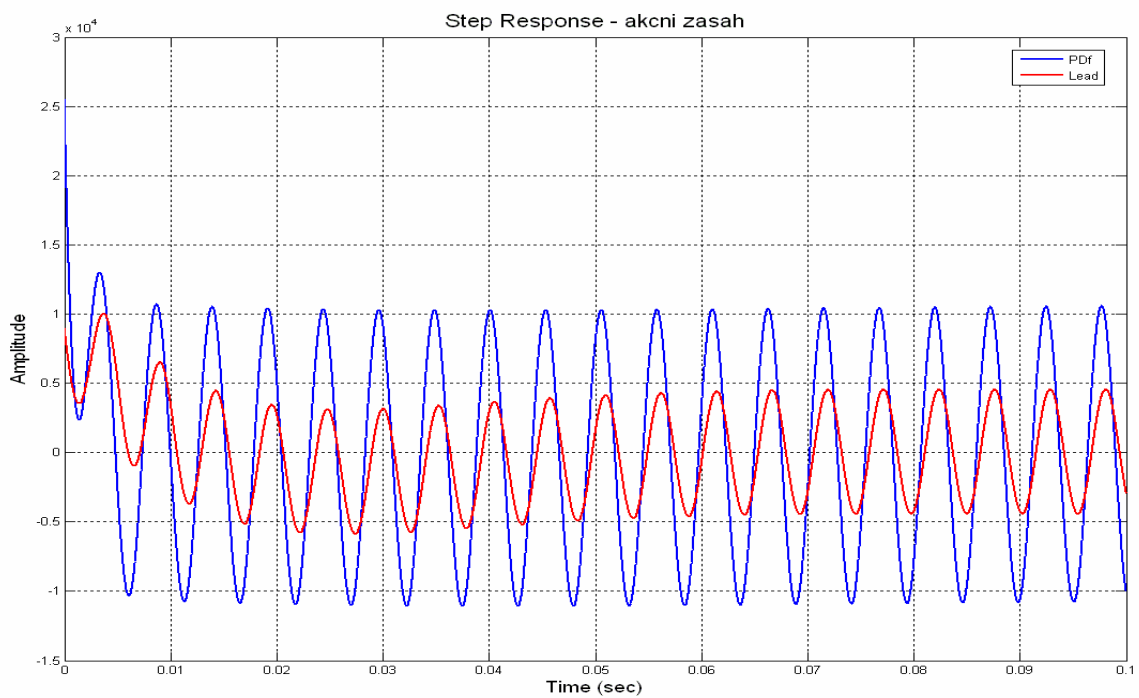
Na tomto a dalších systémech jsme u návrhu Lead regulátoru využili už jen metody mírného posunutí nuly vpravo a zvýšení poměru $1/\alpha$, protože se ukázala jako lepší. Na některých systémech opravdu nebylo možné dosáhnout požadované vysoké fázové bezpečnosti jen zvýšením poměru $1/\alpha$ a také vysoká počáteční hodnota akčního zásahu nemusí vždy vyhovovat.

Tentokrát jsme na systému 2. řádu, jehož výstup a akční zásah jsou na Obr. 3.2.1 a Obr.3.2.2, použili opět sinusové rušení s amplitudou 0,5 na poměrně vyšší frekvenci 1200 rad/s, abychom ukázali již výstupy s téměř potlačeným rušením. Je to zřejmé, že systém 2. řádu nemá takový spád frekvenční charakteristiky a nuly regulátorů jsou na vyšší frekvenci, což můžeme také vidět v Tab. 3.2. Mezi regulátory je opět jen mírný rozdíl v potlačení rušení, který je způsoben vyšší hodnotou pólu PD regulátoru.

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead



Obr. 3.2.1 – Srovnání odezev na skok systému s PDf a Lead regulátorem



Obr. 3.2.2 – Srovnání akčních zásahů PD a Lead regulátoru

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

Při porovnání regulátorů v dalších attributech vidíme, že Lead regulátor opět dosahuje lepších hodnot v překmitu a době ustálení. Vidíme též, že volbou fázové bezpečnosti $PM = 60^\circ$ jsme dosáhli minimální ustálené regulační odchylky. A jak už s návrhu obou regulátorů vyplývá, byla dosažena stejná u obou regulátorů. U tohoto systému ještě stojí za zmínku, že šířka pásma u Lead regulátoru je o něco výrazněji lepší než u předchozího systému. Přesněji to můžeme vidět zase v Tab. 3.1.

U akčních zásahů můžeme vidět, že PD regulátor má počáteční hodnotu výrazněji vyšší a při vyrovnávání rušení má kmitání vyšší amplitudu. Hodnota filtru PDf regulátoru musela být nastavena na horní hranici, protože při snaze ji nastavit stejně jako poměr $1/\alpha$ Lead regulátoru, byla dosažena fázová bezpečnost PM jen 53° .

3.3 Ostatní systémy

Ještě provedeme srovnání regulátorů pro systém $P(s) = \frac{1}{(s^2 + 0,5s + 1)(s + 1)}$, kde se vyskytují komplexní kořeny a nízké relativní tlumení.

Regulátory:

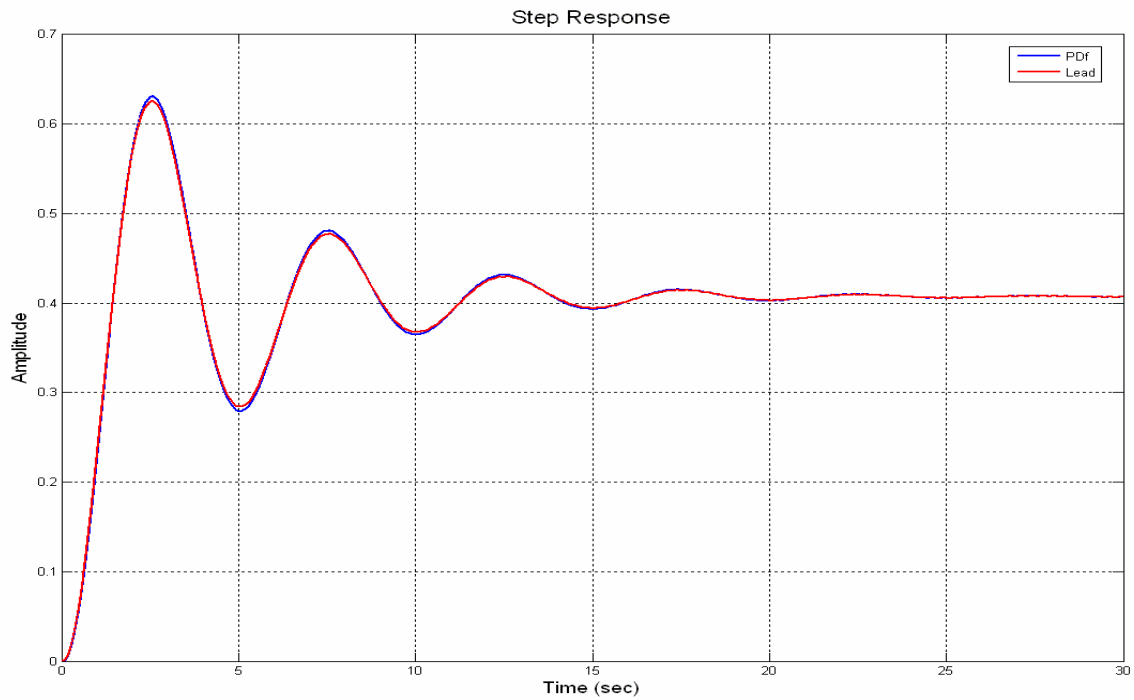
- PDf regulátor $C(s) = 13,72 \frac{(s + 1,13)}{(s + 22,6)} = 0,69 \frac{(0,885s + 1)}{(0,044s + 1)}$
- Lead regulátor $C(s) = 31,2 \frac{(s + 1,1)}{(s + 50)} = 0,69 \frac{(0,91s + 1)}{(0,02s + 1)}$

Opět jsme při návrhu zvolili fázovou bezpečnost $PM = 60^\circ$ a u tohoto systému prokázaly regulátory naprosto totožné vlastnosti, jak můžeme vidět na Obr. 3.3.1 a Obr. 3.3.2. A to ikdyž mají tentokrát rozdílné hodnoty u filtru PDf regulátoru ($\omega_f = 20 \cdot \omega_D$) a poměru $1/\alpha$ (45,5) Lead regulátoru. Můžeme vidět poměrně kmitavé ustalování s velkým rozkmitem a značnou ustálenou regulační odchylkou, ale to je při tak malém tlumení relativně běžné.

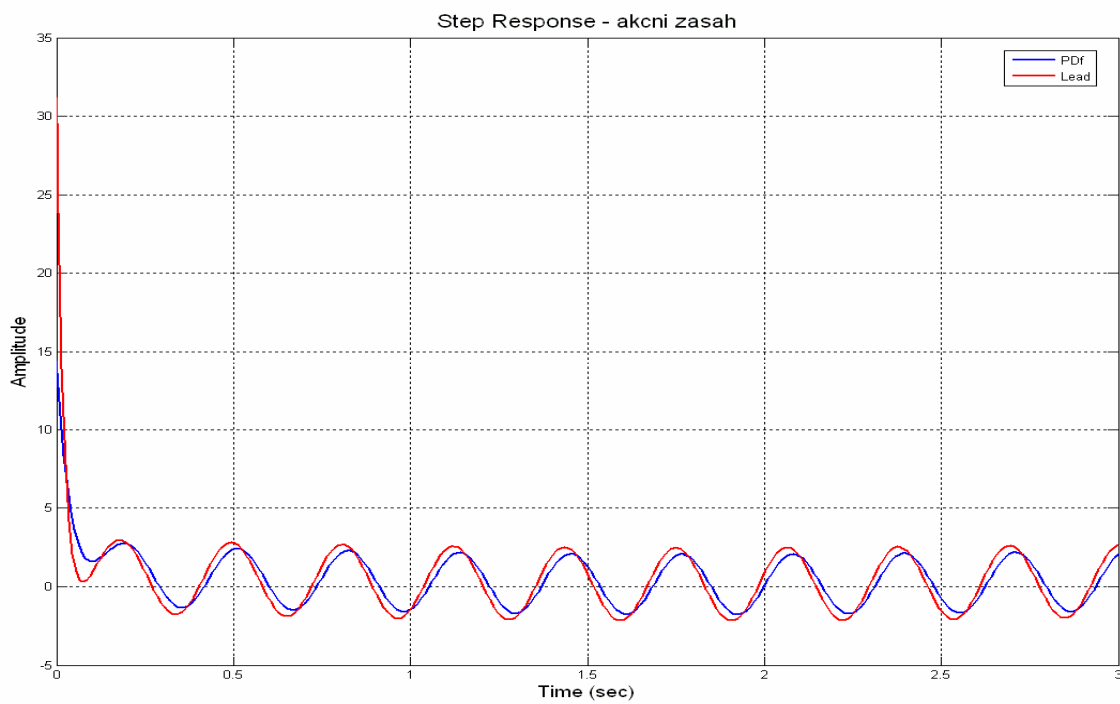
Při reakci na rušení prokázal systém, jakožto systém vyššího řádu, dobré a rychlé potlačení. Vše si zase můžeme přesněji ověřit v Tab. 3.1 a Tab. 3.2.

Na dalších systémech s komplexními kořeny, ale vyšším tlumením, se regulátory již chovaly jako na systémech stejného řádu s kořeny reálnými, tedy lepší vlastnosti prokazoval Lead regulátor.

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead



Obr. 3.3.1 – Srovnání odezev na skok systému s PD a Lead regulátorem



Obr. 3.3.2 – Srovnání akčních zásahů PD a Lead regulátoru

3 Srovnání regulátorů PDf a Lead

	<i>System1</i>			<i>System2</i>		<i>System3</i>	
	PDf	Lead1	Lead2	PDf	Lead	PDf	Lead
$PM [^\circ]$	57,1	58,8	60	57,4	60,2	55,8	57,1
$e_{ss} [-]$	0	0	0	0,008	0,008	0,59	0,59
$M_p [\%]$	10,8	5,78	6,91	19,1	12,8	54	53,4
$t_s [s]$	3,42	4,32	3,15	0,194	0,118	17,8	15,7
$\omega_{BW} [rad/s]$	2,26	4,32	3,3	57	92	1,9	1,92
$A_r [dB]$	0,635	0,192	0	1,81	0,841	8,99	8,68
$T_r [s]$	0,902	0,535	0,67	0,0319	0,0213	0,964	0,958

Tab. 3.1 – Charakteristické atributy přechodové a frekvenční charakteristiky regulovaných soustav

Pro zkoumání reakce výstupu jednotlivých soustav na rušení bylo zvoleno sinusové rušení s amplitudou 0,5 a frekvence jsou již v tabulce. Rušení na výstupu je uvedeno v amplitudě vrchol-vrchol.

<i>System1</i>			
Rušení	PDf	Lead (Lead2)	Lead1
10 rad/s	0,040	0,100	0,055
20 rad/s	0,006	0,015	0,008
30 rad/s	0,001	0,005	0,002
<i>System 2</i>			
400 rad/s	0,070	0,055	
1200 rad/s	0,015	0,006	
2000 rad/s	0,006	0,002	
<i>System 3</i>			
5 rad/s	0,025	0,025	
15 rad/s	0,003	0,003	
30 rad/s	0,0004	0,0006	

Tab. 3.2 – Rušení na výstupech regulovaných soustav

4 Srovnání regulátorů PI a Lag

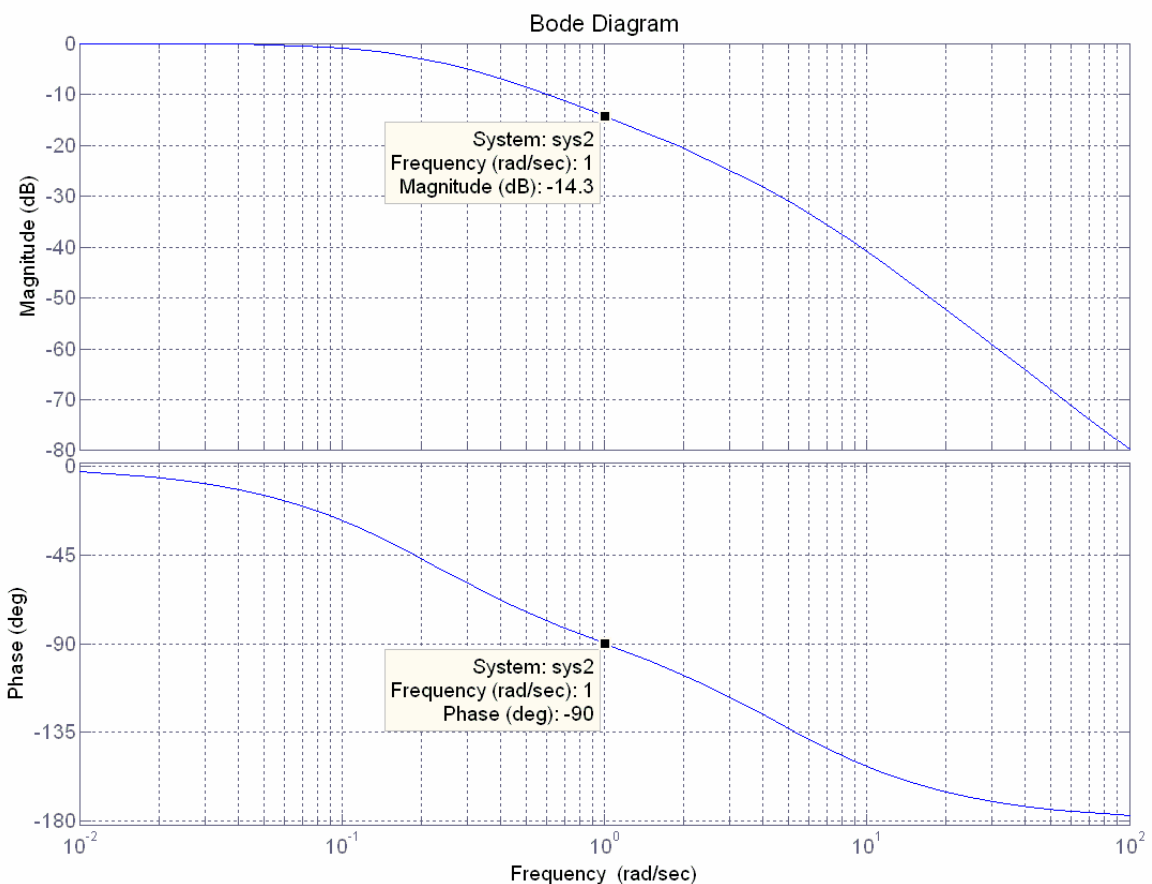
4 Srovnání regulátorů PI a Lag

4.1 Systém 2. řádu bez astatismu

Na prvním systému si opět ukážeme postupně podrobně celý návrh. Dále už budou jen srovnání výsledných odezev na skok PI regulátoru a Lag regulátoru na systému se zavedeným vysokofrekvenčním rušením.

PI regulátor:

Pro systém $P(s) = \frac{1}{(s+0,2)(s+5)}$ navrhne PI regulátor pro zvolenou fázovou bezpečnost $PM = 45^\circ$.



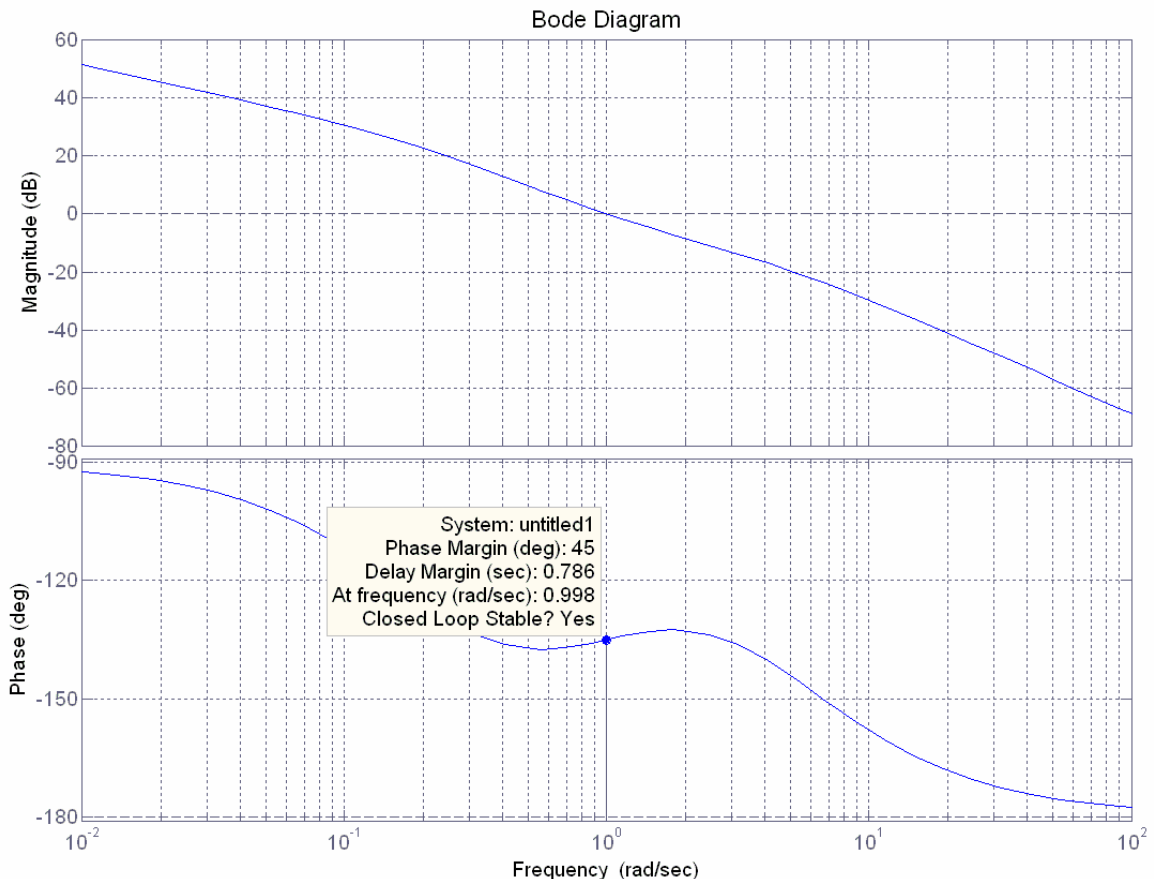
Obr. 4.1.1 - Fázová a amplitudová charakteristika systému $P(s)$ na Bodeho diagramu

Pro zvolenou fázovou bezpečnost PM najdeme ω_I , tedy na frekvenční charakteristice řízeného systému $P(s)$, v místě, kde jeho fáze prochází -90° . Pro zvolený systém, jehož frekvenční charakteristika je vykreslena na Obr. 4.1.1, vychází $\omega_I = 1$ rad/sec.

4 Srovnání regulátorů PI a Lag

Nyní určíme druhý parametr PI regulátoru k_p . Zesílení $|P(j\omega_t)|$ opět odečteme z Obr.4.1.1, $|P(j\omega_t)|_{dB} = -14,3$ dB, neboli $|P(j\omega_t)| = 0,1928$. Po dosazení do (2.21) vyjde $k_p = 3,67$, případně $k_I = 3,67$.

Výsledný PI regulátor je tedy $C(s) = 3,67 \frac{(s+1)}{s} = 3,67 \frac{(s+1)}{s}$.



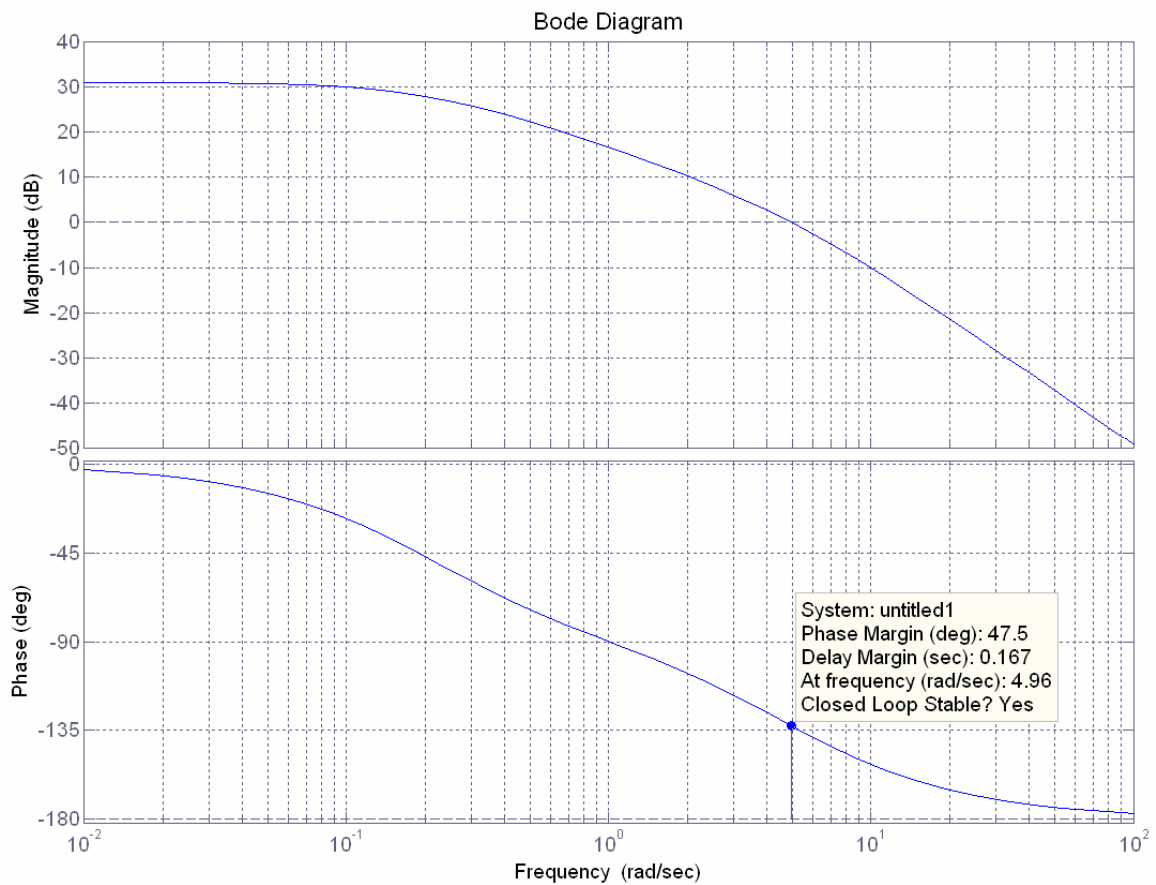
Obr. 4.1.2 – Frekvenční charakteristika otevřené smyčky s PI regulátorem

Vykreslili jsme si výslednou frekvenční charakteristiku otevřené smyčky $L(s)$, která je výsledkem sečtení charakteristik $C(s)$ a $P(s)$ v Bodeho diagramu, viz. Obr. 4.1.2. Lze se přesvědčit, že fázová bezpečnost je zvolených 45°.

Lag regulátor:

Určíme zesílení K otevřené smyčky systému tak, aby splňovalo požadavky na co nejmenší ustálenou regulační odchylku (pro lepší srovnání s PI regulátorem), tedy $e_{ss} = 0,02$. $K = K_p$ vypočteme z vzorce (2.23), $K = 49$.

4 Srovnání regulátorů PI a Lag



Obr. 4.1.3 - Fázová a amplitudová charakteristika systému K1.P(s) na Bodeho diagramu

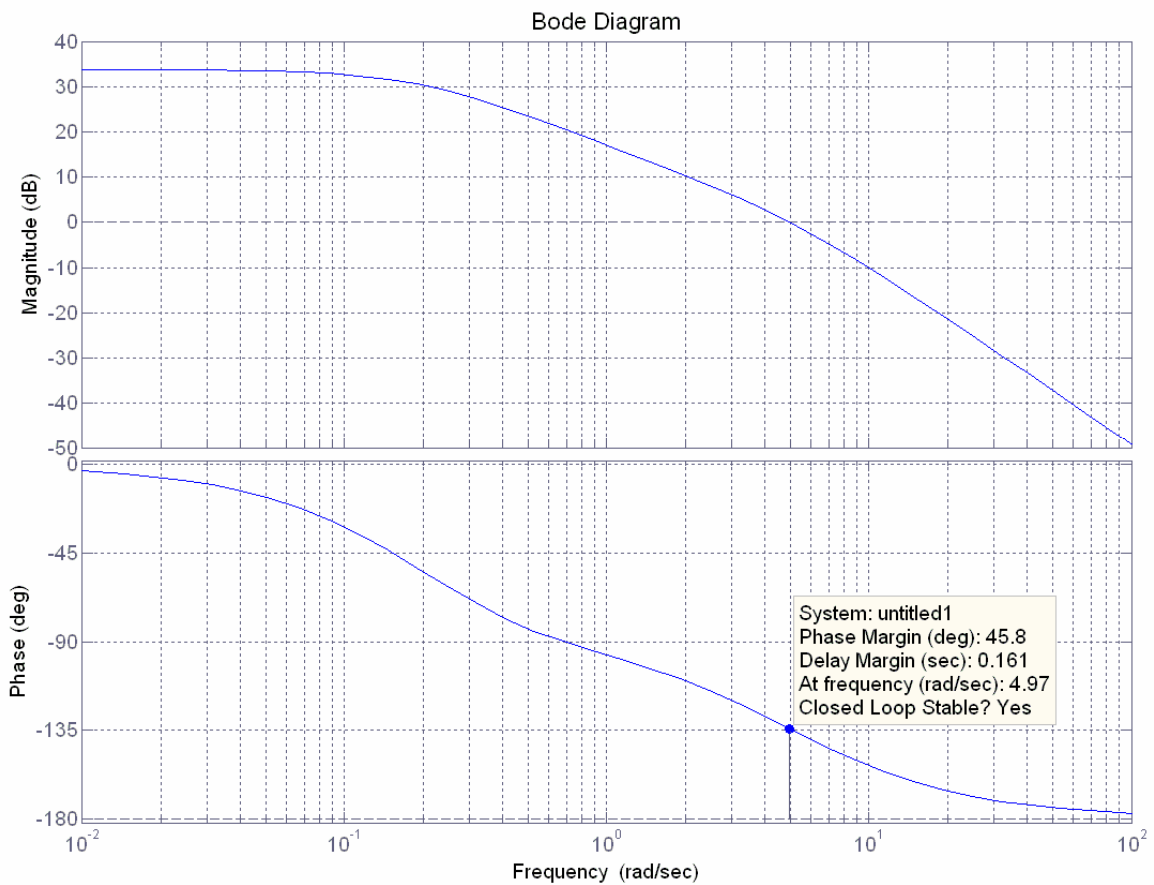
Dále jsme vyšli z frekvenční charakteristiky otevřené smyčky systému s vypočteným zesílením $K = 49$ a hledáme zesílení K_I otevřené smyčky systému spolu se zlomovou frekvencí takové, aby splňovalo požadovanou fázovou bezpečnost $45^\circ + \text{asi } 5^\circ$. Jak můžeme vidět na Obr.4.1.3, našli jsme v našem případě pro fázovou bezpečnost $47,5^\circ$ zesílení $K_I = 35$ na zlomové frekvenci $\omega_c = 4,96$ rad/s. (Nalezené zesílení je blízko původního, tak v tomto případě stačilo vzít k požadovaným 45° jen $2,5^\circ$.)

Ze vzorce (2.29) získáme $\alpha = 1,4$. Teď vybereme zlomovou frekvenci nuly na desetinu zlomové frekvence ω_c a získáme $\omega_z = 0,5$ rad/s, $T = 2$. Zlomová frekvence pólu je potom $\omega_p = 0,357$ rad/s.

$$\text{Výsledný Lag1 regulátor je } C(s) = 49 \frac{(2s+1)}{(2,8s+1)} = 35 \frac{(s+0,5)}{(s+0,357)}.$$

Z frekvenční charakteristiky na Obr. 4.1.4 se můžeme přesvědčit, že jsme opravdu dosáhli požadované fázové bezpečnosti 45° .

4 Srovnání regulátorů PI a Lag



Obr. 4.1.4 - Frekvenční charakteristika otevřené smyčky s Lag regulátorem

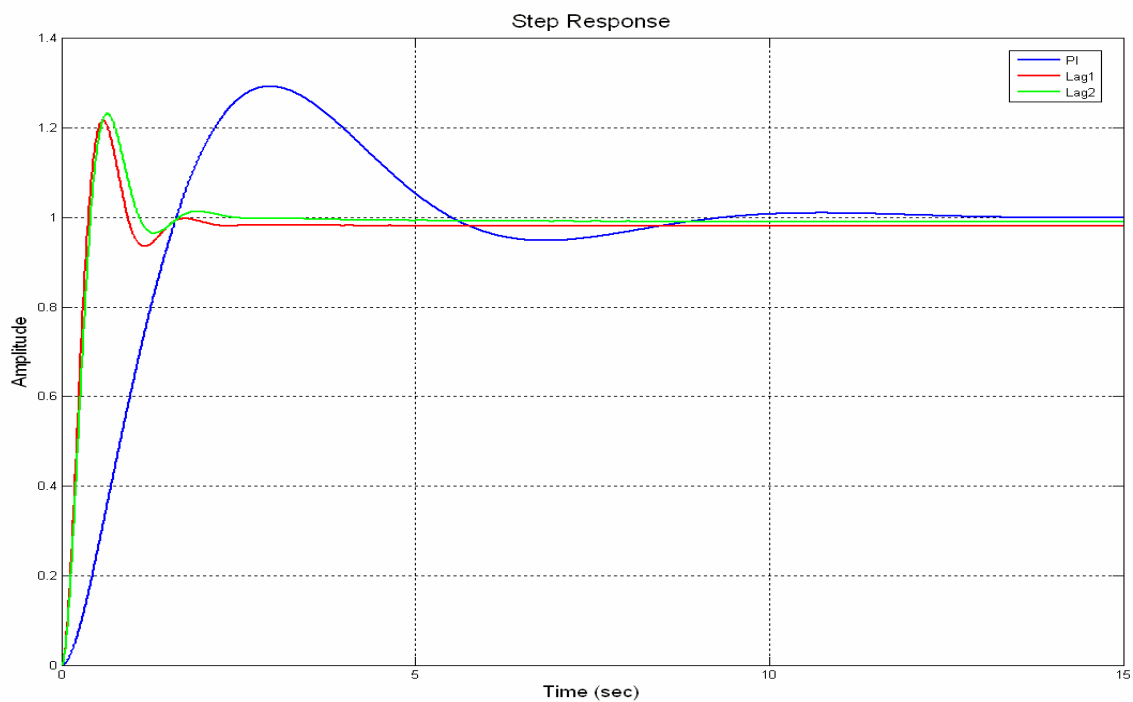
Navrhne si pro porovnání ještě Lag regulátor pro jinou ustálenou regulační odchylku $e_{ss} = 0,01$.

$$\text{Výsledný Lag2 regulátor je } C(s) = 99 \frac{(2s+1)}{(6,6s+1)} = 30 \frac{(s+0,5)}{(s+0,152)}, \text{ pro } \alpha = 3,3.$$

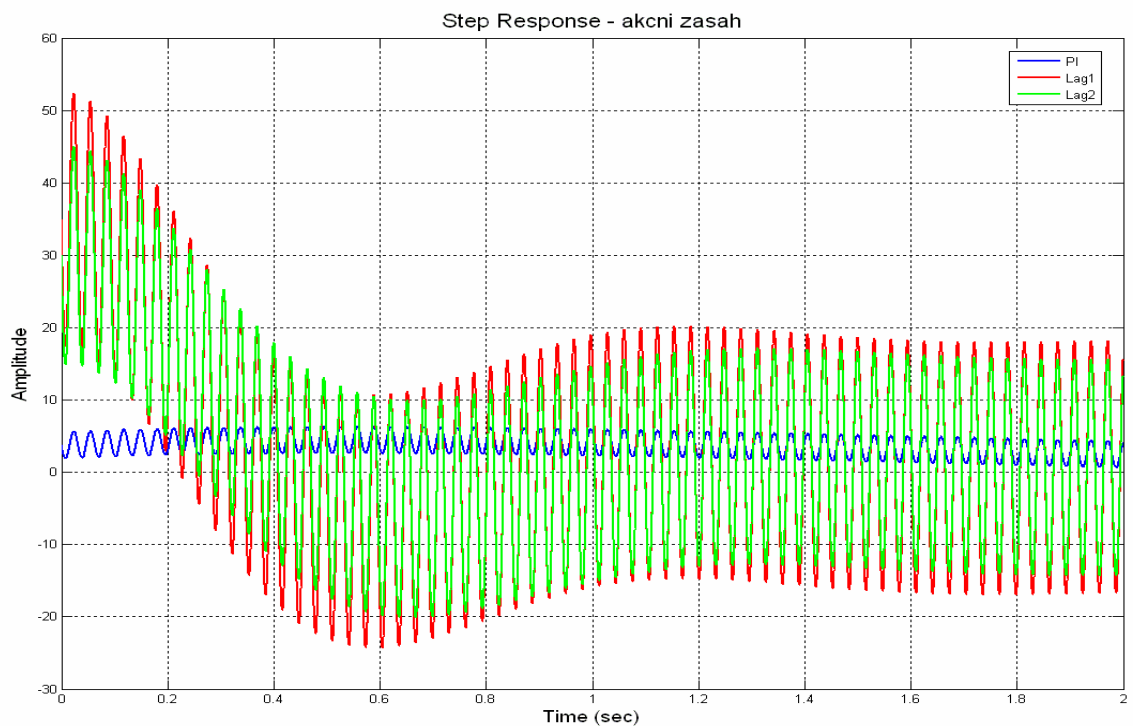
Srovnání odezvy na skok na systému s rušením:

Ke srovnání odezvy na skok jsme využili podobného schématu systému v simulinku se zavedeným vysokofrekvenčním rušením jako u Lead regulátoru na Obr. 3.1.7. Podle předpokladů nás však už nebude tolik zajímat reakce systému na rušení a pro PI regulátor jsme využili jen prostého bloku PID Controller.

4 Srovnání regulátorů PI a Lag



Obr. 4.1.5 – Srovnání výstupů systému s PI, Lag1 a Lag2 regulátorem



Obr. 4.1.6 – Srovnání akčních zásahů PI, Lag1 a Lag2 regulátoru

4 Srovnání regulátorů PI a Lag

Na Obr. 4.1.5 a Obr. 4.1.6 můžeme vidět porovnávané systémy a přesvědčit se, že ustálené regulační odchylky odpovídají výpočtu. V dalším porovnávaných attributech vidíme, že systémy s Lag1 regulátorem a Lag2 regulátorem se chovají téměř totožně, což není překvapující, protože ustálené regulační odchylky se jen málo liší. Oba Lag regulátory však vykazují mnohem lepší hodnoty u překmitu, ale hlavně u doby ustálení a náběhu, které jsou i pětkrát kratší než u PI regulátoru. Rozšíření šířky pásma na uzavřené smyčce systému po PI a Lag regulátoru nepožadujeme, ale můžeme říct, že Lag regulátory i v tomto atributu vykázaly lepší hodnoty, jak se lze přesvědčit z Tab. 4.1. V Tab. 4.1 najdeme i jiné přesnější hodnoty atributů.

Na akčních zásazích můžeme vidět jak regulátory reagovaly na sinusové rušení s amplitudou 0,5 a frekvencí 200 rad/s. K potlačení rušení jen můžeme říct, že se chovaly podle předpokladů u PI a Lag regulátorů a potlačují rušení velmi dobře.

4.2 Systém 4. řádu bez astatismu

Nyní provedeme srovnání regulátorů pro systém
$$P(s) = \frac{5}{(s+0,5)(s+1)(s+2)(s+5)}$$
.

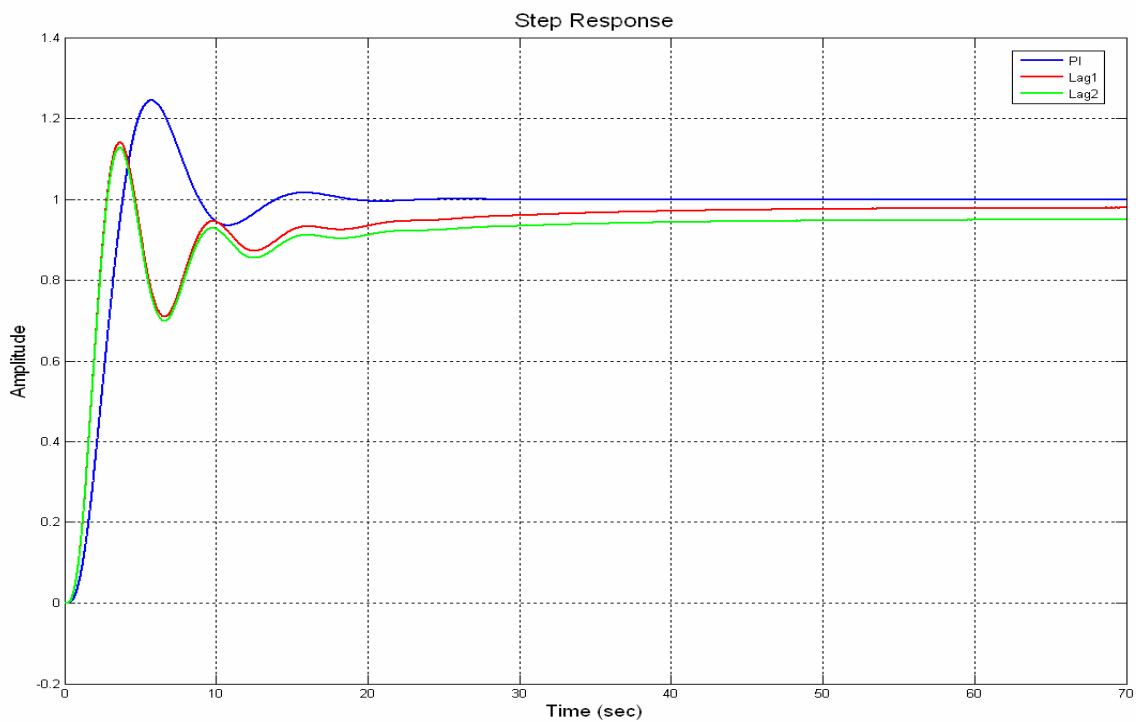
Regulátory:

- *PI regulátor* $C(s) = 0,56 \frac{(2,037s+1)}{s} = 1,15 \frac{(s+0,491)}{s}$
- *Lag1 regulátor* $C(s) = 49 \frac{(10s+1)}{(181,48s+1)} = 2,7 \frac{(s+0,1)}{(s+0,0055)}$, pro $e_{ss} = 0,02$.
- *Lag2 regulátor* $C(s) = 19 \frac{(10s+1)}{(70,37s+1)} = 2,7 \frac{(s+0,1)}{(s+0,014)}$, pro $e_{ss} = 0,05$.

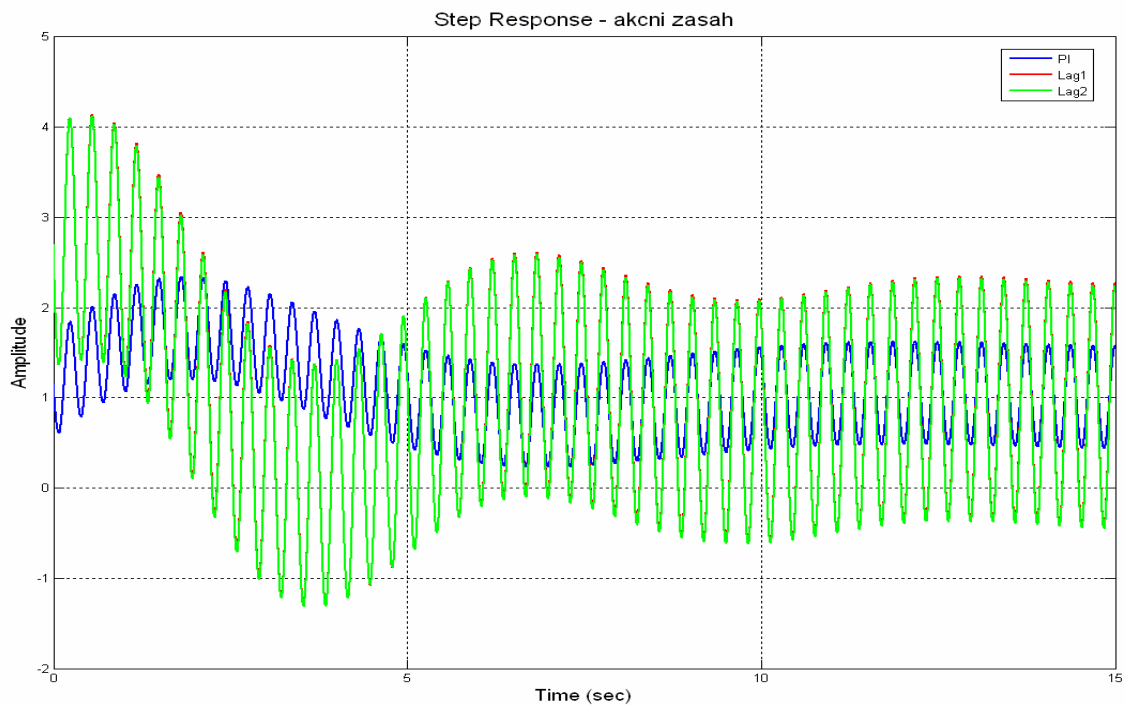
Na tomto systému chceme ukázat, že ne pro všechny systémy má Lag regulátor lepší všechny atributy než PI regulátor. Zkoumáním jsme zjistili, že se to týká zejména systémů, které mají póly blíže u sebe.

Regulátory jsme navrhovali pro fázovou bezpečnost $PM = 45^\circ$. Na Obr. 4.2.1, Obr. 4.2.2 a v Tab. 4.1 skutečně můžeme vidět, že Lag regulátory opět vykázaly lepší hodnoty většiny atributů kromě doby ustálení a rezonačního převýšení. Rezonační převýšení, ikdyž je vyšší než u PI regulátoru, je stále ve velmi přijatelných hodnotách. Spíše u doby ustálení po dobrém náběhu dochází k velmi pozvolnému nárůstu ke konečné hodnotě a tím výrazněji pomalejší hodnotě než u PI regulátoru.

4 Srovnání regulátorů PI a Lag



Obr. 4.2.1 – Srovnání výstupů systému s PI, Lag1 a Lag2 regulátorem



Obr. 4.2.2 – Srovnání akčních zásahů PI, Lag1 a Lag2 regulátoru

4 Srovnání regulátorů PI a Lag

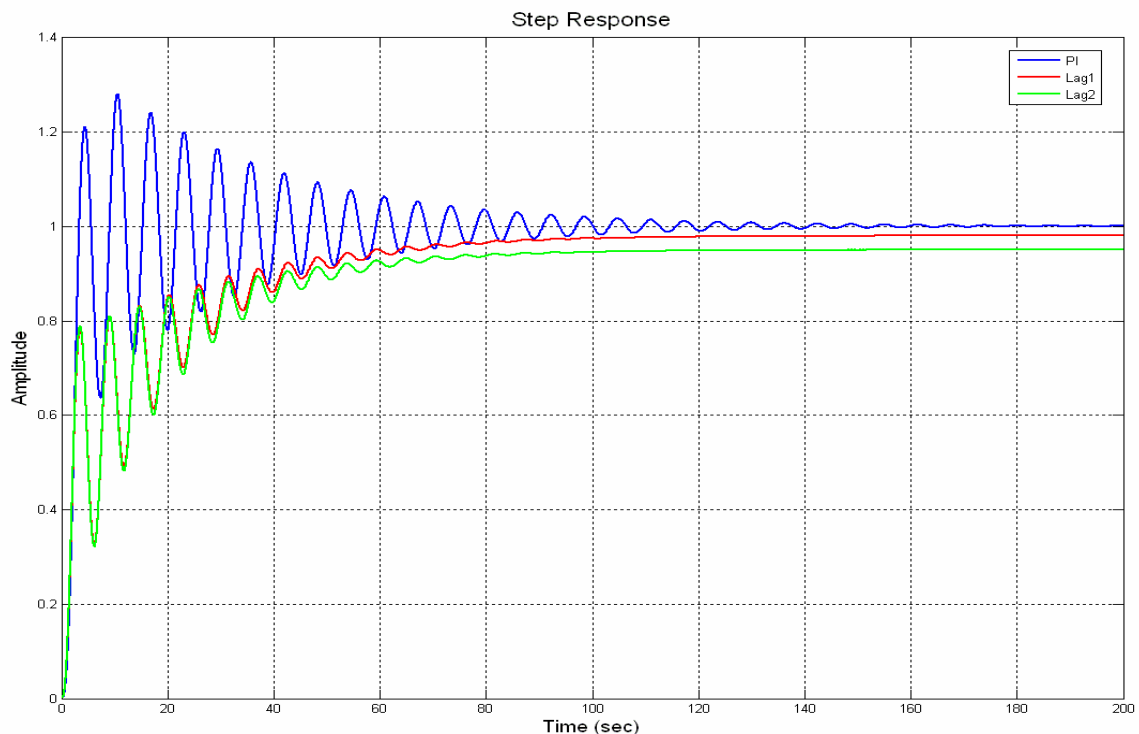
4.3 Ostatní systémy

Na závěr ještě porovnáme regulátory na kmitavém systému s komplexními kořeny a nízkým relativním tlumením $P(s) = \frac{1}{(s^2 + 0,5s + 1)(s + 1)}$.

Regulátory:

- *PI regulátor* $C(s) = 0,41 \frac{(1,135s + 1)}{s} = 0,47 \frac{(s + 0,881)}{s}$
- *Lag1 regulátor* $C(s) = 49 \frac{(10s + 1)}{(653,3s + 1)} = 0,75 \frac{(s + 0,1)}{(s + 0,00153)}$, pro $e_{ss} = 0,02$.
- *Lag2 regulátor* $C(s) = 19 \frac{(10s + 1)}{(250s + 1)} = 0,76 \frac{(s + 0,1)}{(s + 0,004)}$, pro $e_{ss} = 0,05$.

Na tomto systému jsme regulátory navrhli pro fázovou bezpečnost $PM = 30^\circ$. Z Obr. 4.3.1 a Obr. 4.3.2 a Tab. 4.1 můžeme vidět, že Lag regulátory jsou opět lepší ve většině srovnávaných atributů. Za povšimnutí stojí překmit, který u Lag regulátorů je díky pozvolnému náběhu nulový, ale naopak doba náběhu je potom mnohem delší než u PI regulátoru.

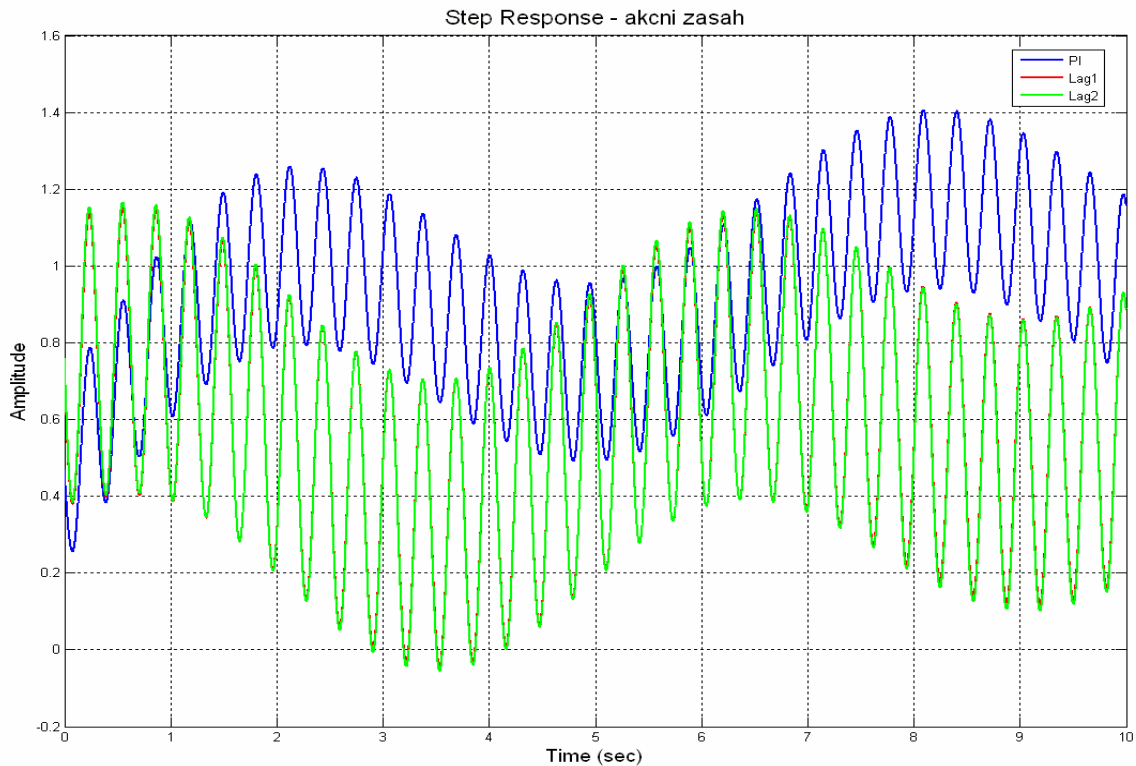


Obr. 4.3.1 – Srovnání výstupů systému s PI, Lag1 a Lag2 regulátorem

4 Srovnání regulátorů PI a Lag

Ještě se zmíníme o rezonančním převýšení, které u PI regulátoru již vykazuje pro návrh nepřijatelné hodnoty, kdežto Lag regulátory se ještě do těchto hodnot vejdou.

Na dalších systémech s komplexními kořeny, ale vyšším tlumením, se regulátory již chovaly jako na systémech stejného řádu s kořeny reálnými.



Obr. 4.3.2 – Srovnání akčních zásahů PI, Lag1 a Lag2 regulátoru

	<i>System1</i>			<i>System2</i>			<i>System3</i>		
	PI	Lag1	Lag2	PI	Lag1	Lag2	PI	Lag1	Lag2
$PM [^\circ]$	45	45,8	46,2	44,8	44	45,3	29,4	30,5	29,1
$e_{ss} [-]$	0	0,02	0,01	0	0,02	0,05	0	0,02	0,05
$M_p [\%]$	29,1	24,1	24,3	24,4	16,3	18,7	27,9	0	0
$t_s [s]$	8,45	1,38	2,09	13	29,9	27,6	95,8	74,6	73,8
$\omega_{BW} [rad/s]$	1,55	8	7,25	0,899	1,45	1,43	1,22	1,35	1,36
$A_r [dB]$	3,22	2,2	2,15	2,51	3,69	4,03	16,3	9,8	10,45
$T_r [s]$	1,15	0,251	0,276	2,3	1,59	1,55	1,94	29,8	24,3

Tab. 4.1 – Charakteristické atributy přechodové a frekvenční charakteristiky regulovaných soustav

5 Závěr

5 Závěr

Snahou bylo v této bakalářské práci srozumitelně shrnout a popsat procedury již známých základních návrhů regulátorů PD, PI, Lead a Lag frekvenčními metodami. Následně experimentálně ověřit v programu Matlab na systémech s rozličnou dynamikou a dokázat, že skutečně fungují.

Důležitější a doufám zajímavější výsledky vzešly ze srovnání sobě podobných typů regulátorů. Ze srovnání PD a Lead regulátorů jednoznačně vyšel jako vítěz o něco složitější návrh Lead regulátoru, který prokázal z hlediska kvality ve všech hodnocených parametrech lepší výsledky. Co se týká potlačení rušení, tak prokázaly stejné vlastnosti a tím vlastně ukázaly, že hlavně záleží na řádu systému. Ze srovnání PI a Lag regulátorů vychází na většině systémů ve všech hodnocených parametrech lépe Lag regulátor i přes jeho o něco složitější návrh. Jen na systémech s póly v blízkosti sebe jsem zkoumáním přišel na to, že Lag regulátory mají dost pozvolné ustalování na konečnou hodnotu. Toto zjištění by asi ještě stálo za to později prozkoumat a vysvětlit.

Na závěr tedy k odpovědi na otázku, jestli jsou složitější metody návrhu Lead a Lag regulátorů přínosné. Podle mého názoru, který je podložen teoretickým zkoumáním v programu Matlab, jsou metody návrhu Lead a Lag regulátorů přínosné i přes iterativní složitost. Hlavně čtenáři již zkušenějšímu v oblasti návrhu regulátorů a práce s programem Matlab se počet iterací výrazně sníží. Myslím, že vykazované lepší hodnoty u většiny hodnocených atributů stojí za trochu více práce, kterou si v dnešní době počítačů můžeme z velké části také nahradit jednoduchou funkcí. Ale netvrdím také, že nejsou aplikace, kde se může více hodit jednodušší, snadný návrh PD a PI regulátorů.

6 Literatura

6 Literatura

- [1] Franklin G.F., Powell J.D., Emami-Naeini A.: *Feedback control of dynamic system – 5th edition*, Pearson Prentice Hall, 2006.
- [2] John J.: *Systémy a řízení*, Praha, Vydavatelství ČVUT, 2003.
- [3] Horáček P.: *Systémy a modely*, Praha, Vydavatelství ČVUT, 2001.
- [4] Havel P.: *Frekvenční metody syntézy*, cit. 23.10.2005.
http://dce.felk.cvut.cz/sari/download/other/SRI_cv5_frekvencni_metody.pdf
- [5] Učebnice SARI
<http://dce.felk.cvut.cz/sari/SARI-ucebnice.html>
- [6] Matlab Version 7.0.4.365 (R14) Service Pack 2

6.1 Obsah příloženého CD

CD obsahuje následující adresáře a soubory:

- /M-files/** Adresář se zdrojovými kódy m-files k jednotlivým regulátorům
- /bp_Prochazka_2008.pdf/** Tento dokument ve formátu PDF.

7 Příloha

7 Příloha

Zde ještě příkládám pomocné m-files k výpočtu jednotlivých regulátorů.

7.1 PDf regulátor

```
function PDreg = vypocetPD(PM, Sys)
% První parametr funkce je požadovaná fázová bezpečnost
% A druhý parametr je systém, pro který počítáme regulátor

% nalezení frekvence omega_D a odečtení zesílení
faze = -225+PM;
[mag,phas,w] = bode(Sys);
vysl = 0;
dif = 100;
for i=1:numel(phas)
    hod = phas(:,i);
    dif2 = abs(hod - faze);
    if(dif2<dif)
        vysl = i;
        dif = dif2;
    end
end
omega_D = w(vysl);

[mag,phas,w] = bode(Sys,{omega_D/2 , omega_D*2});
vysl = 0;
dif = 100;
for i=1:numel(phas)
    hod = phas(:,i);
    dif2 = abs(hod - faze);
    if(dif2<dif)
        vysl = i;
        dif = dif2;
    end
end
omega_D = w(vysl);
[zesileni,faze] = bode(Sys,omega_D);
% zesílení Kd
Kd = 1/(omega_D*sqrt(2)*zesileni);
% zesílení Kp
Kp = omega_D*Kd

% výsledný regulátor
REGULATOR_PD = zpke([-omega_D],[],Kd)
REGULATOR_PDF = zpke([-omega_D],[-omega_D*20],Kp*20)
% vykreslení Bodeho charakteristiky otevřené smyčky systému s regulátorem a
% výpis hodnot amplitudové a fázové bezpečnosti
[mag,phas,w] = bode(Sys*REGULATOR_PDF);
bode(Sys*REGULATOR_PDF);
[GM,PM,Wcg,Wcp] = margin(mag,phas,w)
```

7 Příloha

7.2 PI regulátor

```
function PIreg = vypocetPI(PM, Sys)
% První parametr funkce je požadovaná fázová bezpečnost
% A druhý parametr je systém, pro který počítáme regulátor

% nalezení frekvence omega_I a odečtení zesílení
faze = -135+PM;
[mag,phas,w] = bode(Sys);
vysl = 0;
dif = 100;
for i=1:numel(phas)
    hod = phas(:,i);
    dif2 = abs(hod - faze);
    if(dif2<dif)
        vysl = i;
        dif = dif2;
    end
end
omega_D = w(vysl);

[mag,phas,w] = bode(Sys,{omega_D/2 , omega_D*2});
vysl = 0;
dif = 100;
for i=1:numel(phas)
    hod = phas(:,i);
    dif2 = abs(hod - faze);
    if(dif2<dif)
        vysl = i;
        dif = dif2;
    end
end
omega_I = w(vysl);
[zesileni,faze] = bode(Sys,omega_I);
% zesílení Ki
Ki = omega_I/(sqrt(2)*zesileni)
% zesílení Kp
Kp = Ki/omega_I;

% výsledný regulátor
REGULATOR_PI = zpke([-omega_I],[0],Kp)
% vykreslení Bodeho charakteristiky otevřené smyčky systému s regulátorem a výpis
% hodnot amplitudové, fázové bezpečnosti
[mag,phas,w] = bode(Sys*REGULATOR_PI);
bode(Sys*REGULATOR_PI);
[GM,PM,Wcg,Wcp] = margin(mag,phas,w)
```

7.3 Lead regulátor

```
function LEADreg = vypocetlead(K,PM,omegamax, Sys)
% První parametr funkce je zesílení, abychom dosáhli stejné ustálené
% regulační odchylky jako u PDf regulátoru
% Druhý požadovaná fázová bezpečnost
```

7 Příloha

```
% Třetí frekvence na níž chceme dosáhnout té fázové bezpečnosti
% Čtvrtý je systém, pro který počítáme regulátor
```

```
% Výpočet Fimax
[GM,PM1,Wcg,Wcp] = margin(Sys*K);
fimax = (PM+10-PM1)/180*pi;
% Výpočet alfa
alfa = (1-sin(fimax))/(1+sin(fimax));
% Výpočet nuly a pólu
T = 1/(omegamax*sqrt(alfa));
nula = 1/T;
pol = 1/(alfa*T);

% výsledný regulátor
REGULATOR_LEAD = zpk([-nula],[-pol],1/alfa*K)
[mag,phas,w] = bode(Sys*REGULATOR_LEAD);
bode(Sys*REGULATOR_LEAD);
[GM,PM,Wcg,Wcp] = margin(mag,phas,w)
```

7.4 Lag regulátor

```
function LAGreg = vypocetlag(ess,PM,Sys)
% První parametr funkce je ustálená regulační odchylka
% Druhý požadovaná fázová bezpečnost
% Třetí je systém, pro který počítáme regulátor

% Výpočet zesílení pro ustálenou regulační odchylku
K = (1-ess)/ess;
% Nalezení K1
[GM,PM1,Wcg,Wcp] = margin(Sys*K);
K1 = K;
while (PM+5)>PM1
    K1 = K1-0.05;
    [GM,PM1,Wcg,omega_c] = margin(Sys*K1);
end
% Výpočet alfa
alfa = K/K1;
% Výpočet nuly a pólu
T = 1/(omega_c/10);
nula = 1/T;
pol = 1/(alfa*T);

% výsledný regulátor
REGULATOR_LAG = zpk([-nula],[-pol],K1)
[mag,phas,w] = bode(Sys*REGULATOR_LAG);
bode(Sys*REGULATOR_LAG);
[GM,PM,Wcg,Wcp] = margin(mag,phas,w)
```