

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Řízení systémů s dopravním zpožděním

Praha, 2008

Autor: Václav Trnka

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou (bakalářskou) práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne _____

podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval Ing. Petru Huškovi, PhD za konzultace a cenné připomínky a rady při vytváření této práce. Dále bych poděkoval svému bratřovi za pomoc při instalaci systému Latex a při vymýšlení reálných fyzikálních příkladů a svým rodičům za podporu při studiu.

Abstrakt

Cílem této bakalářské práce je porovnat různé metody návrhu PID regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním. V rámci práce je proveden návrh pro teoretické systémy i pro reálné fyzikální systémy. V úvodu první kapitoly je popsáno dopravní zpoždění z hlediska jeho chování ve frekvenční i časové oblasti, které tvoří teoretický rámec předkládané práce. Ilustrace těchto výsledků je uvedena v druhé části první kapitoly na příkladech čtyř modelových systémů s dopravním zpožděním. V nich je na základě odvození příslušných diferenciálních rovnic vyjádřen přenos systémů. V dalších třech kapitolách jsou popsány metody pro návrh regulátorů, tedy Smithův prediktor, metoda GMK a frekvenční metody syntézy a tyto metody jsou použity na čtyři typy smyšlených přenosů a jsou zhodnoceny a porovnány výsledky regulace. V závěrečné kapitole jsou navrženy regulátory pro reálné systémy z úvodu práce všemi metodami a navíc jsou do regulačních smyček vneseny poruchy jako např. porucha na výstupu regulátoru a změna hodnoty zpoždění od původně uvažované, což modelovou situaci přibližuje případům, se kterými se setkáváme v reálných systémech.

Abstract

The aim of this Bachelor thesis is to compare different design methods of PID controllers for time delay systems. Within the work, design is made for theoretical systems as well as for real physical systems. In introduction of the first chapter time delay is described from the point of view of behaviour in frequency domain and time domain which make theoretical framework of the presented work. Illustration of these results is shown in the second part of the first chapter on examples of four model time delay systems. There are transfer functions of systems expressed on basis of derivation of particular differential equations. In the following three chapters design methods of controllers are described such as Smith compensator, Root-Locus and Frequency-response design method and these methods are applied to four types of made-up transfer functions and results of regulation are evaluated and compared. In the final chapter controllers for real systems from the beginning of the work are designed with all methods and in addition, failures are brought in closed loops such as failure on controller's output and change of time delay from the originally considered one which approximates model situation to cases which we encounter in real systems.

vložit originální zadání!!!!!!!!!!!!

Obsah

Seznam obrázků	ix
Seznam tabulek	xi
1 Úvod	1
2 Systémy s dopravním zpožděním	3
2.1 Dopravní zpoždění	3
2.2 Příklady	5
2.2.1 Výměník tepla	5
2.2.2 Nádrž s odtokem	8
2.2.3 Servo řízené přes satelit	10
2.2.4 Koncentrace kyseliny v nádobě	10
3 Smithův prediktor	13
3.1 Popis a použití	13
4 Návrh regulátorů metodou GMK	15
4.1 Metoda GMK	15
4.2 Padého aproximace dopravního zpoždění	16
4.3 Syntéza regulátorů pro různé typy přenosů	18
4.3.1 Přenos prvního řádu	19
4.3.2 Přenos s astatismem prvního řádu	23
4.3.3 Kmitavý přenos druhého řádu	25
4.3.4 Zhodnocení	27
5 Návrh regulátorů frekvenčními metodami	29
5.1 Frekvenční metody syntézy PID regulátorů	29

5.2	Syntéza regulátorů pro různé typy přenosů	32
5.2.1	Přenos prvního řádu	33
5.2.2	Přenos s astatismem prvního řádu	35
5.2.3	Kmitavý přenos druhého řádu	37
5.2.4	Zhodnocení	39
6	Návrh regulátorů pro reálné systémy	41
6.1	Výměník tepla	41
6.2	Nádrž s odtokem	44
6.3	Servo řízené přes satelit	46
6.4	Koncentrace kyseliny v nádobě	48
6.5	Zhodnocení	49
7	Závěr	51
	Literatura	53
A	Matlab fce pro výpočet regulátorů frekvenčními metodami	I

Seznam obrázků

2.1	Přechodová charakteristika dopravního zpoždění $t_d = 1s$	4
2.2	Fázová frekvenční charakteristika dopravního zpoždění $t_d = 1s$	4
2.3	Principiální schéma výměníku tepla	7
2.4	Schéma nádrže s odtokem	8
2.5	Satelitní komunikace	10
2.6	Nádoba s kyselinou	11
3.1	Uzavřená regulační smyčka	13
3.2	Uzavřená regulační smyčka se Smithovým prediktorem	14
4.1	GMK pro systém s přenosem $\frac{1}{s+2}$	16
4.2	Aproximované přechodové charakteristiky e^{-s}	17
4.3	Aproximované fázové frekvenční charakteristiky e^{-s}	18
4.4	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{1}{15s+1} e^{-s}$	21
4.5	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-s}$	21
4.6	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{1}{15s+1} e^{-7s}$	21
4.7	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-7s}$	21
4.8	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{1}{15s+1} e^{-20s}$	22
4.9	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-20s}$	22
4.10	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-0,3s}$	23
4.11	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-0,3s}$	23
4.12	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-2s}$	24
4.13	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-2s}$	24
4.14	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-5s}$	24
4.15	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-5s}$	24
4.16	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,05s}$	25
4.17	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,05s}$	25
4.18	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,5s}$	26

4.19	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,5s}$	26
4.20	Přechodová charakteristika CLs aproximací $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-s}$	26
4.21	GMK pro aproximaci přenosu $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-s}$	26
5.1	Amplitudová a fázová bezpečnost na Bodeho grafu	30
5.2	Amplitudová a fázová bezpečnost na Nyquistově grafu	31
5.3	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{1}{15s+1} e^{-s}$	33
5.4	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{1}{15s+1} e^{-7s}$	34
5.5	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{1}{15s+1} e^{-20s}$	34
5.6	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-0,3s}$	35
5.7	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-2s}$	36
5.8	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-5s}$	36
5.9	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,05s}$	37
5.10	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,5s}$	38
5.11	Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-s}$	38
6.1	Znázornění poruchy na výstupu regulátoru	41
6.2	Porovnání přechodových charakteristik výměníku	42
6.3	Porovnání přechodových charakteristik výměníku při poruše	43
6.4	Porovnání přechodových charakteristik nádrže	45
6.5	Porovnání přechodových charakteristik nádrže při poruše	45
6.6	Porovnání přechodových charakteristik serva	46
6.7	Porovnání přechodových charakteristik serva při zvětšení zpoždění	47
6.8	Porovnání přechodových charakteristik serva při poruše	47
6.9	Porovnání přechodových charakteristik nádoby s kyselinou	48
6.10	Porovnání přechodových charakteristik nádoby s kysel. při zvětš. zpoždění	49
6.11	Porovnání přechodových charakteristik nádoby s kyselinou při poruše	49

Seznam tabulek

4.1	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-tds}$. .	20
4.2	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-tds}$.	23
4.3	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-tds}$.	25
5.1	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-tds}$. .	33
5.2	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-tds}$.	35
5.3	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-tds}$.	37
6.1	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky výměníku tepla . . .	42
6.2	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky nádrže	44
6.3	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky serva	46
6.4	Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky nádrže s kyselinou . .	48

Kapitola 1

Úvod

Dopravní zpoždění je jev, při kterém sledovaná výstupní veličina začne reagovat na vstup až po určité době. Vyskytuje se ať už procesů samotných, nebo při zpracování měřených signálů. Chemické závody mají často procesy s dopravní zpožděním, které reprezentuje čas pro přenos materiálu potrubím nebo pásovým dopravníkem. Při měření polohy kosmické lodi na cestě na Mars vzniká významné dopravní zpoždění kvůli omezené rychlosti světla. U všech číslicových přístrojů existuje malé dopravní zpoždění kvůli době cyklu počítače a faktu, že jsou data zpracovávána v diskrétních časových intervalech. Dopravní zpoždění vždy snižuje stabilitu systému a u velkých hodnot vůči časovým konstantám systému je regulace velmi obtížná.

Ve čtyřech kapitolách práce definujeme tři metody pro návrh PID regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním a v závěrečné kapitole se tyto metody aplikují na reálné příklady systémů. První kapitola popisuje čtyři příklady reálných systémů s dopravním zpožděním. Druhá kapitola pojednává o Smithově prediktoru, který se používá pro návrh regulátorů. Třetí kapitola se zabývá návrhem PID regulátorů pomocí Geometrického místa kořenů. Dopravní zpoždění v této kapitole je nahrazeno Padého aproximací. Ve čtvrté kapitole uvádíme frekvenční metody syntézy PID regulátorů. V závěrečné kapitole navrheme PID regulátory pro reálné příklady systémů všemi třemi metodami a porovnáme jejich použitelnost.

Kapitola 2

Systemy s dopravním zpožděním

2.1 Dopravní zpoždění

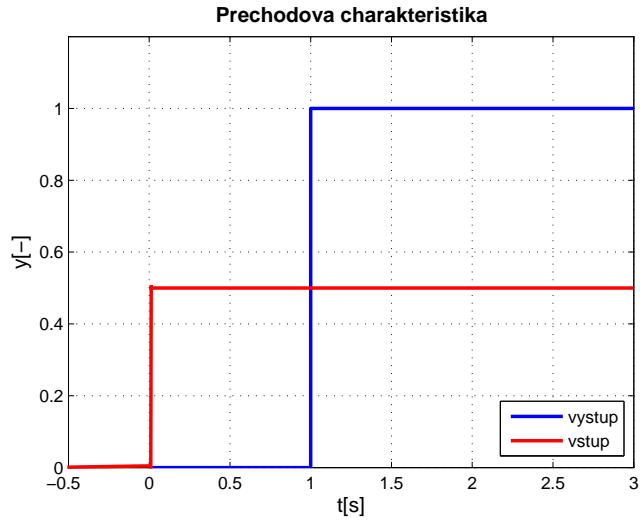
Výstupní sledovaná veličina systému určitý časový interval t_d nereaguje, i když se vstupní veličina mění viz Obr. 4.20. Tento interval se nazývá *dopravní zpoždění*. Čím větší je dopravní zpoždění, tím obtížněji se daný systém reguluje. Laplaceův obraz dopravního zpoždění t_d je $G_d(s) = e^{-st_d}$. Frekvenční odezva dopravního zpoždění (G.F.Franklin et al., 2006) je dána amplitudou a fází $e^{-st_d}|_{s=j\omega}$. Amplituda je

$$|G_d(j\omega)| = |e^{-j\omega t_d}| = 1. \quad (2.1)$$

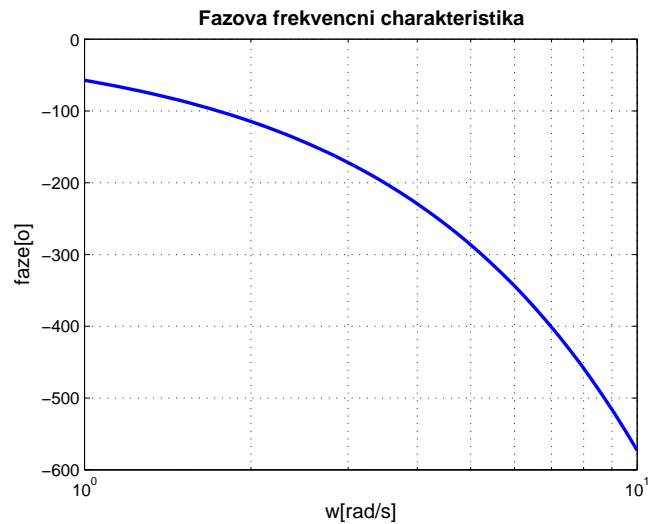
Dopravní zpoždění posouvá signál v čase a nemá vliv na jeho velikost. Fáze je

$$\angle G_d(j\omega) = -\omega t_d. \quad (2.2)$$

Jak vidíme, fáze systému klesá lineárně s rostoucí frekvencí. Pro kritickou frekvenci větší než $\omega_c = 5/t_d$ už PID regulátor není schopen systém stabilizovat. Fázová frekvenční charakteristika dopravního zpoždění je na Obr. 4.21. Systémy s dopravním zpožděním jsou tedy obecně řádu ∞ .



Obrázek 2.1: Přejchodová charakteristika dopravního zpoždění $t_d = 1\text{s}$



Obrázek 2.2: Fázová frekvencní charakteristika dopravního zpoždění
 $t_d = 1\text{s}$

2.2 Příklady

2.2.1 Výměník tepla

Příklad jednoduchého výměníku tepla (G.F.Franklin et al., 2006) je na Obrázku 2.3. Pára vstupuje do komory skrze ovladatelný ventil na vrchu a studenější pára vystupuje spodem. Voda teče potrubím, které se vine ve středu komory tak, že se voda ohřívá od páry. Nejdříve popíšeme daný systém fyzikálními rovnicemi a nakonec najdeme přenos systému, pro něhož je vstupní veličina poloha ventilu $A_s(t)$ a výstupní veličina je senzorem změřená teplota vody $T_m(t)$ na výstupu výměníku.

Základní difereciální rovnice pro změnu teploty látky je

$$\dot{T}(t) = \frac{1}{C} \sum q(t), \quad (2.3)$$

kde

$$\begin{aligned} C & \text{ je tepelná kapacita [J/K]} \\ \sum q(t) & \text{ je suma dílčích tepelných toků [J/s].} \end{aligned}$$

Tok tepla látkou je úměrný rozdílu teplot [K] napříč látkou

$$q = \frac{1}{R} [T_1(t) - T_2(t)], \quad (2.4)$$

kde

$$R \text{ je tepelná resistance látky [K/W].}$$

Další způsob přenosu tepla je mezi teplejší a studenější tekutinou

$$q(t) = wc[T_1(t) - T_2(t)], \quad (2.5)$$

kde w [m³/s] je průtok kapaliny o teplotě T_1 , která teče do chladnější tekutiny o teplotě T_2 a c je měrná tepelná kapacita [J.kg⁻¹.K⁻¹].

Nyní dosadíme do rovnice (2.5) veličiny z tohoto příkladu a dostaneme

$$q_{in}(t) = w_s c_s [T_{si}(t) - T_s(t)], \quad (2.6)$$

kde

$$\begin{aligned}
 w_s &= K_s A_s(t) \quad \text{je průtok páry [m}^3/\text{s]} \\
 A_s(t) &\quad \text{je poloha ventilu (jak moc je ventil otevřený [-])} \\
 K_s &\quad \text{je konstanta ventilu [m}^3/\text{s]} \\
 c_s &\quad \text{je měrná tepelná kapacita páry [J.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}] \\
 T_{si} &\quad \text{je teplota vstupující páry [K]} \\
 T_s &\quad \text{je teplota vystupující páry [K].}
 \end{aligned}$$

Rovnice (2.4) vypadá v našem případě

$$q_{out}(t) = \frac{1}{R} [T_s(t) - T_w(t)]. \quad (2.7)$$

Dosažením rovnic (2.4) a (2.7) do (2.3) dostaneme

$$C_s \dot{T}_s(t) = q_{in}(t) - q_{out}(t). \quad (2.8)$$

Změna teploty vystupující páry je úměrná rozdílu tepelného toku od horké vstupující páry a toku tepla proudícího do vody. Rovnici (2.8) dále rozepíšeme

$$C_s \dot{T}_s(t) = A_s(t) c_s K_s [T_{si}(t) - T_s(t)] - \frac{1}{R} [T_s(t) - T_w(t)], \quad (2.9)$$

kde

$$\begin{aligned}
 C_s &= m_s c_s \quad \text{je tepelná kapacita páry} \\
 m_s &\quad \text{je hmotnost páry v komoře [kg].}
 \end{aligned}$$

Podobná diferenciální rovnice jako (2.9) platí i pro vodu

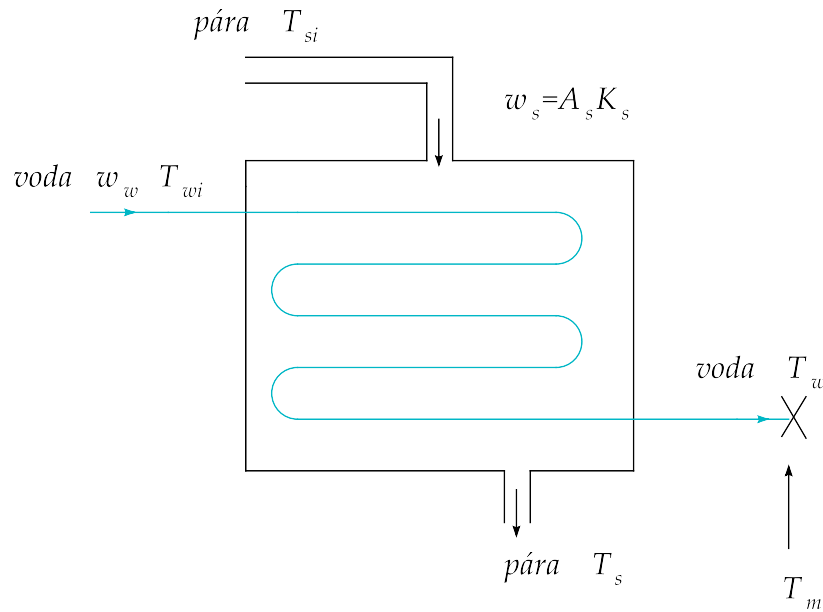
$$C_w \dot{T}_w(t) = w_w c_w [T_{wi}(t) - T_w(t)] - \frac{1}{R} [T_s(t) - T_w(t)], \quad (2.10)$$

kde

$$\begin{aligned}
 w_w &\quad \text{je průtok vody [m}^3/\text{s]} \\
 c_w &\quad \text{je měrná tepelná kapacita vody [J.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}] \\
 T_{wi} &\quad \text{je teplota přitékající vody [K]} \\
 T_w &\quad \text{je teplota odtékající vody [K].}
 \end{aligned}$$

Rovnice, která popisuje dopravní zpoždění mezi senzorem změřenou teplotou vody a teplotou vody vystupující z komory

$$T_m(t) = T_w(t - t_d), \quad (2.11)$$



Obrázek 2.3: Principiální schéma výměníku tepla

kde

$T_m(t)$ je teplota změřená senzorem
 t_d je dopravní zpoždění [s].

Rovnici (2.9) je třeba linearizovat a dále pomocí stavových matic určíme přenos systému. Popis soustavy představují rovnice (2.9), (2.10) a (2.11).

$$C_s \Delta \dot{T}_s(t) = A_s(t) c_s K_s \Delta T_s - \frac{1}{R} [\Delta T_s(t) - T_w(t)]$$

$$C_w \dot{T}_w(t) = w_w c_w [T_{wi}(t) - T_w(t)] - \frac{1}{R} [\Delta T_s(t) - T_w(t)]$$

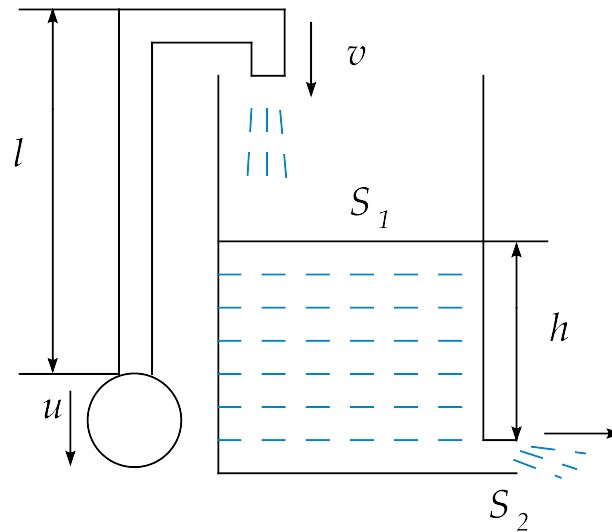
$$T_m(t) = T_w(t - t_d).$$

Jelikož máme dvě diferenciální rovnice, přenos systému bude druhé řádu ve tvaru

$$\frac{T_m(s)}{A_s(s)} = G(s) = \frac{K e^{-t_d s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}. \quad (2.12)$$

Konkrétní řešení může být například

$$G(s) = \frac{2,1}{(10,7s + 1)(60,2s + 1)} e^{-5,4s}. \quad (2.13)$$



Obrázek 2.4: Schéma nádrže s odtokem

2.2.2 Nádrž s odtokem

Nádrž (J.Roubal et al., 2007) je zobrazena na Obr. 2.4. Voda je čerpána potrubím délky l do nádrže válcového tvaru. Zároveň vodá vytéká dolním ventilem. Vstupní veličina soustavy je napětí na čerpadle $u(t)$ a výstupní je výška hladiny v nádrži $h(t)$. Voda se pohybuje potrubím rychlostí v . Nejprve sestavíme diferenciální rovnici soustavy.

Platí, že změna množství vody v nádrži je množství vody, které přiteče za jednotku času minus množství vody, které za jednotku času odeče.

$$\frac{\Delta V(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta V_{in}}{\Delta t} - \frac{\Delta V_{out}}{\Delta t}. \quad (2.14)$$

Upravíme rovnici (2.14) a dosadíme do ní

$$S_1 \frac{\Delta h(t)}{\Delta t} = q_{in}(t) - q_{out}(t), \quad (2.15)$$

kde

S_1 je plocha průřezu nádrže [m^2]
 $q(t)$ je objemový průtok [m^3/s].

Pro přítok q_{in} platí

$$q_{in}(t) = k_1 u(t - t_d), \quad (2.16)$$

kde

$$\begin{aligned} k_1 & \text{ je konstanta čerpadla } [\text{m}^3 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}] \\ u(t) & \text{ je napětí čerpadla } [\text{V}] \\ t_d = l/v & \text{ je dopravní zpoždění vody proudící potrubím } [\text{s}]. \end{aligned}$$

Pro odtok platí

$$q_{out}(t) = S_2 \sqrt{2g} \sqrt{h(t)}, \quad (2.17)$$

kde

$$\begin{aligned} S_2 & \text{ je plocha průřezu odtokové trubice } [\text{m}^2] \\ k_v = S_2 \sqrt{2g} & \text{ je konstanta vypouštěcího ventilu } [\text{m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}]. \end{aligned}$$

Dosadíme do rovnice (2.15) z rovnic (2.16), (2.17) a v limitě $\Delta t \rightarrow 0$ přejde na diferenciální rovnici

$$S_1 \dot{h}(t) = k_1 u(t - t_d) - k_v \sqrt{h(t)}. \quad (2.18)$$

Jedná se o nelineární diferenciální rovnici (nelinearita typu odmocnina) a pro její linearizaci aplikujeme Taylorův rozvoj prvního řádu.

$$S_1 \Delta \dot{h}(t) = k_1 (u(t - t_d) - u_0) - \frac{k_v}{2\sqrt{h_0}} (h(t) - h_0). \quad (2.19)$$

Linearizovaná diferenciální rovnice platí pouze v okolí pracovního bodu systému h_0, u_0 , který představuje ustálenou výšku hladiny v nádrži. Nyní vytvoříme obraz rovnice (2.19) v Laplaceově transformaci a vyjádříme přenos $G(s) = \frac{\Delta H(s)}{\Delta U(s)}$

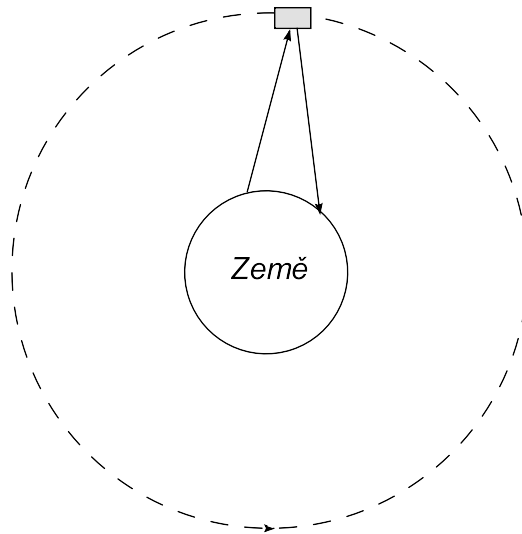
$$s \Delta H(s) - h_0 = k_1 \Delta U(s) e^{-t_d s} - \frac{k_v}{2\sqrt{h_0}} \Delta H(s) \quad (2.20)$$

$$G(s) = \frac{k_1 e^{-t_d s}}{s + \frac{k_v}{2\sqrt{h_0}}}. \quad (2.21)$$

Nyní dosadíme do (2.21) reálné hodnoty. Zadané konstanty: $S_1 = 0,8 \text{ m}^2$; $S_2 = 0,003 \text{ m}^2$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $h_0 = 0,2 \text{ m}$; $l = 12,5 \text{ m}$; $v = 1 \text{ m/s}$. Vypočítané konstanty: $u_0 = 5,81 \text{ V}$; $k_1 = 0,001 \text{ m}^3 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$; $k_v = 0,013 \text{ m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}$; $t_d = 12,5 \text{ s}$. Výsledný přenos systému je

$$G(s) = \frac{0,34}{344s + 1} e^{-12,5s}. \quad (2.22)$$

Časová konstanta systému je o hodně větší než dopravní zpoždění.



Obrázek 2.5: Satelitní komunikace

2.2.3 Servo řízené přes satelit

Někdy je třeba řídit přístroje na velké vzdálenosti. Mějme například robota obsahujícího serva, která pohybují jeho končetinami. Přenos takového serva je

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}, \quad (2.23)$$

kde vstupní veličina je napěťový puls a výstupní veličina je úhel natočení hřídele serva. Jedná se o systém druhého řádu s astatismem. Pro řízení robota na velkou vzdálenost (např. 10 tisíc kilometrů) se využije geostacionární družice viz Obr. 2.5. Družice je od Země vzdálena $d = 36\,000$ km a signál musí tuto vzdálenost urazit dvakrát. Rychlost signálu berme rovnu rychlosti světla ve vakuu $c = 3 \cdot 10^5$ km/s. Zpoždění spočteme podle vztahu

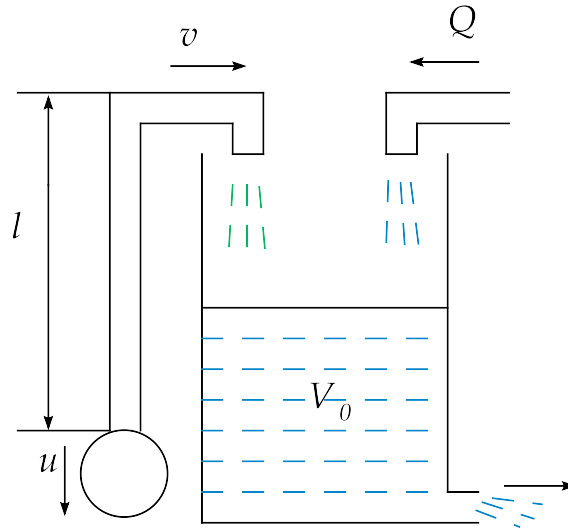
$$t_d = \frac{2d}{c} \quad (2.24)$$

Zpoždění je podle výpočtu $t_d = 240$ ms. Ve skutečnosti je kvůli zpracování dat o něco větší, $t_d = 300$ ms. Přenos serva je

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} e^{-0,3s}. \quad (2.25)$$

2.2.4 Koncentrace kyseliny v nádobě

Mějme systém na Obr. 2.4. Čerpadlo čerpá do zásobníku s vodou, který má v dolní části odtok, kyselinu a zároveň do nádoby přitéká konstantní přítok vody Q . Výstupní veličina



Obrázek 2.6: Nádoba s kyselinou

bude koncentrace kyseliny v nádobě $c(t)$ a vstupní bude napětí na čerpadle $u(t)$. Kyselina má 100 procentní koncentraci.

V čase $t = 0$ s je v nádobě objem kapaliny (voda+kyselina) V_0 . K dopravnímu zpoždění dochází v potrubí délky l mezi čerpadlem a nádobou, $t_d = l/v_1$. Přítok kyseliny je závislý na napětí čerpadla podle vztahu

$$q(t) = ku(t - t_d), \quad (2.26)$$

kde

k je konstanta čerpadla [$\text{m}^3 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$].

Koncentraci kyseliny v nádobě označíme $c(t)$ a nabývá hodnot $\langle 0, 1 \rangle$. V čase $t + \Delta t$ je koncentrace

$$c(t + \Delta t) = \frac{c(t)V_0 + ku(t - t_d)\Delta t}{V_0 + ku(t - t_d)\Delta t + Q\Delta t}. \quad (2.27)$$

Pro malé Δ platí

$$\begin{aligned} c(t + \Delta t) &= \frac{[c(t)V_0 + ku(t - t_d)\Delta t](V_0 - [ku(t - t_d) + Q]\Delta t)}{[V_0 + ku(t - t_d)\Delta t + Q\Delta t](V_0 - [ku(t - t_d) + Q]\Delta t)} \\ &= c(t) - \frac{1}{V_0} [c(t)[ku(t - t_d) + Q] - ku(t - t_d)]\Delta t + O(\Delta t^2). \end{aligned} \quad (2.28)$$

V limitním případě $\Delta t \rightarrow 0$ dostaneme diferenciální rovnici

$$\dot{c}(t) = -\frac{1}{V_0} [c(t)(ku(t - t_d) + Q) - ku(t - t_d)] \quad (2.29)$$

Jelikož je diferenciální rovnice nelineární, musíme ji zlinearizovat, použijeme tedy Taylorův rozvoj prvního řádu, který platí v okolí pracovního bodu systému c_0, u_0 .

$$\Delta \dot{c}(t) = A - \frac{(ku_0 + Q)}{V_0} (c(t) - c_0) + \frac{k(1 - c_0)}{V_0} [u(t - t_d) - u_0]. \quad (2.30)$$

kde A je konstanta pro $f|_{u_0, c_0}$.

Laplaceův obraz dané rovnice je

$$s\Delta C(s) - c_0 = \frac{A}{s} - \frac{(ku_0 + Q)}{V_0} \Delta C(s) + \frac{k(1 - c_0)}{V_0} \Delta U(s)e^{-t_d s}. \quad (2.31)$$

Přenos systému je

$$G(s) = \frac{\frac{k(1-c_0)}{V_0}}{s + \frac{ku_0+Q}{V_0}} e^{-t_d s}. \quad (2.32)$$

Zadané konstanty systému: $v = 1 \text{ m/s}$; $l = 6,3 \text{ m}$; $c_0 = 0,2$; $k = 0,001 \text{ m}^3 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$; $V_0 = 0,1 \text{ m}^3$; $Q = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$. Vypočtené konstanty systému: $u_0 = 5 \text{ V}$; $t_d = l/v = 6,3 \text{ s}$. Přenos systému $G(s) = \frac{\Delta C(s)}{\Delta U(s)}$ je

$$G(s) = \frac{0,03}{4s + 1} e^{-6,3s}. \quad (2.33)$$

Dopravního zpoždění je větší než časová konstanta systému.

Kapitola 3

Smithův prediktor

3.1 Popis a použití

Přenos SISO (G.F.Franklin et al., 2006) (jeden vstup, jeden výstup) systému s dopravním zpožděním je

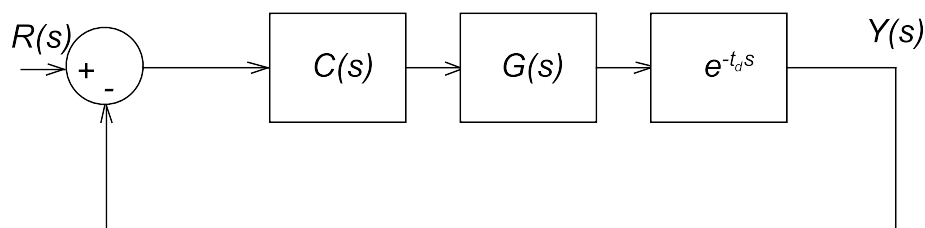
$$G_I(s) = G(s)e^{-t_d s}. \quad (3.1)$$

Uzavřenou regulační smyčku s tímto systémem a regulátorem $C(s)$ vidíme na Obr. 3.1. Přenos smyčky je

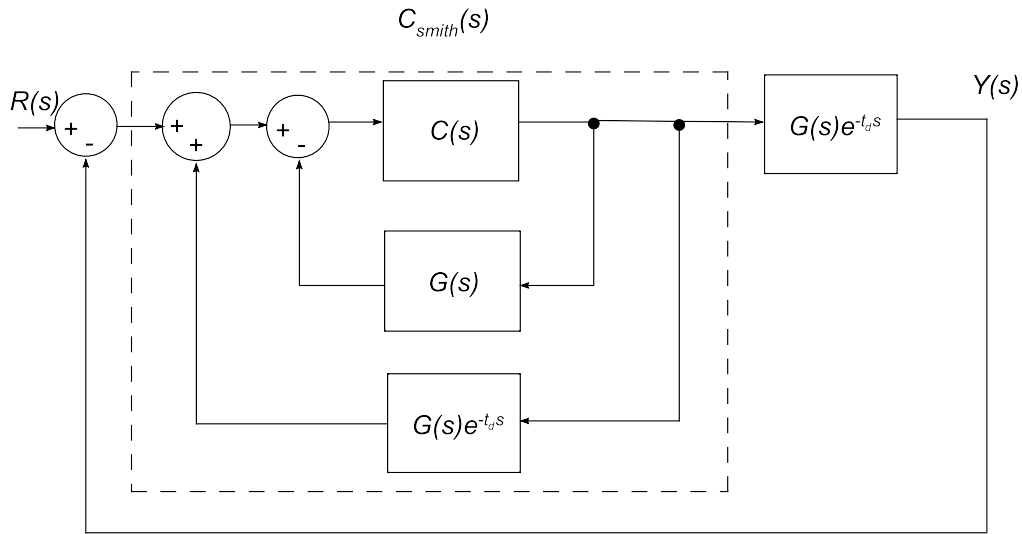
$$T(s) = \frac{C(s)G(s)e^{-t_d s}}{1 + C(s)G(s)e^{-t_d s}}. \quad (3.2)$$

Charakteristický polynom uzavřené smyčky (jmenovatel rovnice (5.4)) má nekonečně mnoho kořenů, jelikož exponenciála je v komplexním oboru periodická funkce. Jelikož soustava nemá konečný popis, není možné ji standardními regulátory řídit.

Tento problém vyřešil roku 1958 Američan O. J. M. Smith (G.F.Franklin et al., 2006), který přišel na to, že pokud předradíme soustavě s dopravním zpožděním s přenosem (3.1) tzv. *Smithův prediktor*, můžeme potom navrhnout regulátor běžnými metodami pro



Obrázek 3.1: Uzavřená regulační smyčka



Obrázek 3.2: Uzavřená regulační smyčka se Smithovým prediktorem

přenos soustavy bez dopravního zpoždění $G(s)$. Přenos smyčky s prediktorem podle Obr. 3.1 je

$$T(s) = \frac{C_{smith}(s)G(s)e^{-t_d s}}{1 + C_{smith}(s)G(s)e^{-t_d s}}. \quad (3.3)$$

Přenos uzavřené smyčky (M.Šebek, 2007) chceme mít ve tvaru, který nemá zpoždění ve jmenovateli

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)e^{-t_d s}}{1 + C(s)G(s)}. \quad (3.4)$$

Spojením rovnice (5.5) a (5.6) dostaneme

$$C_{smith}(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)[G(s) - G(s)e^{-t_d s}]}. \quad (3.5)$$

Úplné schéma uzavřené regulační smyčky se Smithovým prediktorem je na Obr. 3.2. Zpětná vazba s modelem soustavy (M.Šebek, 2007) v regulátoru vyruší vnější zpětnou vazbu a potom funguje jen vnitřní vazba, která je bez zpoždění.

Kapitola 4

Návrh regulátorů metodou GMK

4.1 Metoda GMK

Technika, která ukazuje, jak změna jednoho parametru systému ovlivní kořeny charakteristické rovnice, neboli póly uzavřené regulační smyčky se nazývá *Geometrická místa kořenů*, zkráceně *GMK*. Tato metoda byla vyvinuta W. R. Evansem (G.F. Franklin et al., 2006), který stanovil pravidla pro kreslení cest kořenů v grafu. Nebudeme se zde zabývat konkrétními pravidly pro kreslení grafu, jelikož se na vykreslování dnes používají počítačové programy jako Matlab atd. Uvedeme zde jen příklad pro ilustraci.

Mějme systém s přenosem otevřené smyčky $L(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ a uzavřená regulační smyčka má charakteristickou rovnici

$$1 + KL(s) = 0. \quad (4.1)$$

Rovnici (4.1) můžeme přepsat

$$a(s) + Kb(s) = 0. \quad (4.2)$$

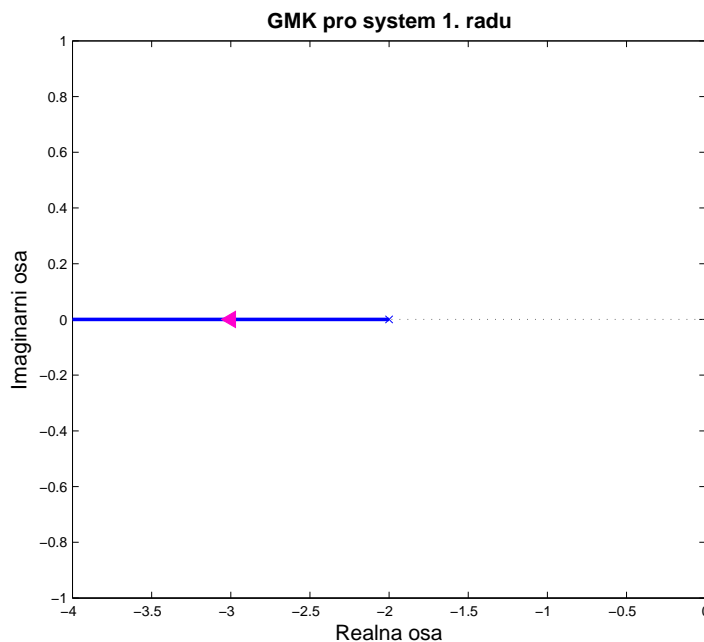
Pokud budeme měnit velikost K ($K \geq 0$), budou se i měnit kořeny rovnice (4.2). A všechny tyto kořeny budou ležet na grafu GMK. Pro přenos otevřené smyčky

$$L(s) = \frac{1}{s+2}, \quad (4.3)$$

je charakteristická rovnice

$$s + 2 + K = 0. \quad (4.4)$$

Pro nezáporná K má charakteristická rovnice (4.4) nekonečně mnoho stabilních kořenů. Graf GMK tedy bude část záporné reálné osy komplexní roviny viz Obr. 4.1.

Obrázek 4.1: GMK pro systém s přenosem $\frac{1}{s+2}$

4.2 Padého aproximace dopravního zpoždění

V minulé kapitole jsme uvedli popis metody GMK, která je založena na určování a zakreslování kořenů charakteristického polynomu uzavřené smyčky. Pokud ovšem systém obsahuje dopravní zpoždění, pak jeho charakteristická rovnice není polynom, ale kvazipolynom, který má nekonečně mnoho kořenů. Pro přenos (4.3) s dopravním zpožděním by vypadal například takto

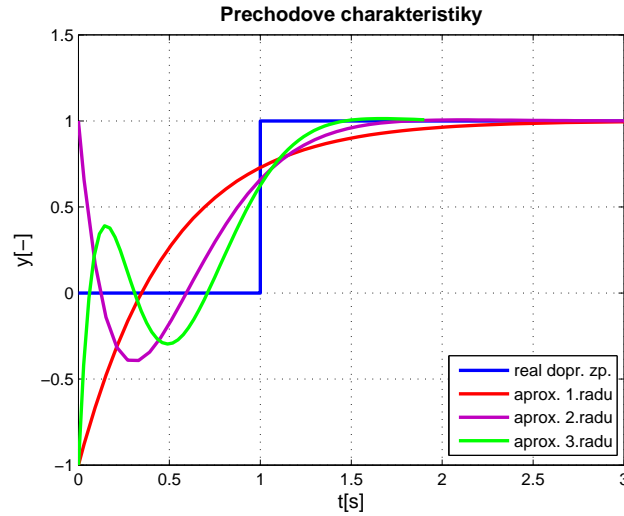
$$s + 2 + Ke^{-s} = 0. \quad (4.5)$$

Potřebujeme převést iracionální funkci e^{-s} na racionální. Jelikož v řídicí technici se zabýváme obecně nízkými frekvencemi, chceme aby aproximace byla dobrá pro malé s . Francouzský matematik H. E. Padé (M.Šebek, 2007) přišel na tvar racionální funkce, která nejlépe aproximuje exponenciálu, tato aproximace se nazývá *Padého aproximací*. Zápornou exponenciálu nejprve rozvedeme v McLaurinovu řadu (M.Šebek, 2007)

$$e^{-s} = 1 - s + \frac{s^2}{2!} - \frac{s^3}{3!} + \frac{s^4}{4!} - \dots \quad (4.6)$$

Aproximace prvního řádu vypadá tak, že exponenciálu nahradíme přenosem první řádu tvaru

$$G(s) = \frac{b_1s + b_0}{a_1s + 1}. \quad (4.7)$$

Obrázek 4.2: Aproximované přechodové charakteristiky e^{-s}

I tento přenos rozvineme v řadu.

$$\frac{b_1 s + b_0}{a_1 s + 1} = b_0 + (b_1 - b_0 a_1) s - a_1 (b_1 - b_0 a_1) s^2 + \dots \quad (4.8)$$

Máme tři neznámé a porovnáme tedy první tři členy rovnic (4.6) a (4.8).

$$b_0 = 1$$

$$b_1 - b_0 a_1 = -1$$

$$a_1 (b_1 - b_0 a_1) = 1.$$

Soustava dává řešení $b_0 = 1, b_1 = -1/2, a_1 = 1/2$. A když tyto koeficienty dosadíme do (4.7) dostaneme

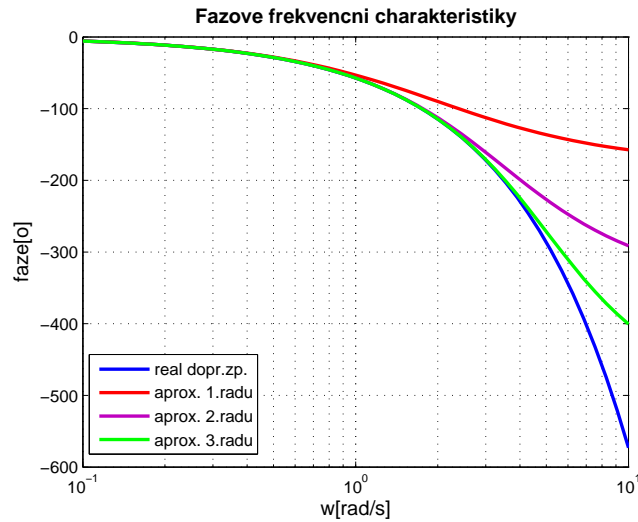
$$e^{-s} \approx \frac{1 - s/2}{1 + s/2}. \quad (4.9)$$

Aproximace prvního řádu obecného dopravního zpoždění t_d je

$$e^{-t_d s} \approx \frac{1 - t_d s/2}{1 + t_d s/2}. \quad (4.10)$$

Pro aproximaci druhého řádu postupujeme obdobně, tentokrát rozvineme přenos druhého řádu $\frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$ v řadu a porovnáme koeficienty. Tentokrát máme pět rovnic o pěti neznámých. Výsledný tvar je

$$e^{-t_d s} \approx \frac{1 - t_d s/2 + (t_d s)^2/12}{1 + t_d s/2 + (t_d s)^2/12}. \quad (4.11)$$



Obrázek 4.3: Aproximované fázové frekvenční charakteristiky e^{-s}

Aproximace vyšších řádů dostaneme stejným postupem. Pokud je dopravní zpoždění velmi malé $t_d \in (0, 1)$ s, můžeme ho aproximovat jednodukapacitním členem. Při této aproximaci porovnáváme pouze první dva členy rozvoje (4.6) a (4.8).

$$e^{-t_d s} \approx \frac{1}{1 + t_d s/2}. \quad (4.12)$$

Přechodové charakteristiky Padého aproximací vidíme na Obr. 4.2. a fázové frekvenční charakteristiky na Obr. 4.3.

4.3 Syntéza regulátorů pro různé typy přenosů

Obtížnost regulace závisí na velikosti dopravního zpoždění vůči časovým konstantám systému. Pro systémy prvního řádu můžeme problémy s regulací v závislosti na poměru t_d/T popsat takto (R.Voráček et al., 2000)

$$\begin{aligned} t_d/T < 1/10 & \quad \text{snadno regulovatelné,} \\ t_d/T < 1/6 & \quad \text{ještě regulovatelné,} \\ t_d/T \geq 1/3 & \quad \text{obtížně regulovatelné.} \end{aligned}$$

Dopravní zpoždění tedy budeme volit vzhledem k časové konstantě přenosu.

K regulaci použijeme regulátor typu PID, který má obecně přenos

$$C(s) = k_I \frac{(T_D s + 1)(T_I s + 1)}{s} = k_D \frac{(s + \omega_D)(s + \omega_I)}{s}, \quad (4.13)$$

kde

- k_I je integrační konstanta
- T_D je derivační časová konstanta
- T_I je integrační časová konstanta
- k_D je derivační konstanta
- ω_D je zlomová frekvence derivační složky
- ω_I je zlomová frekvence integrační složky.

Vztahy pro konstanty jsou

$$\frac{k_P}{k_D} = \omega_I + \omega_D \quad (4.14)$$

$$\frac{k_I}{k_D} = \omega_I \omega_D \quad (4.15)$$

Aby byl regulátor realizovatelný, je třeba filtrovat derivační složku na vyšších frekvencích. Přenos regulátoru pak vypadá

$$C(s) = k_I \frac{(T_D s + 1)(T_I s + 1)}{s(T_D s/N + 1)}. \quad (4.16)$$

Konstanta filtru N má velikost $N \in \langle 3, 20 \rangle$. Kromě úplné formy PID regulátoru budeme dále v textu používat regulátory, které integrační složku respektive derivační složku nulovou. PD regulátor má přenos

$$C(s) = k_P \frac{T_D s + 1}{T_D s/N + 1} \quad (4.17)$$

a platí vztah $k_D = k_P T_D$.

PI regulátor má přenos

$$C(s) = k_I \frac{(T_I s + 1)}{s} \quad (4.18)$$

a platí vztah $k_I = k_P/T_I$.

4.3.1 Přenos prvního řádu

Nejprve zvolíme přenos s malým zpožděním.

$$G_1(s) = \frac{1}{15s + 1} e^{-s}. \quad (4.19)$$

	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$
$t_d = 1\text{ s}$	13,07	1,52	7,96	11,6	28,5	36,1
$t_d = 7\text{ s}$	2,01	0,11	6,51	28,2	5,17	15,5
$t_d = 20\text{ s}$	0,92	0,04	5,2	58,1	6,22	10,4

Tabulka 4.1: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu

$$\frac{1}{15s+1} e^{-t_d s}$$

Dopravní zpoždění aproximujeme Padého aproximací druhého řádu, jelikož aproximace prvního řádu nedává dobré výsledky.

$$e^{-s} \approx \frac{1 - s/2 + s^2/12}{1 + s/2 + s^2/12}. \quad (4.20)$$

Aproximovaný přenos je

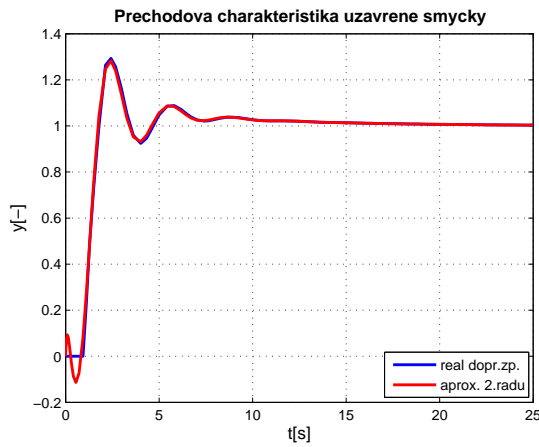
$$G_1(s) = \frac{1 - s/2 + s^2/12}{(15s + 1)(1 + s/2 + s^2/12)}. \quad (4.21)$$

Pro každý přenos zvolíme nejlepší regulátor navrhnutý pomocí GMK pro nulovou regulační odchylku. Omezení pro návrh je překmit p maximálně 30 %, dobu regulace označíme jako t_s a maximální akční zásah regulátoru jako u_{max} . Pro přenos (4.21) jsme navrhli regulátor PID s přenosem

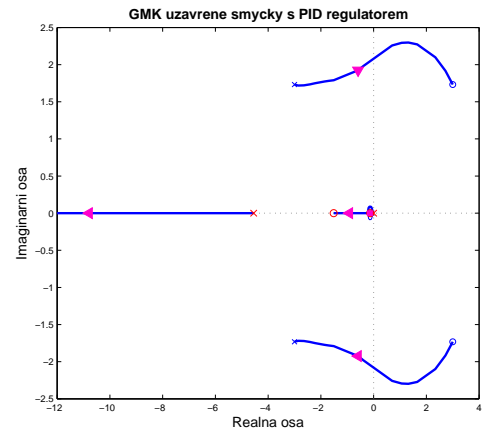
$$C_1(s) = 1,52 \frac{(1 + 0,66s)(1 + 7,9s)}{s(1 + 0,22s)}. \quad (4.22)$$

Graf GMK je vidět na Obr. 4.5 a přechodová charakteristika je na Obr. 4.4.

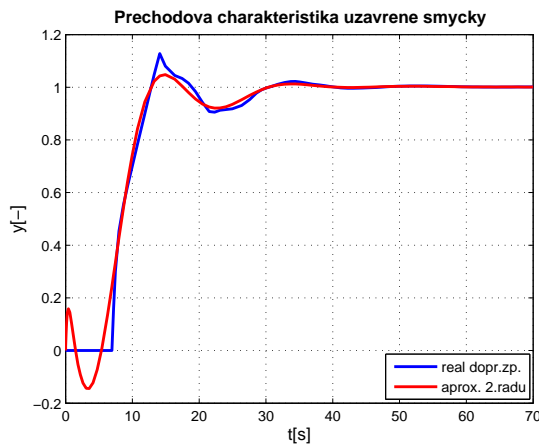
Dále zvolíme dopravní zpoždění o velikosti 7 s a 20 s a navrhne nejlepší regulátory. Přehled chování systému pro různá dopravní zpoždění a různé PID regulátory je v tabulce 4.1.



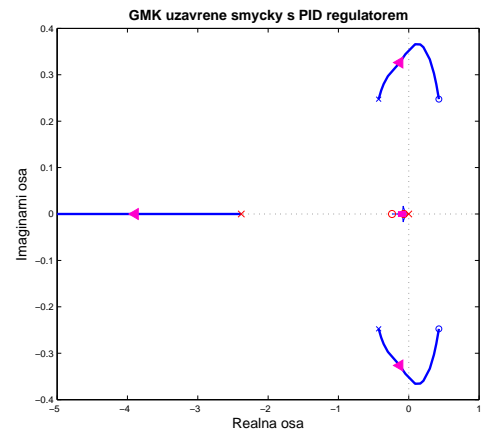
Obrázek 4.4: Přechodová charakteristika CL s aproximací $\frac{1}{15s+1} e^{-s}$



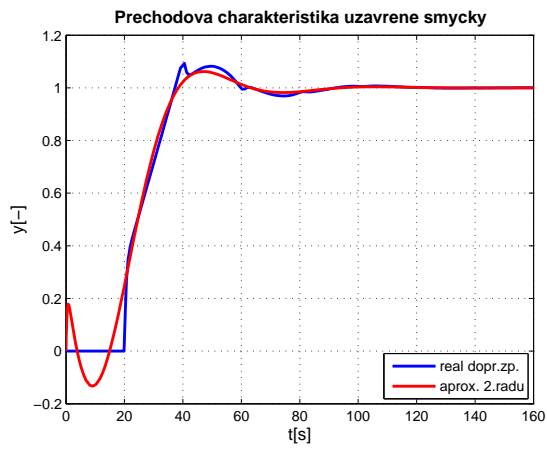
Obrázek 4.5: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-s}$



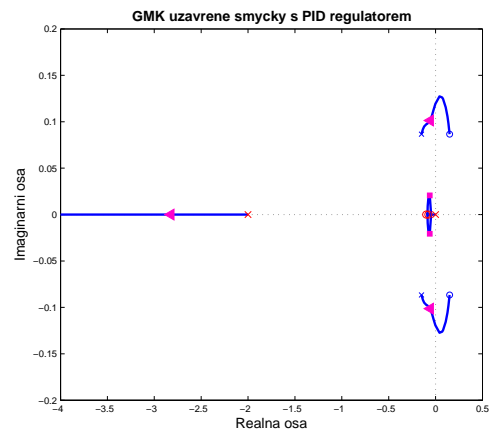
Obrázek 4.6: Přechodová charakteristika CL s aproximací $\frac{1}{15s+1} e^{-7s}$



Obrázek 4.7: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-7s}$



Obrázek 4.8: Přechodová charakteristika CL
s aproximací $\frac{1}{15s+1} e^{-20s}$



Obrázek 4.9: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{1}{15s+1} e^{-20s}$

4.3.2 Přenos s astatismem prvního řádu

Přenos je

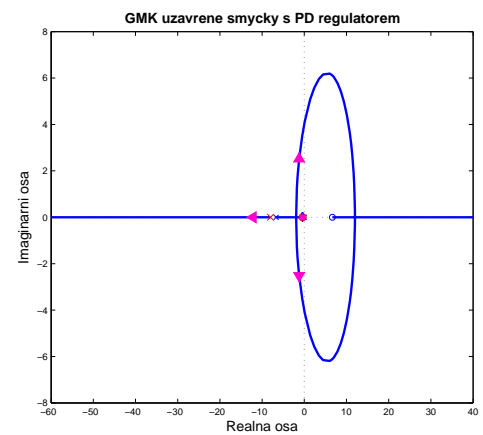
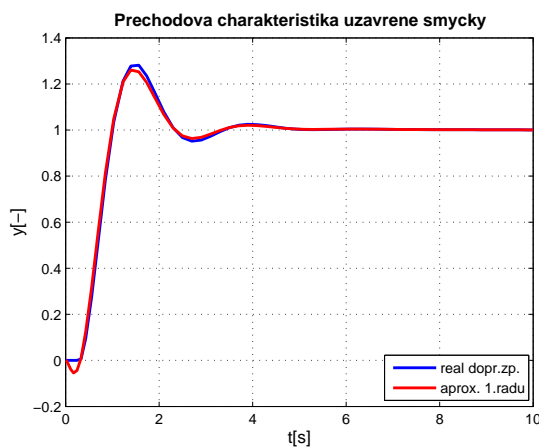
$$G(s) = \frac{2}{s(3s+1)}. \quad (4.23)$$

Opět budeme volit dopravní zpoždění od malého k velkému vůči časové konstantě přenosu. V tabulce 4.2 jsou přehledně zaznamenány vlastnosti regulátorů a přechodových charakteristik.

	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$
$t_d = 0,3\text{ s}$	1,11	0	2,78	3,05	26,3	22,2
$t_d = 2\text{ s}$	0,15	0	0,5	15,4	15,8	3,03
$t_d = 5\text{ s}$	0,06	0	0,198	27	11,6	1,21

Tabulka 4.2: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu

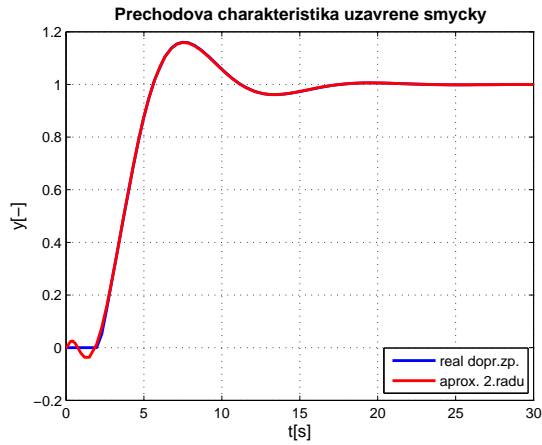
$$\frac{2}{s(3s+1)} e^{-t_d s}$$



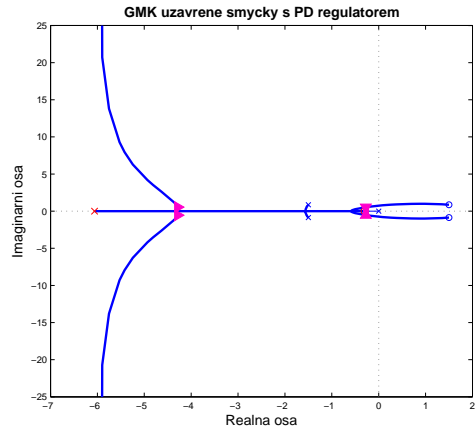
Obrázek 4.10: Přechodová charakteristika CL

s aproximací $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-0,3s}$

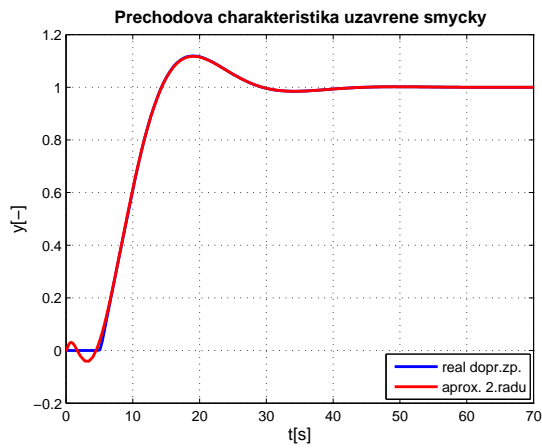
Obrázek 4.11: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-0,3s}$



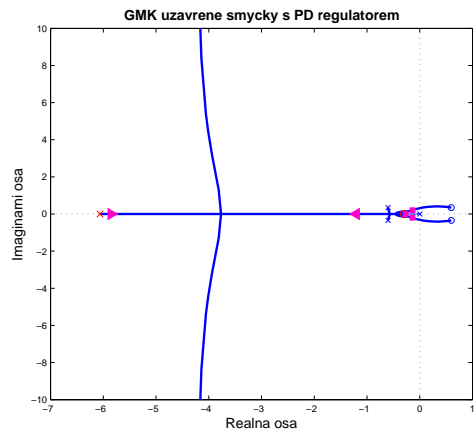
Obrázek 4.12: Přebodová charakteristika CL
s aproximací $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-2s}$



Obrázek 4.13: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-2s}$



Obrázek 4.14: Přebodová charakteristika CL
s aproximací $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-5s}$



Obrázek 4.15: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{2}{s(3s+1)} e^{-5s}$

4.3.3 Kmitavý přenos druhého řádu

Přenos zvolíme pro přirozenou frekvenci $\omega_n = 2 \text{ rad/s}$ a konstantu tlumení $\xi = 0,5$.

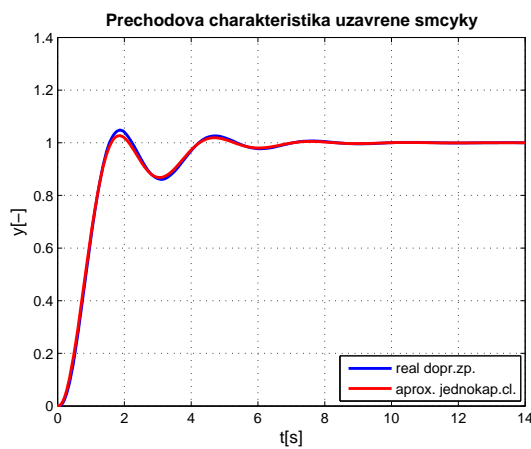
$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 4}. \quad (4.24)$$

Póly přenosu jsou komplexní $\sigma = -1 \pm \sqrt{3}j$ a absolutní velikost je $|\sigma| = 2$.

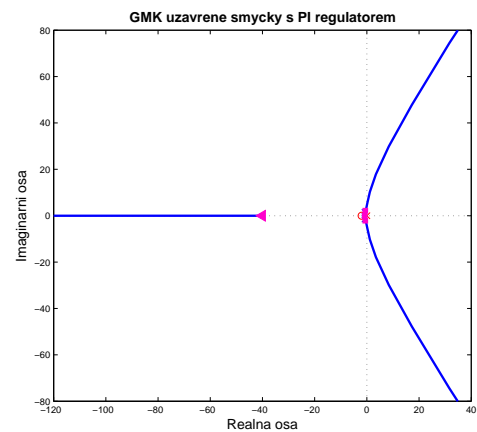
	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[\text{s}]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$
$t_d = 0,05 \text{ s}$	2	1	0	4,06	2,67	1,01
$t_d = 0,5 \text{ s}$	1,86	0,54	0	6,15	2,65	1
$t_d = 1 \text{ s}$	0,65	0,43	0	7,2	3,46	1,01

Tabulka 4.3: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu

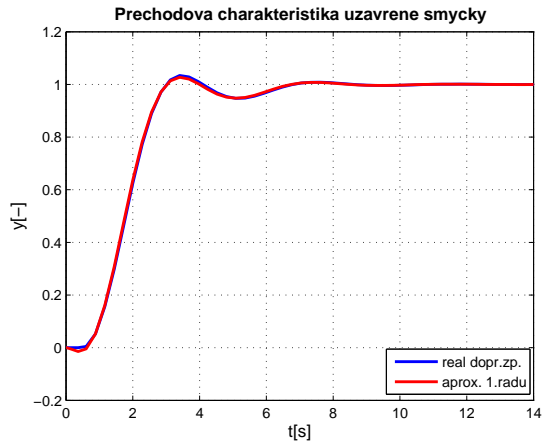
$$\frac{4}{s^2 + 2s + 4} e^{-t_d s}$$



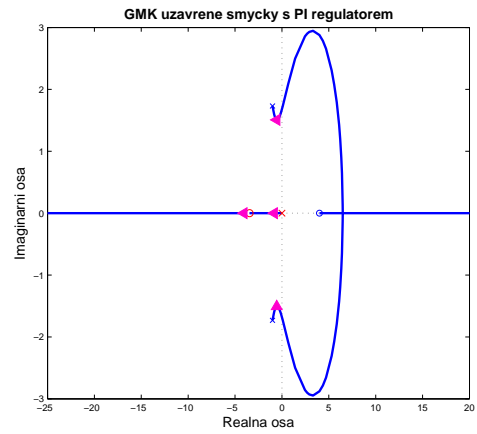
Obrázek 4.16: Přechodová charakteristika CL s aproximací $\frac{4}{s^2 + 2s + 4} e^{-0,05s}$



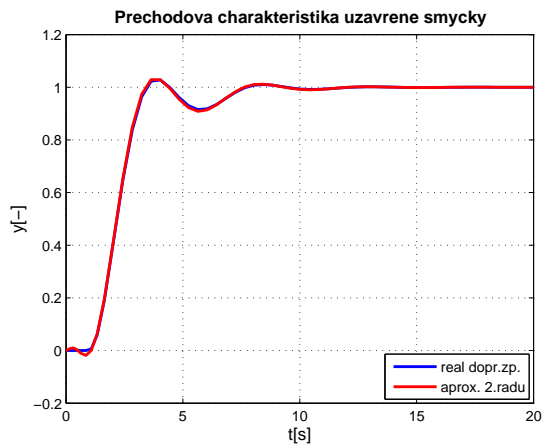
Obrázek 4.17: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{4}{s^2 + 2s + 4} e^{-0,05s}$



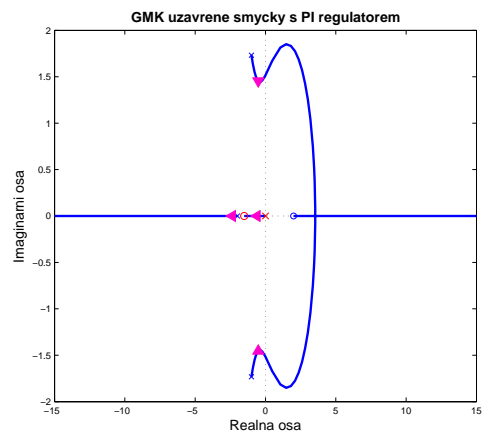
Obrázek 4.18: Přebodová charakteristika CL
s aproximací $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,5s}$



Obrázek 4.19: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,5s}$



Obrázek 4.20: Přebodová charakteristika CL
s aproximací $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-s}$



Obrázek 4.21: GMK pro aproximaci přenosu $\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-s}$

4.3.4 Zhodnocení

Na závěr této kapitoly bychom porovnali kvalitu regulace pro výše uvedené přenosy s dopravním zpožděním. Jako hlavní kritérium kvality zvolíme dobu regulace t_s . Velikost dopravního zpoždění nejvíce ovlivňuje systémy s astatismem. Jeho vliv na dobu regulace se zvětšuje s jeho přírůstkem lineárně. U systému prvního řádu dopravní zpoždění nemá tolik vliv na dobu regulace při jeho malé velikosti vůči časové konstantě systému. Při větších velikostech se jeho vliv na dobu regulace zvětšuje přibližně lineárně s jeho přírůstkem. U kmitavého systému má dopravní zpoždění nejmenší vliv na dobu regulace.

Kapitola 5

Návrh regulátorů frekvenčními metodami

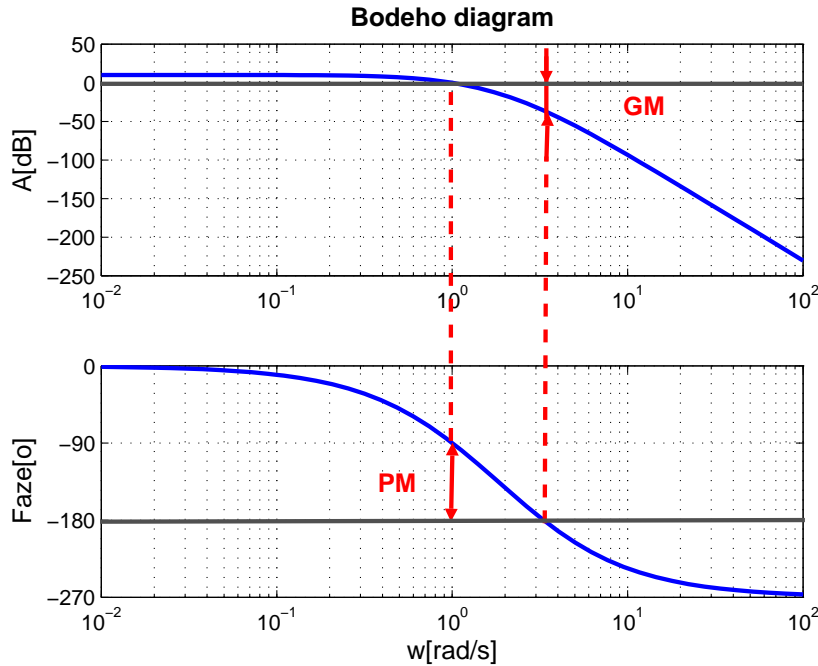
5.1 Frekvenční metody syntézy PID regulátorů

Frekvenční metody návrhu (Havel, 2005) se snaží upravit frekvenční charakteristiku otevřené smyčky $L(j\omega)$ tak, aby výsledná frekvenční charakteristika uzavřené smyčky $T(j\omega)$ měla požadovaný průběh. Mezi $L(j\omega)$ a $T(j\omega)$ existuje jednoznačný vztah

$$T(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)}. \quad (5.1)$$

Typický přenos uzavřené smyčky bude vypadat jako dolní propust. V ideálním případě by měl mít jednotkovou amplitudu na všech frekvencích (za předpokladu nulové fáze by pak přenášel libovolně rychlé změny reference na výstup bez přechodového děje). To ale není uskutečnitelné a navíc by se tím na výstup přenášely vysokofrekvenční šумы. Pro hodnocení kvality regulace můžeme na frekvenční charakteristice uzavřené smyčky definovat *rezonanční převýšení*, což je maximální hodnota zesílení. Velké převýšení na frekvenční charakteristice znamená velký překmit na přechodové charakteristice. Druhý parametr je *šířka přenášeného pásma*. Širší propustné pásmo znamená rychlejší odezvu systému, ale znamená to také, že systém reaguje na rušení na vstupech.

Z Nyquistova kritéria vyplývají dvě bezpečnostní meze. Amplitudová bezpečnost (GM) je faktor, kterým můžeme zvýšit zesílení v otevřené smyčce, než se zpětnovazební systém dostane na mez stability. Pokud systém $L(s)$ přenáší signály na jisté frekvenci ω_{GM} s fázovým posunutím -180° , dostane se tak výstup do protifáze se vstupem (má záporné znaménko). Zápornou zpětnou vazbou pak tento signál přivedeme zpět na vstup



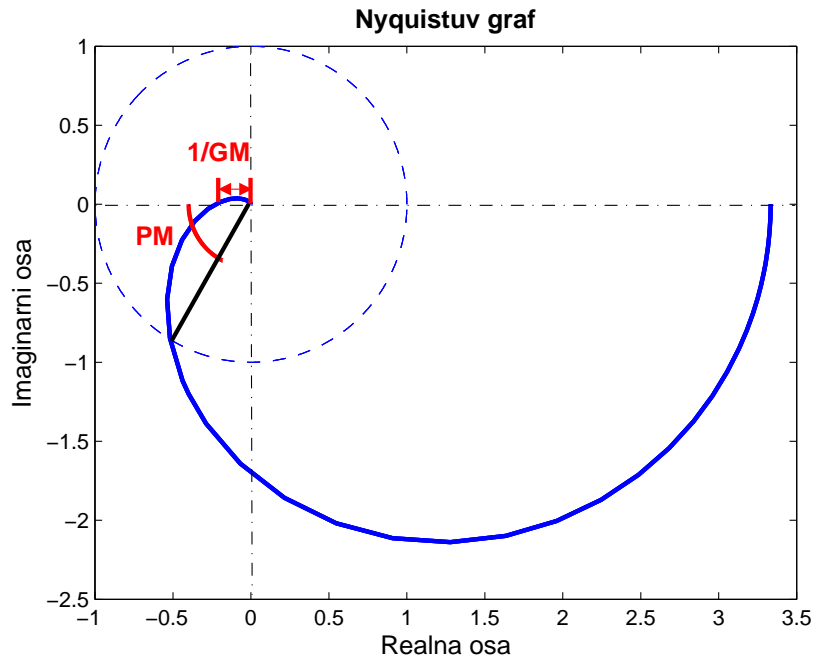
Obrázek 5.1: Amplitudová a fázová bezpečnost na Bodeho grafu

$L(s)$, kde se sečte se signálem původním. Pokud má zpětnou vazbu vrácený signál nižší amplitudu než signál budící, zůstane výstup omezený a zpětnovazební systém stabilní. V opačném případě bude systém nestabilní. Je-li zesílení pro frekvenci ω_{GM} jednotkové, jsme na hranici stability. Fázová bezpečnost (PM) podobně říká, o jak velké fázové zpoždění si můžeme dovolit zpozdít fázovou frekvenční charakteristiku na frekvenci ω_{PM} , pro kterou má přenos $L(s)$ jednotkové zesílení, než se fáze obrátí na -180° a zpětnovazební systém se tak dostane na hranici stability. Na Obr. 5.1 jsou vyznačené GM a PM na Bodeho frekvenčních charakteristikách a na Obr. 5.2 je Nyquistův graf.

Při návrhu budeme volit velikost fázové bezpečnosti PM a podle níže uvedeného postupu dopočítáme konstanty regulátoru. Podrobněji postup uvedeme u PD regulátoru (s filtrem). Přenos PD regulátoru je

$$C(s) = \frac{k_P(s + \omega_D)}{s/N + \omega_D}. \quad (5.2)$$

Zlomovou frekvenci regulátoru ω_D volíme tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí ω_{PM} , na níž budeme měřit fázovou bezpečnost výsledného přenosu otevřené smyčky $L(s)$, tedy $\omega_D = \omega_{PM}$. Na této frekvenci zvýší PD člen (nefiltrovaný) fázi soustavy o 45° . Mějme přenos soustavy $P(j\omega)$. Potom pro fázi otevřené smyčky s regulátorem



Obrázek 5.2: Amplitudová a fázová bezpečnost na Nyquistově grafu

platí

$$\arg(L(j\omega_{PM})) = \arg(P(j\omega_{PM})) + \arg(C(j\omega_{PM})). \quad (5.3)$$

A konkrétně pro smyčku s PD regulátorem

$$\arg(L(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + 45^\circ. \quad (5.4)$$

Fázová bezpečnost je definována jako

$$-180^\circ + PM = \arg(L(j\omega_{PM})). \quad (5.5)$$

Kombinací (5.4) a (5.5) dostaneme

$$\arg(P(j\omega_D)) = -180^\circ + PM - 45^\circ. \quad (5.6)$$

Neznámou frekvenci tedy nalezneme na frekvenční charakteristice systému $P(j\omega)$, kde jeho fáze je podle rovnice (5.6). Druhá podmínka je, že pokud ω_D je frekvence, na které odečítáme fázovou bezpečnost, musí na ní být zesílení otevřené smyčky $L(j\omega_{PM})$ jednotkové.

$$|L(j\omega_{PM})| = |C(j\omega_{PM})| \cdot |P(j\omega_{PM})|. \quad (5.7)$$

Po úpravě dostaneme

$$k_P \sqrt{2} |P(j\omega_D)| = 1. \quad (5.8)$$

Potom $k_P = \frac{1}{\sqrt{2}|P(j\omega_D)|}$ a k_D dopočteme ze vztahu $k_D = \frac{k_P}{\omega_D}$.

U PI regulátoru je rozdíl v tom, že snižuje fázi otevřené smyčky, takže rovnice (5.6) bude pozměněna

$$\arg(P(j\omega_I)) = -180^\circ + PM + 45^\circ. \quad (5.9)$$

kde $\omega_I = \omega_{PM}$. Pro proporcionální složku k_P vychází z rovnice (5.7) vztah

$$k_P = \frac{1}{\sqrt{2}|P(j\omega_I)|}. \quad (5.10)$$

Při návrhu PID regulátoru postupujeme obdobně s tím, že zlomovou frekvenci ω_I zvolíme takovou, aby se vliv integrační korekce na frekvenci $\omega_D = \omega_{PM}$, kde budeme měřit fázovou bezpečnost, téměř neprojevil, typicky zvolíme $\omega_I = 0,1\omega_D$. Přenos PID regulátoru je

$$C(s) = \frac{k_D(s + \omega_D)(s + \omega_I)}{s(s/N + \omega_D)}. \quad (5.11)$$

Do rovnice (5.4) musíme přidat fázi, o kterou se sníží fáze otevřené smyčky na frekvenci ω_D díky integrační složce.

$$\arg(L(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + 45^\circ - 5,7^\circ. \quad (5.12)$$

Podmínka jednotkového zesílení pro PID regulátor je

$$|L(j\omega_D)| = k_D \sqrt{1 + 0,01} \cdot \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)| = 1. \quad (5.13)$$

Pokud zanedbáme člen 0,01 vůči jedničce vychází

$$k_D = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} |P(j\omega_D)|}. \quad (5.14)$$

Zbývající konstanty dopočteme podle vztahů (4.14) a (4.15).

$$k_P = 1,1\omega_D k_D \quad (5.15)$$

$$k_I = 0,1\omega_D^2 k_D. \quad (5.16)$$

5.2 Syntéza regulátorů pro různé typy přenosů

Opět navrhujeme regulátory pro stejné přenosy jako v kapitole 4 a na závěr zhodnotíme výsledky. Vyzkoušíme regulátory pro různé fázové bezpečnosti a vybereme vždy ten nejlepší. Omezení na kvalitu regulace jsou stejná jako v předchozí kapitole.

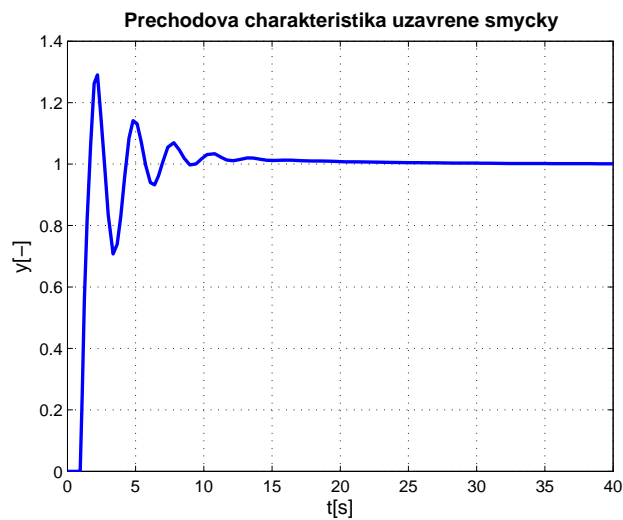
5.2.1 Přenos prvního řádu

$$G(s) = \frac{1}{15s + 1} e^{-t_d s} \quad (5.17)$$

	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$	$PM[^\circ]$
$t_d = 1 \text{ s}$	11,69	1,06	10,63	13,3	29	53,15	65
$t_d = 7 \text{ s}$	1,11	1,11	0	49,2	15,01	1,75	50
$t_d = 20 \text{ s}$	0,81	0,03	0	119,2	12,14	1,41	60

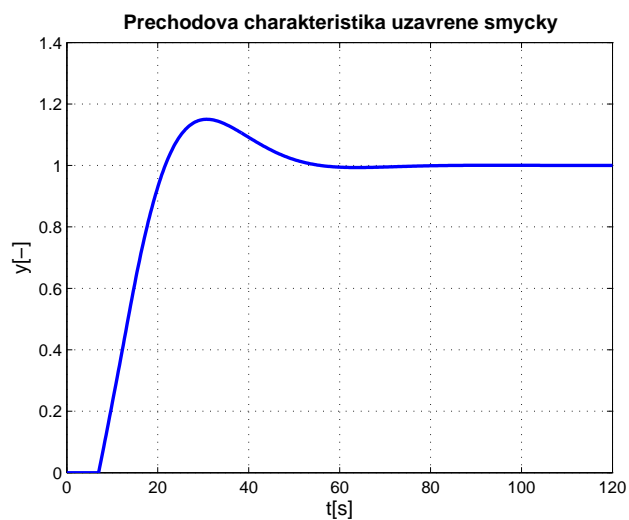
Tabulka 5.1: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu

$$\frac{1}{15s+1} e^{-t_d s}$$



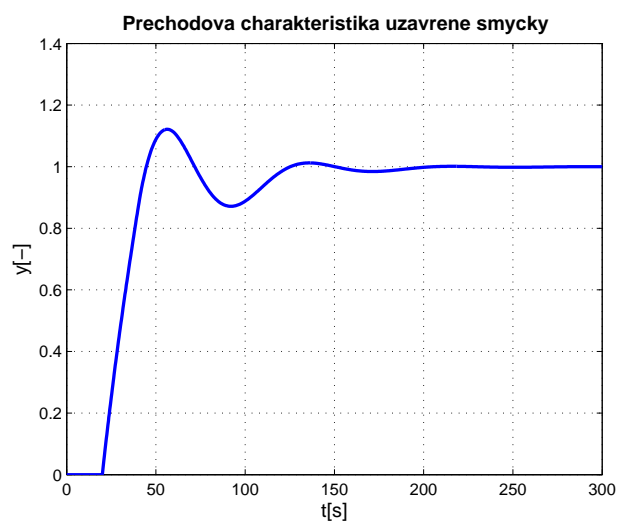
Obrázek 5.3: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{1}{15s+1} e^{-s}$$



Obrázek 5.4: Přechnodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{1}{15s+1} e^{-7s}$$



Obrázek 5.5: Přechnodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{1}{15s+1} e^{-20s}$$

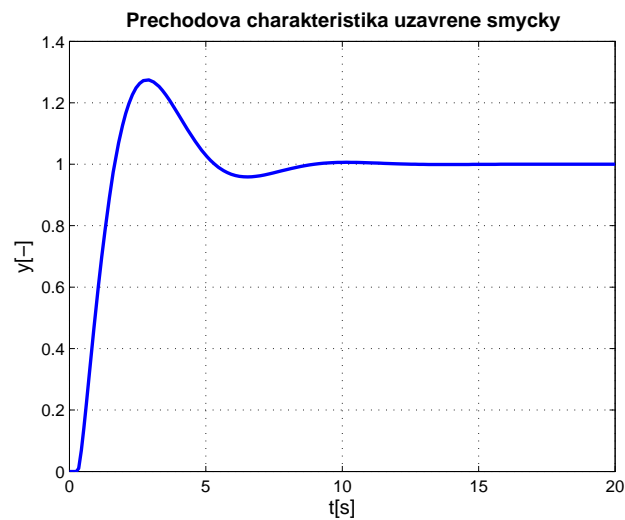
5.2.2 Přenos s astatismem prvního řádu

$$G(s) = \frac{2}{s(3s+1)} e^{-t_d s} \quad (5.18)$$

	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$	$PM[^\circ]$
$t_d = 0,3s$	1,12	0	1,12	7,85	27,5	22,4	45
$t_d = 2s$	0,23	0	0,56	18,06	2,3	4,51	35
$t_d = 5s$	0,13	0	0,46	41,5	0	2,51	15

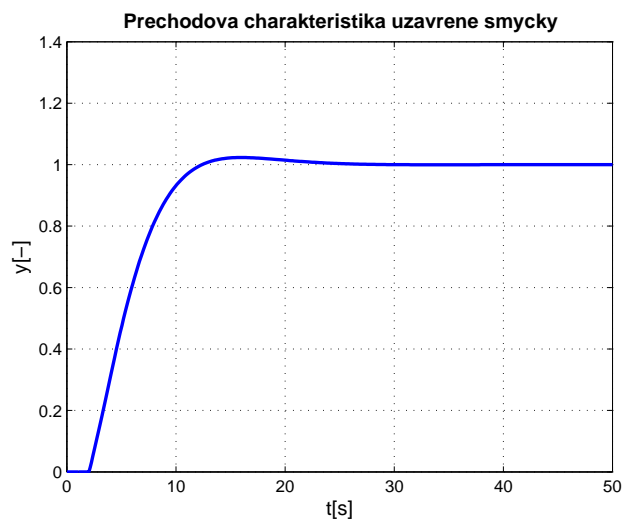
Tabulka 5.2: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu

$$\frac{2}{s(3s+1)} e^{-t_d s}$$



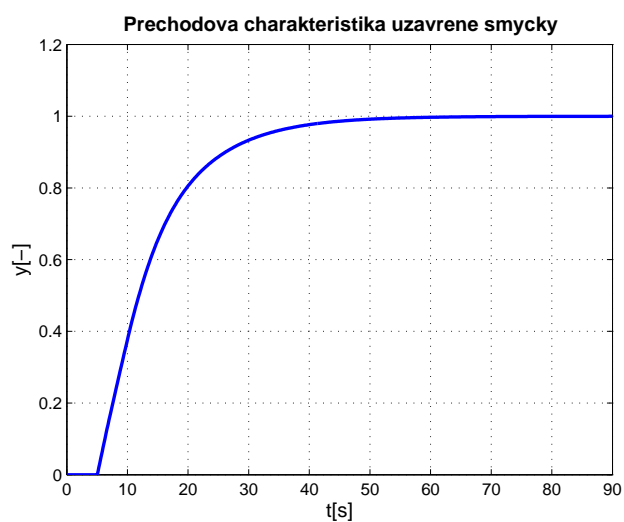
Obrázek 5.6: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{2}{s(3s+1)} e^{-0,3s}$$



Obrázek 5.7: Přebodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{2}{s(3s+1)} e^{-2s}$$



Obrázek 5.8: Přebodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{2}{s(3s+1)} e^{-5s}$$

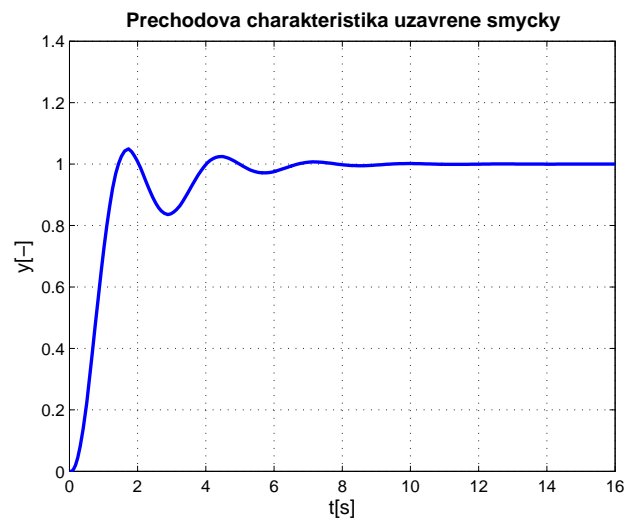
5.2.3 Kmitavý přenos druhého řádu

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 4} e^{-t_d s} \quad (5.19)$$

	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$	$PM[^\circ]$
$t_d = 0,05 \text{ s}$	0,62	1,03	0	6,14	4,3	1,02	60
$t_d = 0,5 \text{ s}$	0,64	0,64	0	13,65	15,6	1,1	70
$t_d = 1 \text{ s}$	0,68	0,42	0	30,7	23,2	1,18	80

Tabulka 5.3: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky přenosu

$$\frac{4}{s^2 + 2s + 4} e^{-t_d s}$$



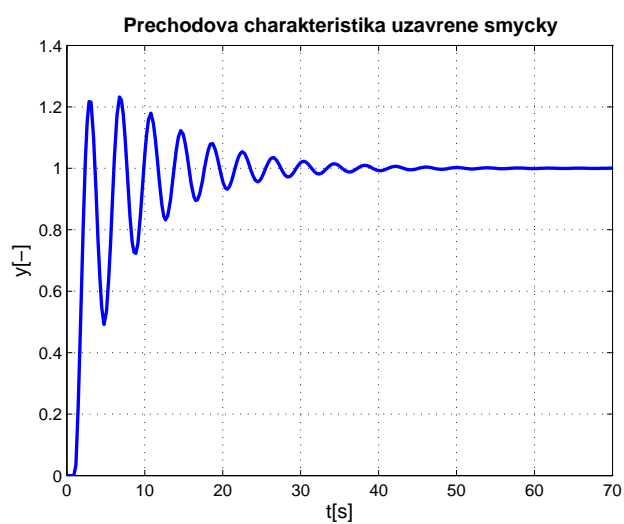
Obrázek 5.9: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{4}{s^2 + 2s + 4} e^{-0,05s}$$



Obrázek 5.10: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-0,5s}$$



Obrázek 5.11: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky s přenosem

$$\frac{4}{s^2+2s+4} e^{-s}$$

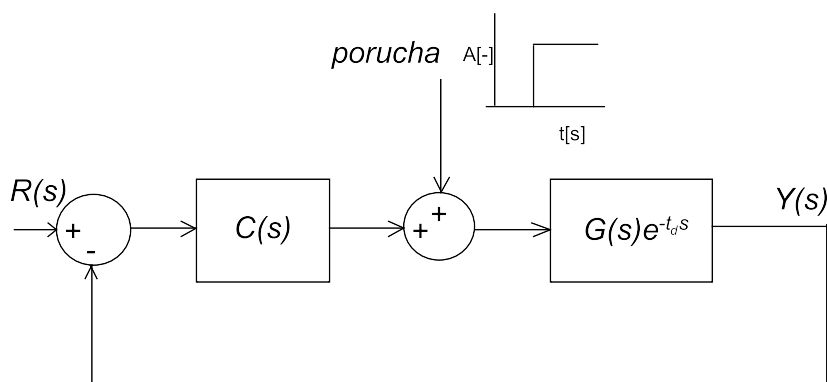
5.2.4 Zhodnocení

Výsledky regulace jsou horší než při použití metody GMK. Hlavní zhoršení je vidět při větších hodnotách dopravního zpoždění k časové konstantě systému. Nejmarkantnější rozdíl je u kmitavého přenosu, jehož přechodová charakteristika zakmitává a doba regulace se tím pádem prodlužuje, zhoršení je v tomto případě až o 70% vůči metodě GMK. Zajímavé výsledky jsou u přenosu s astatismem, kdy pro větší dopravní zpoždění jsme dělali návrh s menší fázovou bezpečností. Je to způsobeno tím, že proporcionální složka regulátoru byla pro větší fázovou bezpečnost příliš malá a systém měl pomalou odezvu.

Kapitola 6

Návrh regulátorů pro reálné systémy

V této kapitole navrhujeme regulátory všemi třemi výše uvedenými metodami pro čtyři systémy z druhé kapitoly. Vyzkoušíme také jejich robustnost při poruchách viz Obr. 6.1 a malé změně dopravního zpoždění.



Obrázek 6.1: Znázornění poruchy na výstupu regulátoru

6.1 Výměník tepla

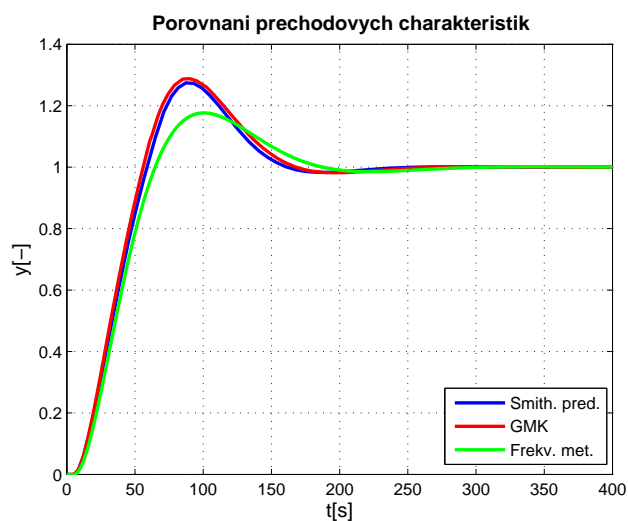
Přenos výměníku je druhého řádu bez astatismu

$$G(s) = \frac{2,1}{(10,7s + 1)(60,2s + 1)} e^{-5,4s}. \quad (6.1)$$

Omezení pro návrh regulátoru je maximální akční zásah $u_{max} \leq 1$ a překmit přechodové $p \leq 30\%$. Na Obr. 6.2 je porovnání přechodových charakteristik uzavřených smyček pro

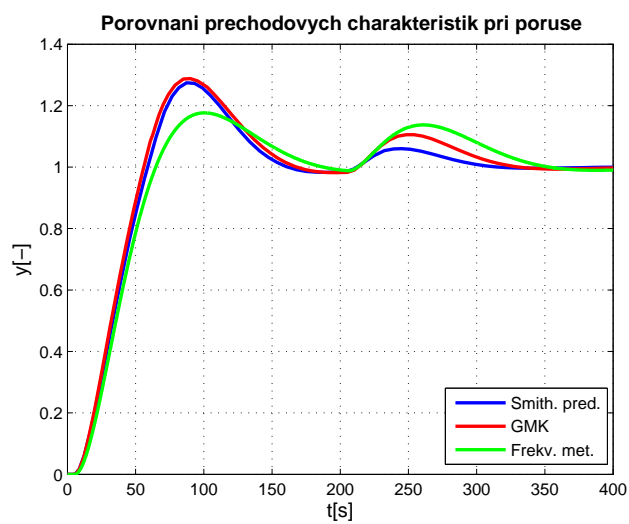
metoda návrhu	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$	$PM[^\circ]$
Smithův prediktor	1,8	0,06	12	151,8	27,4	1	—
GMK	1,2	0,03	9	158	28,8	1	—
Frekvenční metody	0,68	0,02	0	172,3	17,7	0,94	50

Tabulka 6.1: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky výměníku tepla



Obrázek 6.2: Porovnání přechodových charakteristik výměníku

tři navržené regulátory. Zkusili jsme zvýšit dopravní zpoždění o 10%, ale kvůli velkému omezení akčního zásahu regulátorů, nebyl vidět téměř žádný rozdíl v kvalitě regulace. Na Obr. 6.3 je porovnání přechodových charakteristik při poruše na výstupu regulátoru ($t = 200\text{ s}$, $A = 0,2$).



Obrázek 6.3: Porovnání přechodových charakteristik výměníku při poruše

6.2 Nádrž s odtokem

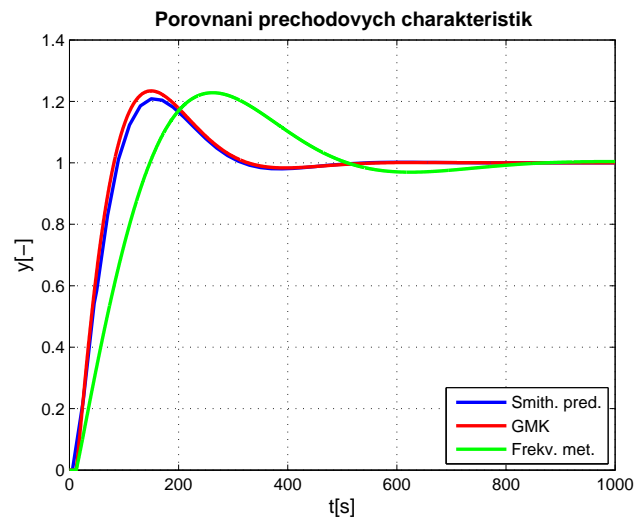
Přenos nádrže s odtokem je prvního řádu, kde časová konstanta systému je výrazně větší než dopravní zpoždění

$$G(s) = \frac{0,34}{344s + 1} e^{-12,5s}. \quad (6.2)$$

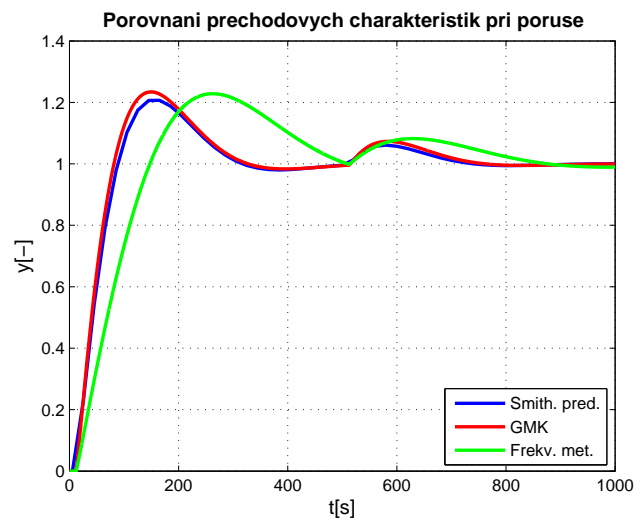
metoda návrhu	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$	$PM[^\circ]$
Smithův prediktor	18	0,3	0	293,6	21	18	–
GMK	17,16	0,22	0	300,7	23,4	19,91	–
Frekvenční metody	8,44	0,097	0	723,2	22,8	2,94	50

Tabulka 6.2: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky nádrže

Omezení pro návrh regulátorů je akční zásah $u_{max} \leq 20$ a překmit $p \leq 30\%$. Na Obr. 6.3 je porovnání přechodových charakteristik uzavřených smyček pro tři navržené regulátory. Zkusili jsme zvýšit dopravní zpoždění o 10%, kromě malého zvětšení překmitu na přechodové charakteristice nebyl vidět žádný rozdíl. Na Obr. 6.5 je porovnání přechodových charakteristik při poruše na výstupu regulátoru ($t = 500s$, $A = 2$). Porucha tolik neovlivní kvalitu regulace jako u výměníku tepla, a proto jsme velikost poruchy volili desetkrát větší.



Obrázek 6.4: Porovnání přechodových charakteristik nádrže



Obrázek 6.5: Porovnání přechodových charakteristik nádrže při poruše

6.3 Servo řízené přes satelit

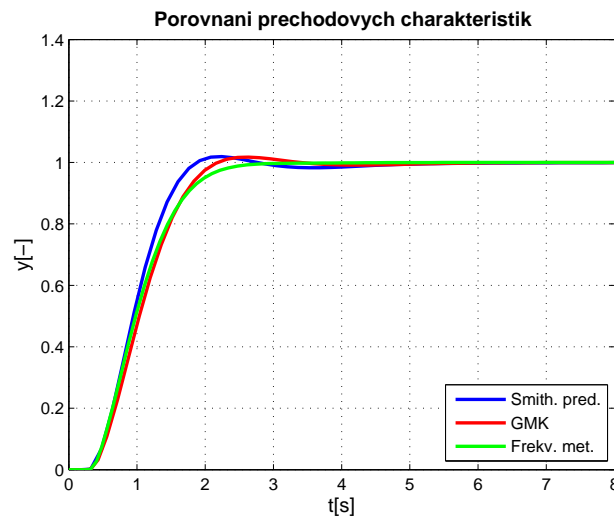
Přenos systému je s astatismem prvního řádu

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} e^{-0,3s}. \quad (6.3)$$

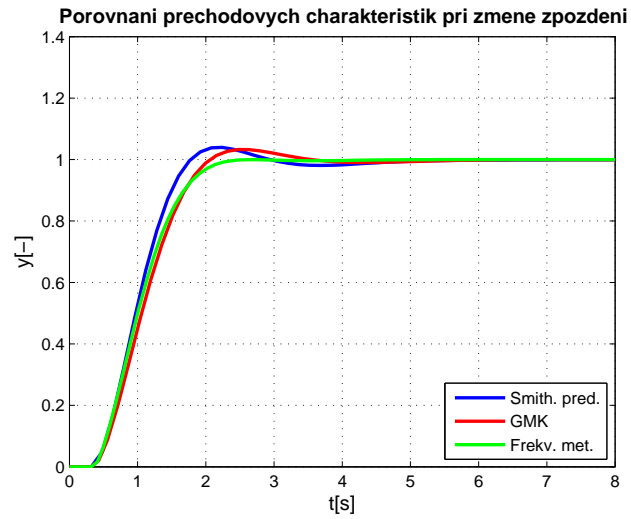
metoda návrhu	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$	$PM[^\circ]$
Smithův prediktor	1,42	0	1,78	1,77	1,8	4,8	—
GMK	0,92	0	1,012	2,03	1,7	4,6	—
Frekvenční metody	1,35	0	1,11	2,3	0	5	60

Tabulka 6.3: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky serva

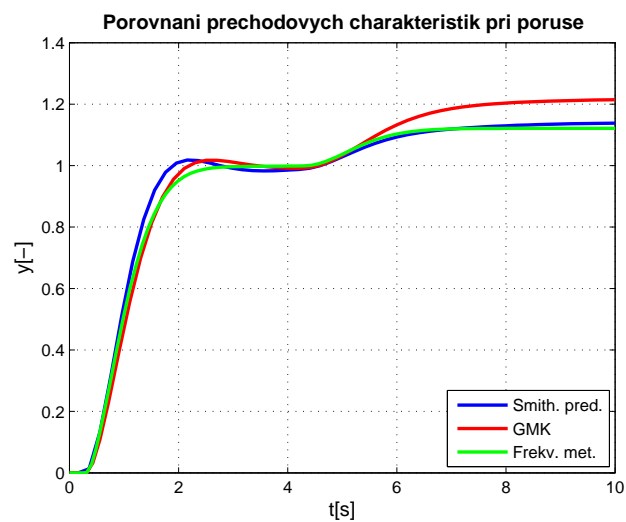
Omezení pro návrh je akční zásah $u \in \langle -5, 5 \rangle$ a opět překmit $p \leq 30\%$. Na Obr. 6.6 je porovnání přechodových charakteristik uzavřených smyček pro tři navržené regulátory. Přechodové charakteristiky při zvětšeném dopravním zpoždění o 10% jsou na Obr. 6.7. Na Obr. 6.8 je porovnání přechodových charakteristik při poruše na výstupu regulátoru ($t = 4s$, $A = 0,2$). PD regulátor nemá integrační složku, proto není schopen poruchu potlačit.



Obrázek 6.6: Porovnání přechodových charakteristik serva



Obrázek 6.7: Porovnání přechodových charakteristik serva při zvětšení zpoždění



Obrázek 6.8: Porovnání přechodových charakteristik serva při poruše

6.4 Koncentrace kyseliny v nádobě

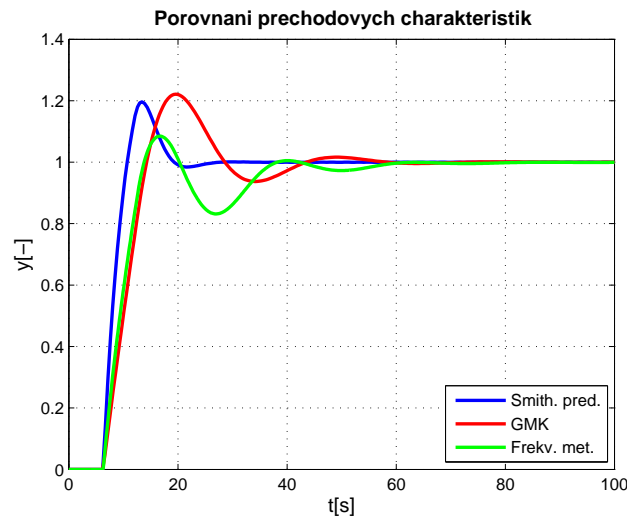
Přenos systému je prvního řádu s velkým zpožděním vůči časové konstantě systému

$$G(s) = \frac{0,03}{4s + 1} e^{-6,3s}. \quad (6.4)$$

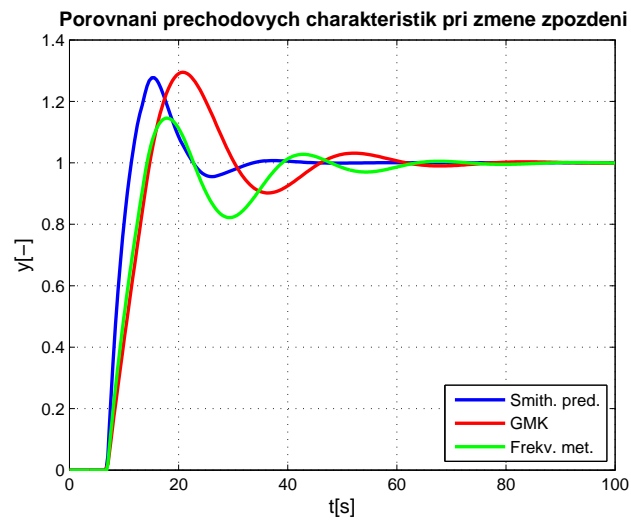
metoda návrhu	$k_P[-]$	$k_I[-]$	$k_D[-]$	$t_s[s]$	$p[\%]$	$u_{max}[-]$	$PM[^\circ]$
Smithův prediktor	61,62	35	20,97	18,33	19,6	50	–
GMK	19,4	3,88	0	41,24	22,1	45,15	–
Frekvenční metody	25,92	2,96	0	53,95	8,5	44,5	60

Tabulka 6.4: Konstanty regulátorů a přechodové charakteristiky nádrže s kyselinou

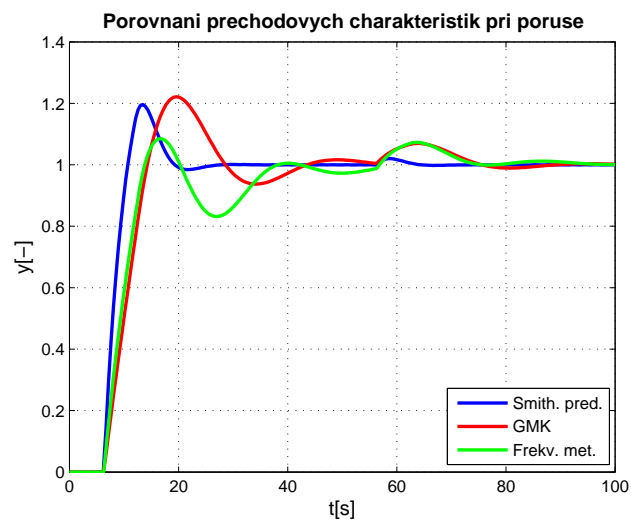
Omezení pro návrh je akční zásah $u_{max} \leq 50$ a opět překmit $p \leq 30\%$. Na Obr. 6.9 je porovnání přechodových charakteristik uzavřených smyček pro tři navržené regulátory. Přechodové charakteristiky při zvětšeném dopravním zpoždění o 10% jsou na Obr. 6.10. Na Obr. 6.11 je porovnání přechodových charakteristik při poruše na výstupu regulátoru ($t = 50s$, $A = 3$). Porucha ovlivní kvalitu regulace nejméně ze všech čtyř reálných systémů.



Obrázek 6.9: Porovnání přechodových charakteristik nádoby s kyselinou



Obrázek 6.10: Porovnání přechodových charakteristik nádoby s kysel. při zvětš. zpoždění



Obrázek 6.11: Porovnání přechodových charakteristik nádoby s kyselinou při poruše

6.5 Zhodnocení

Nejlépe se chovaly regulátory se Smithovým prediktorem. Nejmarkantnější rozdíl je u systému s velkým dopravním zpožděním vůči časové konstantě, tam Smithův prediktor dosáhl více než o 50% kratší doby regulace než metoda GMK. Nejhorší výsledky měly regulátory navržené frekvenčními metodami.

Kapitola 7

Závěr

V této práci jsme navrhovali regulátory typu PID pro systémy s dopravním zpožděním třemi různými metodami. Nejprve jsme navrhli regulátory pro vymyšlené přenosy systémů a poté také pro reálné fyzikální systémy, které jsou detailněji popsány ve druhé kapitole.

Po porovnání metod se jeví jako nevhodnější metoda návrhu se Smithovým prediktorem, kdy navrhujeme regulátor pro přenos bez zpoždění. Tato metoda dosahovala nejkratší doby regulace u všech typů systémů a velikostí dopravního zpoždění. Nejméně vhodné se ukázaly být frekvenční metody syntézy. Při srovnatelných hodnotách zpoždění vůči časové konstantě systému dosahovaly tyto regulátory až o více než 50% delší doby regulace než u zbylých metod. Na změnu zpoždění o 10% byly všechny typy regulátorů citlivé přibližně stejně, reagovaly malým zvětšením překmitu a prodloužením doby regulace. Porucha na výstupu regulátoru nejméně ovlivnila z hlediska doby ustálení a překmitu regulátory se Smithovým prediktorem.

Literatura

G.F.Franklin, J.D.Powell a A.Emami-Naeni (2006), *Feedback Control of Dynamic Systems*, Prentice Hall.

Havel, P. (2005), *Frekvenční metody syntézy*, FEL ČVUT.

J.Roubal, P.Hušek a spol (2007), *Základy regulační techniky v příkladech*, FEL ČVUT.

M.Šebek (2007), *Přednášky ze SRI*, FEL-ČVUT.

R.Voráček, F.Andrýsek et al. (2000), *Automatizace a automatizační technika 2- Automatické řízení*, Computer Press.

Příloha A

Matlab fce pro výpočet regulátorů frekvenčními metodami

```
%Funkce vypocete regulatory frekvencnimi metodami pro prenos se zpozdenim
%h a fazovou bezpecnosti PM
%pote spusti simulaci v Simulinku, do modelu dosadi vypoctene
%konstanty a do promennych pd,pi,pid ulozi prubehy
%prechodovych charakteristik pro jednotlivy regulatory
function [kp1,kp2,kp3,ki1,ki2,kd1,kd2,wi1,wi2,wd1,wd2,pd,pi,pid]=
spocti_regulator(h,PM)
%-----
%PD regulator
x1=-180+PM-45; [mag,phase,w]=bode(h); q1=max(find(phase>=x1));
wd1=w(q1); p1=mag(q1); kp1=1/(sqrt(2)*p1); kd1=kp1/wd1;
%prenos regulatoru
%kp1 predstavuje proporcionalni slozku, wd1 je zlomova frekvence
%derivacni slozky
pren1=tf([kp1 kp1*wd1],[0.05 wd1]);
%-----
%PI regulator
x2=-180+PM+45; q2=max(find(phase>=x2)); wi1=w(q2); p2=mag(q2);
kp2=1/(sqrt(2)*p2); ki1=kp2*wi1;
%wi1 je zlomova frekvence integracni slozky
%kp2 je proporcionalni konstanta
pren2=tf([kp2 kp2*wi1],[1 0]);
%-----
%PID regulator
x3=-180+PM-45+5.7; q3=max(find(phase>=x3)); wd2=w(q3); wi2=0.1*wd2;
p3=mag(q3); kd2=1/(sqrt(2)*wd2*p3); kp3=1.1*wd2*kd2;
ki2=0.1*(wd2)^2*kd2;
%kd2 derivacni konstanta
%kp3 je proporcionalni konstanta
%ki2 je integracni konstanta
%wd2 je zlomova frekvence derivacni slozky
pren3=tf([kd2 kp3 ki2],[0.05 wd2 0]);
%-----
%prikaz sim spusti simulaci v simulinkovem souboru 'smycka1', druhy parametr
%je doba simulace
%do promennych pd, pi, pid se ulozi pribehy prechod. charekteristik
%ze Simulinku
sim('smycka1',20); pd=c1; pi=c2; pid=c3;
```

